

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»  
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ  
декан факультета вычислительной  
математики и кибернетики  
МГУ имени М.В.Ломоносова



академик РАН Соколов И.А.

«20» 01 2026 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
В АСПИРАНТУРУ**

(для осуществления приема на обучение по образовательным программам  
высшего образования -  
программам подготовки научных и научно-педагогических кадров  
в аспирантуре)

**Образовательная программа:  
102-01-00-112-фмн, 102-01-00-114-фмн,  
102-01-00-115-фмн, 102-01-00-116-фмн**

Москва 2026

## **1. Краткое описание программы.**

Настоящая программа вступительного испытания в аспирантуру предназначена для осуществления приема на обучение по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре: 102-01-00-112-фмн, 102-01-00-114-фмн, 102-01-00-115-фмн, 102-01-00-116-фмн.

Настоящая программа вступительного испытания сформирована на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», Порядка приёма на обучение по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (Приказ Минобрнауки от 18.04.2025 г. № 366) и Правил приёма в аспирантуру Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в 2026 году, утвержденных приказом ректора МГУ от 19.01.2026 г. № 48 (далее – Правила приёма в аспирантуру МГУ в 2026 г.).

Программа вступительного испытания разработана в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) для уровней магистратуры и специалитета:

- 01.04.01 Математика;
- 01.04.02 Прикладная математика и информатика;
- 02.04.01 Математика и компьютерные науки.

## **2. Структура и критерии успешного прохождения этапов вступительного испытания в целом.**

Вступительное испытание проводится в три последовательных этапа.

Сроки проведения этапов определяются Правилами приёма в аспирантуру МГУ в 2026 г. и утверждённым расписанием. Для допуска к последующему этапу необходимо успешно пройти предыдущий: абитуриент не может приступить ко второму или третьему этапу, не преодолев порог успешности на предшествующем этапе. Проведение этапов может быть организовано как в течение одного дня, так и распределено на несколько дней в соответствии с утверждённым расписанием.

Максимальная сумма баллов за все этапы – 25 баллов, минимальная сумма, подтверждающая успешное прохождение испытания, – 16 баллов.

Распределение максимальных баллов по этапам:

- первый этап – 10 баллов;
- второй этап – 10 баллов;
- третий этап – 5 баллов.

Прохождение отдельного этапа считается успешным при наборе не менее:

- 7 баллов на первом этапе;
- 5 баллов на втором этапе;
- 3 баллов на третьем этапе.

Особые условия для призеров конкурса научного портфолио.

Для абитуриентов, участвовавших в конкурсе научного портфолио 2026 года, действует следующее правило: призеры конкурса освобождаются от сдачи 1 и 2 этапов вступительных испытаний (результат конкурса засчитывается как максимальный балл по сумме баллов этих этапов – 20).

### **3. Место проведения вступительного испытания.**

Факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ.

Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В.Ломоносова, д.1, стр. 52, 2-й учебный корпус, факультет ВМК.

#### 4. Форма проведения и содержание вступительного испытания

Этап I. Оценка предметной компетентности в научной области планируемого диссертационного исследования

**Форма проведения этапа:** очно в виде устного ответа.

**Содержание этапа:** Вступительное испытание включает ответы на два теоретических вопроса, сформированных из перечня основных и дополнительных вопросов для этапа I вступительного испытания

Образовательная программа	№ Приложения
102-01-00-112-фмн	Приложение 1
102-01-00-114-фмн	Приложение 2
102-01-00-115-фмн	Приложение 3
102-01-00-116-фмн	Приложение 4

На подготовку абитуриенту отводится 1 (один) астрономический час.

Во время подготовки абитуриентам запрещается иметь при себе и использовать справочные материалы (учебники, учебные пособия, справочники, любого вида записи, электронные средства запоминания и хранения информации, и т.п.), средства связи.

#### Критерии оценивания

Экзаменаторы дополнительно к вопросам билета могут задавать вопросы из перечня основных и дополнительных вопросов для Этапа I вступительного испытания (раздел 2 настоящего приложения).

Оценка за ответ рассчитывается как среднее арифметическое оценок, полученных за все вопросы. Оценивание проводится по десятибалльной шкале (минимальный балл за каждый вопрос равен 0, максимальный балл равен 10).

Вступительное испытание считается пройденным, если поступающий получил 7 баллов и выше.

При отсутствии поступающего на данном этапе вступительного испытания в протокол вносится отметка «неявка».

Сопоставление баллов с уровнем знаний предметной области.

0	Нет ответа ни на один из заданных вопросов, либо отказ от ответа.
---	---

1	Отсутствуют ответы на оба заданных теоретических вопроса.
2	Отсутствуют ответы на оба заданных теоретических вопроса, значительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы.
3	Отсутствует ответ на один из заданных теоретических вопросов, фрагментарный ответ на второй заданный теоретический вопрос, значительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы.
4	Отсутствует ответ на один из заданных теоретических вопросов, неполный ответ на второй заданный теоретический вопрос, значительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы.
5	Отсутствует ответ на один из заданных теоретических вопросов, полный ответ на второй заданный теоретический вопрос, значительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы.
6	Неполные ответы на оба заданных теоретических вопроса, значительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы.
7	Полные ответы на оба заданных теоретических вопроса, незначительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы, за исключением темы исследований.
8	Исчерпывающие ответы на оба заданных теоретических вопроса, незначительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы,
9	Исчерпывающие ответы на все заданные вопросы, свободное владение материалом, имеются недочеты при сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы.
10	Исчерпывающие ответы на все заданные вопросы, свободное владение материалом, грамотное сопоставление и анализ сведений из различных разделов программы, уверенное владение темой реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва).

