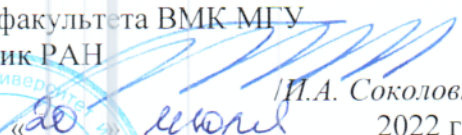


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ  
академик РАН

  
/И.А. Соколов/  
2022 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**«Вычислительная математика»  
«Computational mathematics»**

**Программа (программы) подготовки  
научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре  
Вычислительная математика (102-01-00-16-фмн)**

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

Программа направлена на подготовку аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности «Вычислительная математика», в том числе на изучение основных аспектов в области развития теории численных методов, обоснования и реализации вычислительных алгоритмов, применяемых для решения задач компьютерной алгебры, математической физики, в математических моделях различного уровня сложности, эффективной реализации алгоритмов на высокопроизводительных вычислительных комплексах

Особенностью данной программы является сочетание классических теоретических исследований и разработка математических моделей молекулярно-генетических, иммунологических и эпидемиологических процессов, системы и методов решения задач ассимиляции данных, а также разработка высокоэффективных вычислительных алгоритмов для решения практически важных прикладных задач в области механики сплошных сред, теории упругости, гидродинамики.

2. Уровень высшего образования - подготовка кадров высшей квалификации.

3. Научная специальность: 1.1.6. «Вычислительная математика»

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: Дисциплины (модули), направленные на подготовку к кандидатским экзаменам.

5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах составляет 108