## **Этап II. Оценка уровня готовности к самостоятельной научно-исследовательской деятельности**

**Форма проведения этапа:** очно в виде собеседование по научной работе (реферат).

**Содержание этапа:** Экспертная оценка экзаменационной комиссии представленной научной работы.

Для прохождения данного этапа абитуриент в период сдачи этапа I представляет текст научной работы, в котором раскрываются основные задачи и перспективы развития темы будущего научного исследования. К тексту научной

работы прилагается отзыв предполагаемого научного руководителя, в котором содержится характеристика работы.

В момент собеседования поступающий представляет и защищает реферат по избранному направлению подготовки, демонстрируя понимание задач и перспектив развития темы будущей диссертации, отвечает на вопросы экзаменационной комиссии по теме исследования.

Правила оформления реферата. (Приложение 5).

### **Критерии оценивания.**

Оценивание результатов по реферату (с учетом отзыва предполагаемого научного руководителя) проводится по десятибалльной шкале (минимальный балл равен 0, максимальный балл равен 10).

Оценивается: раскрытие актуальности исследования, обоснование элементов научной новизны диссертационного исследования, представленный обзор литературы по предполагаемому исследованию.

#### **Сопоставление баллов с уровнем знаний.**

0	Нет ответа, либо отказ от ответа.
1	Существенные недочеты при изложении темы реферата, выявленные при его экспертной оценке, либо указанные в отзыве.
2	Значительные недочеты при изложении темы реферата, выявленные при его экспертной оценке, либо указанные в отзыве.
3	Значительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов проблематики исследования по теме реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва).
4	Неполные ответы на вопросы по теме реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва), существенные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов проблематики исследования.
5	Неполные ответы на вопросы по теме реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва), трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов проблематики исследования.
6	Трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов программы связанной с темой реферата.

7	Незначительные трудности в сопоставлении и анализе сведений из различных разделов проблематики исследования, либо незначительные недочеты при изложении темы реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва)
8	Несущественные недочеты при изложении темы реферата, нет полной обоснованности актуальности исследования, уверенное владение темой реферата.
9	Несущественные недочеты при изложении темы реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва).
10	Уверенное владение темой реферата (на основе его экспертной оценки, либо отзыва).

### **Этап III. Оценка уровня готовности к научному анализу и обобщению на иностранном языке**

**Форма проведения этапа:** очно в виде письменного перевода и реферата (абитуриент приносит с собой на экзамен) по специальности на английском языке, а также беседы на английском языке, посвященной основным этапам академической и профессиональной карьеры поступающего в аспирантуру.

**Содержание этапа:** данный этап вступительного испытания направлен на комплексную оценку готовности поступающего в аспирантуру к полноценной научной и профессиональной деятельности в международной среде. (Приложение б)

#### **Критерии оценивания.**

Ответ поступающего в аспирантуру факультета иностранных языков и регионоведения на третьем этапе оценивается по пятибалльной шкале. Вступительное испытание считается пройденным, если абитуриент получил 3 (три) балла и выше. Общий балл равен среднему баллу за три части вступительного испытания на данном этапе. Усреднённый балл округляется до целого по стандартным правилам округления.

#### **Чтение и письменный перевод со словарем оригинального научного текста по специальности с английского языка на русский язык**

**5 баллов** — Перевод полностью передает смысл оригинала и оформлен с употреблением соответствующих лексико-синтаксических эквивалентов научного стиля русского языка. Поступающий в аспирантуру демонстрирует знание общенаучной лексики и терминологии специальной области знания. Переведено 100% текста. Допускаются стилистические неточности (не более 1-2).

**4 балла** — Переведено не менее 85% текста либо текст переведён полностью, но при этом допущены неточности лексического и/или грамматического характера при передаче содержания (не более 2-3). Основной смысл текста не искажается.

**3 балла** — Переведено не менее 70% текста либо текст переведён полностью, но при этом поступающий в аспирантуру демонстрирует неполное понимание содержания текста, не владеет приемами его смыслового преобразования, имеются неточности и ошибки (не более 5).

**2 балла** — Переведено менее 60% текста либо текст переведён полностью, но допущены существенные искажения содержания, неточности (6-7) в результате грамматических ошибок при переводе, а также неверного выбора значения слова.

**1 балл** — Переведено менее 50% текста либо текст переведён полностью, но допущены существенные искажения содержания, неточности (более 7) в результате грамматических ошибок при переводе, а также неверного выбора значения слова.

**0 баллов** — Отказ от ответа.

#### **Реферирование научного текста по специальности на иностранном языке**

**5 баллов** — Демонстрируются способность к выделению и обобщению основной значимой информации. Реферирование показывает знание и уверенное владение широким спектром грамматических конструкций иностранного языка. Лексика отличается богатством и разнообразием, соблюдаются стилистические нормы научной речи. Возможны отдельные незначительные ошибки (1-2), не нарушающие общую логику изложения.

**4 балла** — Основная информация выделена верно, в полном объеме, грамматические и коллокационные ошибки (3-4), не нарушающие общий смысл и логику изложения.

**3 балла** — Лексический запас ограничен, допущены грубые грамматические, лексические и стилистические ошибки (до 5).

**2 балла** — Изложение демонстрирует ограниченный запас слов, присутствуют многочисленные (6-7) грубые синтаксические и лексические ошибки. Стилистика научного изложения не соблюдается.

**1 балл** — Изложение демонстрирует крайне ограниченный запас слов, присутствуют многочисленные (более 7) грубые синтаксические и лексические ошибки. Стилистика научного изложения не соблюдается.

**0 баллов** — Отказ от ответа.

#### **Беседа на иностранном языке по тематике научных интересов поступающего**

**5 баллов** — Поступающий в аспирантуру показывает владение нормативным произношением и естественным темпом речи, уверенно

представляя при этом информацию по своей научной специальности и теме научного исследования. Демонстрируется уверенное владение общенаучной лексикой и профессиональной терминологией, используются разнообразные грамматические конструкции; уверенно даются ответы на вопросы, беседа поддерживается свободно и грамматически правильно. Допускаются отдельные незначительные неточности (1-2), не препятствующие коммуникации.

**4 балла** — Используются разнообразные грамматические структуры, демонстрируется уверенное владение общенаучной и профессиональной лексикой и умение вести беседу, но при этом допускаются грамматические, лексические и стилистические ошибки (не более 3-5), не препятствующие коммуникации.

**3 балла** — В процессе беседы демонстрируется ограниченный запас слов, используются относительно простые лексико-грамматические средства, а также допускается ряд грубых грамматических, лексических и стилистических ошибок (6–8), затрудняющих коммуникацию.

**2 балла** — В процессе беседы демонстрируется ограниченный запас слов, используются относительно простые лексико-грамматические средства, а также допускается значительное количество грубых грамматических, лексических и стилистических ошибок (9-10), затрудняющих коммуникацию.

**1 балл** — Отсутствует умение поддерживать беседу на заданную тему. Возникают значительные трудности в понимании вопросов экзаменаторов, присутствуют многочисленные грубые грамматические, лексические и стилистические ошибки, препятствующие коммуникации (более 10).

**0 баллов** — Отказ от ответа.

## **1. Перечень вопросов для Этапа I вступительного испытания**

Вопросы направлены на проверку глубины понимания фундаментальных разделов математики, теории дифференциальных уравнений, математической физики, статистики и теории вероятности, дискретной математики, основ кибернетики, численных методов, а также умения применять теоретические знания к решению практических задач.

### **1. 1. Общая часть.**

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.

2. Функции многих переменных. Полный дифференциал, и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.

4. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Деламбера, интегральный, Лейбница).

5. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.

6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

7. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

8. Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.

9. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.

10. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.

Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

11. Элементарные функции комплексного переменного: линейная, дробно-линейная,  $z^n$ ,  $e^z$ , и совершаемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции,  $\text{Ln}(z)$ .

12. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

13. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

14. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.

15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

16. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.

17. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.

18. Итерационные методы решения уравнения  $f(x)=0$  (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.

19. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).

20. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.

21. Интегральные уравнения Фредгольма 2-ого рода. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

22. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Влияние гладкости функции на порядок коэффициентов Фурье.

23. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и уравнения  $n$ -ого порядка.

24. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного

уравнения.

25. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные).

26. Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.

27. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Вариационная задача трансверсальности. с подвижными концами. Условия трансверсальности.

28. Градиентные методы поиска экстремума.

29. Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.

30. Структура и состав вычислительной системы (аппаратура + программное обеспечение). Физические и виртуальные ресурсы. Управление ресурсами в вычислительной системе. Потoki управляющей информации и данных в вычислительной системе. Проблемы дисбаланса производительности компонентов вычислительной системы и аппаратно-программные решения, предназначенные для сглаживания этого дисбаланса. Кеширование информационных потоков в вычислительной системе.

31. Архитектура многопроцессорных вычислительных систем. Графовая модель представления параллельных алгоритмов. Принципы построения параллельных программ с использованием технологий MPI и OpenMP. Показатели качества параллельных программ. Закон Амдала, его следствия.

32. Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем. Организация управления и взаимодействия процессов в Операционной системе. Модели и средства синхронизации. Программирование взаимодействующих процессов. Модели организации и управления ОЗУ.

33. Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).

34. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка запросов SQL.

35. Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

36. Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.

## **1.2. Дополнительная часть.**

1. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Способ Адамса; оценка погрешности и сходимость метода Адамса на примере метода Эйлера. Понятие о методе Рунге Кутты.

2. Классификация линейных уравнений в частных производных 2-го порядка о двумя независимыми переменными. Основные виды краевых задач для различных типов уравнений. Понятие о корректности постановки краевых задач. Пример Адамара.

3. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: сходимость, устойчивость, аппроксимация, Простейшая разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

4. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности, ее физический смысл. Исследование простейших разностных схем для этой задачи.

## 2. Рекомендуемая литература.

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, часть 1 и часть 2. М.: Физматлит, 2005 (часть 1) и 2002 (часть 2).
2. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, часть 1 и часть 2. М.: Дрофа, 2003 (часть 1) и 2004 (часть 2).
3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.
4. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009.
6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 2008.
7. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. Изд-во МЦНМО, 1998.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2006.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2004.
10. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.: ГИТТЛ, 1956.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 7
12. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Эдиториал УРСС, 2004.
13. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2009.
14. Эльсгольц Л.З. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004.
16. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
17. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 2009.
18. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, том 1 и том 2. М.:

ГИФМЛ, 1962 (том 1) и 1959 (том 2).

19. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
20. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
21. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, том 1 и том 2. М.: Мир, 1964 (том 1) и 1967 (том 2).
22. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
23. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая Школа, 2010.
24. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра-М, 2012.
25. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М.: Издательский отдел фта ВМК МГУ, 2004.
26. Мальцев А.И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1986.
27. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.
28. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал пресс, 2002.
29. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
30. Корухова Л.С., Шура-Бура М.Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса, 2-е исправленное издание. — М. Издательский отдел факультета ВМиК МГУ (лицензия ИД № 05899 от 24.09.2001 г.); МАКС 8 Пресс, 2010, <http://sp.cmc.msu.ru/info/1/vvedalg.pdf>
31. Э. Таненбаум, Т. Остин, Архитектура компьютера. 6-е издание, СПб: Питер, 2013.
32. Операционные системы. У. Столингс. Вильямс. 2002.
33. Э. Таненбаум, Х. Бос Современные операционные системы. 4-е издание, СПб: Питер, 2015.
34. Т. Пратт. М. Зелкович. Языки программирования. Разработка и реализация 4-е издание, СПб: Питер, 2002.
35. В. Ш. Кауфман. Языки программирования. Концепции и принципы. - М.: ДМК-Пресс, 2010.
36. К. Дейт. Введение в системы баз данных. М: Вильямс, 2006.
37. В.В.Воеводин, Вл.В.Воеводин "Параллельные вычисления", БХВПетербург, 2002, 608с.
38. А.С. Антонов Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP: Учеб пособие. Предисл. : В.А. Садовничий - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. – 344 с. - (Серия "Суперкомпьютерное образование").
39. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
40. Тыртышников Е.Е. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2017.
41. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. т. 1. М.: Мир, 1988.
42. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического

программирования. М.: Факториал пресс, 1998.

43. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

44. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.

45. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука 2004.

46. Владимиров В.В. Уравнения математической физики. М.: Наука 1988.

47. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука 1978.

## **1. Перечень вопросов для Этапа I вступительного испытания**

Вопросы направлены на проверку глубины понимания фундаментальных разделов математики, теории дифференциальных уравнений, математической физики, статистики и теории вероятности, дискретной математики, основ кибернетики, численных методов, а также умения применять теоретические знания к решению практических задач.

### **1. 1. Общая часть.**

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.

2. Функции многих переменных. Полный дифференциал, и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.

4. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Деламбера, интегральный, Лейбница).

5. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.

6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

7. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

8. Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.

9. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.

10. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

11. Элементарные функции комплексного переменного: линейная, дробно-линейная,  $z^n$ ,  $e^z$ , и совершаемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции,  $\text{Ln}(z)$ .

12. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

13. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

14. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.

15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

16. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.

17. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.

18. Итерационные методы решения уравнения  $f(x)=0$  (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.

19. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).

20. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.

21. Интегральные уравнения Фредгольма 2-ого рода. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

22. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Влияние гладкости функции на порядок коэффициентов Фурье.

23. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и уравнения  $n$ -ого порядка.

24. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.

25. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные).

26. Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.

27. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Вариационная задача трансверсальности. с подвижными концами. Условия трансверсальности.

28. Градиентные методы поиска экстремума.

29. Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.

30. Структура и состав вычислительной системы (аппаратура + программное обеспечение). Физические и виртуальные ресурсы. Управление ресурсами в вычислительной системе. Потoki управляющей информации и данных в вычислительной системе. Проблемы дисбаланса производительности компонентов вычислительной системы и аппаратно-программные решения, предназначенные для сглаживания этого дисбаланса. Кеширование информационных потоков в вычислительной системе.

31. Архитектура многопроцессорных вычислительных систем. Графовая модель представления параллельных алгоритмов. Принципы построения параллельных программ с использованием технологий MPI и OpenMP. Показатели качества параллельных программ. Закон Амдала, его следствия.

32. Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем. Организация управления и взаимодействия процессов в Операционной системе. Модели и средства синхронизации. Программирование взаимодействующих процессов. Модели организации и управления ОЗУ.

33. Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).

34. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка запросов SQL.

35. Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

36. Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.

## **1.2. Дополнительная часть.**

1. Аксиоматическое построение теорий вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

2. Случайные величин и функции распределения. Числовые

характеристики случайных величин: математическое ожидание и дисперсия. Основные теоремы о математическом ожидании и дисперсии.

3. Теорема Пуассона. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

4. Условное математическое ожидание.

5. Понятие о случайных процессах. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Марковские процессы. Цепи Маркова.

6. Теория точечного оценивания. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки. Достаточные статистики. Оптимальные оценки.

7. Методы построения оценок. Метод моментов и метод максимального правдоподобия. Свойства получаемых оценок.

8. Критерии проверки гипотез. Теорема Неймана-Пирсона. Критерии согласия хи-квадрат.

9. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Критерий согласия Колмогорова.

10. Многомерное нормальное распределение.

## **2. Рекомендуемая литература.**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, часть 1 и часть 2. М.: Физматлит, 2005 (часть 1) и 2002 (часть 2).

2. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, часть 1 и часть 2. М.: Дрофа, 2003 (часть 1) и 2004 (часть 2).

3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.

4. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.

5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009.

6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 2008.

7. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. Изд-во МЦНМО, 1998.

8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2006.

9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2004.

10. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.: ГИТТЛ, 1956.

11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 7

12. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Эдиториал УРСС, 2004.

13. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2009.

14. Эльсгольц Л.З. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004.
16. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
17. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 2009.
18. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, том 1 и том 2. М.: ГИФМЛ, 1962 (том 1) и 1959 (том 2).
19. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
20. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
21. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, том 1 и том 2. М.: Мир, 1964 (том 1) и 1967 (том 2).
22. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
23. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая Школа, 2010.
24. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра-М, 2012.
25. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М.: Издательский отдел фта ВМК МГУ, 2004.
26. Мальцев А.И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1986.
27. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.
28. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал пресс, 2002.
29. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
30. Корухова Л.С., Шура-Бура М.Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса, 2-е исправленное издание. — М. Издательский отдел факультета ВМиК МГУ (лицензия ИД № 05899 от 24.09.2001 г.); МАКС 8 Пресс, 2010, <http://sp.cmc.msu.ru/info/1/vvedalg.pdf>
31. Э. Таненбаум, Т. Остин, Архитектура компьютера. 6-е издание, СПб: Питер, 2013.
32. Операционные системы. У. Столингс. Вильямс. 2002.
33. Э. Таненбаум, Х. Бос Современные операционные системы. 4-е издание, СПб: Питер, 2015.
34. Т. Пратт. М. Зелкович. Языки программирования. Разработка и реализация 4-е издание, СПб: Питер, 2002.
35. В. Ш. Кауфман. Языки программирования. Концепции и принципы. - М.: ДМК-Пресс, 2010.
36. К. Дейт. Введение в системы баз данных. М: Вильямс, 2006.
37. В.В.Воеводин, Вл.В.Воеводин "Параллельные вычисления",

БХВПетербург, 2002, 608с.

38. А.С. Антонов Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP: Учеб пособие. Предисл. : В.А. Садовничий - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. – 344 с. - (Серия "Суперкомпьютерное образование").
39. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
40. Тыртышников Е.Е. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2017.
41. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. т. 1. М.: Мир, 1988.
42. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического программирования. М.: Факториал пресс, 1998.
43. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
44. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
45. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука 2004.
46. Владимиров В.В. Уравнения математической физики. М.: Наука 1988.
47. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука 1978.
48. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977.
49. Лоэв М. Теория вероятностей. – М.: ИЛ, 1962. З. Невё Ж. Математические основы теории вероятностей. – М.: Мир, 1969.
50. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. – М.: наука, 1968.
51. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: УРСС, 2009.
52. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: УРСС, 2010.
53. Леман Э. Теория точечного оценивания. М.: Наука, 1991.
54. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1979.

## **1. Перечень вопросов для Этапа I вступительного испытания.**

Вопросы направлены на проверку глубины понимания фундаментальных разделов математики, теории дифференциальных уравнений, математической физики, статистики и теории вероятности, дискретной математики, основ кибернетики, численных методов, а также умения применять теоретические знания к решению практических задач.

### **1. 1. Общая часть.**

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.

2. Функции многих переменных. Полный дифференциал, и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.

4. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Деламбера, интегральный, Лейбница).

5. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.

6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

7. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

8. Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.

9. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.

10. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

11. Элементарные функции комплексного переменного: линейная, дробно-линейная,  $z^n$ ,  $e^z$ , и совершаемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции,  $\text{Ln}(z)$ .

12. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

13. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

14. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.

15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

16. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.

17. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.

18. Итерационные методы решения уравнения  $f(x)=0$  (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.

19. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).

20. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.

21. Интегральные уравнения Фредгольма 2-ого рода. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

22. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Влияние гладкости функции на порядок коэффициентов Фурье.

23. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и уравнения  $n$ -ого порядка.

24. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.

25. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные).

26. Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.

27. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Вариационная задача трансверсальности. с подвижными концами. Условия трансверсальности.

28. Градиентные методы поиска экстремума.

29. Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.

30. Структура и состав вычислительной системы (аппаратура + программное обеспечение). Физические и виртуальные ресурсы. Управление ресурсами в вычислительной системе. Потoki управляющей информации и данных в вычислительной системе. Проблемы дисбаланса производительности компонентов вычислительной системы и аппаратно-программные решения, предназначенные для сглаживания этого дисбаланса. Кеширование информационных потоков в вычислительной системе.

31. Архитектура многопроцессорных вычислительных систем. Графовая модель представления параллельных алгоритмов. Принципы построения параллельных программ с использованием технологий MPI и OpenMP. Показатели качества параллельных программ. Закон Амдала, его следствия.

32. Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем. Организация управления и взаимодействия процессов в Операционной системе. Модели и средства синхронизации. Программирование взаимодействующих процессов. Модели организации и управления ОЗУ.

33. Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).

34. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка запросов SQL.

35. Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

36. Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.

## **1.2. Дополнительная часть.**

1. Вопросы независимости, непротиворечивости и дедуктивной полноты на примере исчисления высказываний, теорема дедукции.

2. Группы. Подгруппы, смежные классы, разложение группы по подгруппе,

теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы, фактор-группы. Гомоморфизм групп, теорема о гомоморфизме групп.

3. Перестановки. Симметрическая группа перестановок. Теорема Кэли о конечных группах.

4. Кольца, поля. Кольцо многочленов. Деление с остатком многочленов над полем, алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены над полем, критерий неприводимости многочленов степени 2 и 3, разложение многочлена над полем в произведение неприводимых многочленов.

5. Алгоритм Евклида поиска наибольшего общего делителя целых чисел. Решение линейных уравнений в целых числах.

6. Функции алгебры логики. Полнота в алгебре логики, критерий полноты Поста.

7. Функции многозначной логики. Полнота в  $k$ -значной логике. Алгоритм распознавания полноты в  $k$ -значной логике. Теорема Кузнецова. Критерий Слупецкого.

8. Графы, деревья. Основные свойства деревьев.

9. Планарность графов, теорема Эйлера. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

10. Конечные автоматы, эксперименты с автоматами, теорема Мура.

11. Машины Тьюринга и рекурсивные функции, совпадение классов частично рекурсивных функций и функций, вычислимых на машинах Тьюринга.

12. Классы  $P$  и  $NP$ ,  $NP$ -полные задачи. Теорема Кука об  $NP$ -полноте задачи выполнимости конъюнктивных нормальных форм

## 2. Рекомендуемая литература.

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, часть 1 и часть

2. М.: Физматлит, 2005 (часть 1) и 2002 (часть 2).

2. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, часть 1 и часть 2. М.: Дрофа, 2003 (часть 1) и 2004 (часть 2).

3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.

4. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.

5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009.

6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 2008.

7. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. Изд-во МЦНМО, 1998.

8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2006.

9. Колмолгоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2004.

10. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.: ГИТТЛ, 1956.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 7
12. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Эдиториал УРСС, 2004.
13. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2009.
14. Эльсгольц Л.З. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004.
16. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
17. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 2009.
18. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, том 1 и том 2. М.: ГИФМЛ, 1962 (том 1) и 1959 (том 2).
19. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
20. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
21. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, том 1 и том 2. М.: Мир, 1964 (том 1) и 1967 (том 2).
22. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
23. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая Школа, 2010.
24. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра-М, 2012.
25. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М.: Издательский отдел фта ВМК МГУ, 2004.
26. Мальцев А.И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1986.
27. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.
28. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал пресс, 2002.
29. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
30. Корухова Л.С., Шура-Бура М.Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса, 2-е исправленное издание. — М. Издательский отдел факультета ВМиК МГУ (лицензия ИД № 05899 от 24.09.2001 г.); МАКС 8 Пресс, 2010, <http://sp.cmc.msu.ru/info/1/vvedalg.pdf>
31. Э. Таненбаум, Т. Остин, Архитектура компьютера. 6-е издание, СПб: Питер, 2013.
32. Операционные системы. У. Столингс. Вильямс. 2002.
33. Э. Таненбаум, Х. Бос Современные операционные системы. 4-е издание,

СПб: Питер, 2015.

34. Т. Пратт. М. Зелкович. Языки программирования. Разработка и реализация 4-е издание, СПб: Питер, 2002.

35. В. Ш. Кауфман. Языки программирования. Концепции и принципы. - М.: ДМК-Пресс, 2010.

36. К. Дейт. Введение в системы баз данных. М: Вильямс, 2006.

37. В.В.Воеводин, Вл.В.Воеводин "Параллельные вычисления", БХВПетербург, 2002, 608с.

38. А.С. Антонов Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP: Учеб пособие. Предисл. : В.А. Садовничий - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. – 344 с. - (Серия "Суперкомпьютерное образование").

39. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.

40. Тыртышников Е.Е. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2017.

41. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. т. 1. М.: Мир, 1988.

42. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического программирования. М.: Факториал пресс, 1998.

43. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.

44. Алексеев В.Б. Дискретная математика. М.: Инфра-М, 2021.

45. Алексеев В.Б. Введение в теорию сложности алгоритмов. М.: Издательский отдел факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова, 2002.

46. Марченков С.С. Избранные главы дискретной математики. М.: МАКС Пресс, 2016.

47. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. Изд. 2. М.: Наука, 1986.

48. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.

49. Тыртышников Е.Е. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2017.

50. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. т. 1. М.: Мир, 1988.

51. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического программирования. М.: Факториал пресс, 1998.

52. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

## **1. Перечень вопросов для Этапа I вступительного испытания.**

Вопросы направлены на проверку глубины понимания фундаментальных разделов математики, теории дифференциальных уравнений, математической физики, статистики и теории вероятности, дискретной математики, основ кибернетики, численных методов, а также умения применять теоретические знания к решению практических задач.

### **1. 1. Общая часть.**

1. Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.

2. Функции многих переменных. Полный дифференциал, и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.

4. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Деламбера, интегральный, Лейбница).

5. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.

6. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

7. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

8. Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.

9. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.

10. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

11. Элементарные функции комплексного переменного: линейная, дробно-линейная,  $z^n$ ,  $e^z$ , и совершаемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции,  $\text{Ln}(z)$ .

12. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

13. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

14. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.

15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

16. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.

17. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.

18. Итерационные методы решения уравнения  $f(x)=0$  (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.

19. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).

20. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.

21. Интегральные уравнения Фредгольма 2-ого рода. Теорема Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

22. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Влияние гладкости функции на порядок коэффициентов Фурье.

23. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и уравнения  $n$ -ого порядка.

24. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.

25. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные).

26. Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.

27. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Вариационная задача трансверсальности. с подвижными концами. Условия трансверсальности.

28. Градиентные методы поиска экстремума.

29. Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.

30. Структура и состав вычислительной системы (аппаратура + программное обеспечение). Физические и виртуальные ресурсы. Управление ресурсами в вычислительной системе. Потoki управляющей информации и данных в вычислительной системе. Проблемы дисбаланса производительности компонентов вычислительной системы и аппаратно-программные решения, предназначенные для сглаживания этого дисбаланса. Кеширование информационных потоков в вычислительной системе.

31. Архитектура многопроцессорных вычислительных систем. Графовая модель представления параллельных алгоритмов. Принципы построения параллельных программ с использованием технологий MPI и OpenMP. Показатели качества параллельных программ. Закон Амдала, его следствия.

32. Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем. Организация управления и взаимодействия процессов в Операционной системе. Модели и средства синхронизации. Программирование взаимодействующих процессов. Модели организации и управления ОЗУ.

33. Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).

34. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка запросов SQL.

35. Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

36. Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.

## **1.2. Дополнительная часть.**

1. Математические модели, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Задача Коши и краевая задача. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического, параболического и эллиптического типов. Математические постановки основных задач для этих уравнений.

3. Понятие корректности постановки краевых задач для уравнений Математической физики. Пример Адамара. Некорректно поставленные задачи, метод регуляризации.

4. Приложения численных методов к решению задач математического моделирования в механике, гидродинамике, электродинамике.

## **2. Рекомендуемая литература.**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, часть 1 и часть 2. М.: Физматлит, 2005 (часть 1) и 2002 (часть 2).
2. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, часть 1 и часть 2. М.: Дрофа, 2003 (часть 1) и 2004 (часть 2).
3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.
4. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009.
6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 2008.
7. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. Изд-во МЦНМО, 1998.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2006.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2004.
10. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.: ГИТТЛ, 1956.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 7
12. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Эдиториал УРСС, 2004.
13. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2009.
14. Эльсгольц Л.З. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004.
16. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
17. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 2009.
18. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, том 1 и том 2. М.: ГИФМЛ, 1962 (том 1) и 1959 (том 2).

19. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
20. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
21. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, том 1 и том 2. М.: Мир, 1964 (том 1) и 1967 (том 2).
22. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
23. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая Школа, 2010.
24. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра-М, 2012.
25. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М.: Издательский отдел фта ВМК МГУ, 2004.
26. Мальцев А.И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1986.
27. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.
28. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал пресс, 2002.
29. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
30. Корухова Л.С., Шура-Бура М.Р. Введение в алгоритмы. Учебное пособие для студентов I курса, 2-е исправленное издание. — М. Издательский отдел факультета ВМиК МГУ (лицензия ИД № 05899 от 24.09.2001 г.); МАКС 8 Пресс, 2010, <http://sp.cmc.msu.ru/info/1/vvedalg.pdf>
31. Э. Таненбаум, Т. Остин, Архитектура компьютера. 6-е издание, СПб: Питер, 2013.
32. Операционные системы. У. Столингс. Вильямс. 2002.
33. Э. Таненбаум, Х. Бос Современные операционные системы. 4-е издание, СПб: Питер, 2015.
34. Т. Пратт. М. Зелкович. Языки программирования. Разработка и реализация 4-е издание, СПб: Питер, 2002.
35. В. Ш. Кауфман. Языки программирования. Концепции и принципы. - М.: ДМК-Пресс, 2010.
36. К. Дейт. Введение в системы баз данных. М: Вильямс, 2006.
37. В.В.Воеводин, Вл.В.Воеводин "Параллельные вычисления", БХВПетербург, 2002, 608с.
38. А.С. Антонов Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP: Учеб пособие. Предисл. : В.А. Садовничий - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. – 344 с. - (Серия "Суперкомпьютерное образование").
39. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
40. Тыртышников Е.Е. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2017.
41. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. т. 1. М.: Мир, 1988.
42. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического программирования. М.: Факториал пресс, 1998.

43. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
44. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
45. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука 2004.
46. Владимиров В.В. Уравнения математической физики. М.: Наука 1988.
47. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука 1978.

Приложение №5 к программе вступительного  
испытания в аспирантуру  
образовательная программа:  
102-01-00-112-фмн  
102-01-00-114-фмн  
102-01-00-115-фмн  
102-01-00-116-фмн

## **Правила оформления реферата по избранному направлению подготовки.**

Реферат представляет собой научную разработку по тематике будущего диссертационного исследования, которая позволяет выявить степень готовности поступающего к научной работе, понимание им основных задач и перспектив развития выбранной темы.

Структура реферата: титульный лист, содержательная часть, выводы, список литературных источников.

Технические требования к оформлению реферата: объем не менее 10 и не более 20 страниц машинописного текста (без учёта списка литературы и приложений); шрифт: Times New Roman, размер (кегель) 14 pt.; межстрочный интервал: полуторный; ссылки на источники в тексте обязательны, язык: русский.

### **Этап III вступительного испытания состоит из 2 частей**

1. Письменная часть: проверяется информационно-аналитическая и переводческая компетенция. Поступающему предстоит выполнить чтение и письменный перевод специализированного научного текста объемом 2 000- 2300 печатных знаков; время – 60 минут (с возможностью использования неэлектронного словаря). Тематика текста будет соответствовать отрасли науки, по которой ведет исследование поступающий в аспирантуру. Цель – оценить точность передачи специализированной терминологии, понимание сути научного материала и умение эффективно работать с иноязычной информацией в ограниченные сроки.

2. Устная часть: оцениваются информационно-аналитическая, коммуникативно-дискурсивная и презентационная компетенции. Эта часть включает:

- просмотровое чтение и устное реферирование научного текста по специальности на английском языке Объем – 1500 печатных знаков; время - 15 мин;
- устную беседу на английском языке, посвященную основным этапам академической и профессиональной карьеры поступающего в аспирантуру. Цель – выявить способность поступающего к ясному и логичному изложению своих научных замыслов, достижений и опыта на иностранном языке, а также вести профессиональный диалог в рамках своей научной сферы.

### **Пример текста для перевода:**

#### **COMPUTER CRIMES**

More and more the operations of our businesses, governments, and financial institutions are controlled by information that exists only inside computer memories. Anyone clever enough to modify this information for his own purposes can get substantial rewards. Even worse, a number of people who have done this and been caught at it have managed to escape punishment. These facts have not been lost by criminals or would-be criminals. Here are few areas in which computer criminals have found the pickings all too easy. Banking. All but the smallest banks now keep their accounts on computer files. Someone who knows how to change the numbers in the files can transfer funds at will. Business. A company that uses computer extensively offers

many opportunities to both dishonest employees and clever outsiders. Theft of information. Much personal information about individuals is now stored in computer files. An authorized person with access to this information could use it for blackmail. Also confidential information about company's products or ,even worse, operations can be stolen and sold to unscrupulous competitors. One attempt at the later came to light when the competitor turned in the people who were trying to sell him back the stolen information. Software theft. The software for the computer system is often more expensive than the hardware. Yet that is too easy to copy. Crooked computer experts have devised a variety of tricks to getting these expensive programs printed out, punched on cards, recorded on tapes, or otherwise delivered into their hands This crime has even been penetrated from remote terminals that access the computer over the telephone. Theft of time- Sharing Services. When the public is given access to a system, some members often discover how to use the system in unauthorized ways. For example, there are the “ phonefreakers” who avoid long distance telephone charges by sending over their phones control signals that are identical to those used by the telephone company. Since time-sharing systems often are accessible to anyone who dials the right telephone number, they are subjected to the same kinds of manipulation.

### **Беседа по теме предполагаемого исследования на основе представленного реферата.**

Реферат включает титульный лист, содержательную часть, выводы и список литературных источников. Объем реферата 10-15 страниц машинописного текста

Вопросы для обсуждения:

- 1 Why have you decided to enter the postgraduate?
- 2 Speak about your latest researches.
- 3 Have you had any practical results?
- 4 Did you participate in any conferences, tell us about your impression?
- 5 In what field would you like to implement the results of your research? etc.

### **Рекомендуемая литература для подготовки:**

1. Барановская Т.А., Захаров А.В., Поспелова Т.Б, Суворова Ю.А., Английский язык для академических целей. М.: Юрайт, 2020. - 198с.
2. Рябцева, Н. К. Научная речь на английском языке: Руководство по научному изложению. Словарь оборотов и сочетаемости общенаучной лексики. Новый словарь-справочник активного типа / Рябцева Н. К. - Москва: ФЛИНТА, 2020. - 598 с.
3. Hewings M., Thaine C. Cambridge Academic English: an integrated skills course for EAP. Advanced, Cambridge University Press, 2012. - 176 p.

4. McCarthy M., O'Dell F. Academic Vocabulary in Use. Vocabulary reference and practice, Cambridge University Press, 2016. - 173 p.
5. Cambridge Academic Content Dictionary. Cambridge University Press, 2008. - 1156 p.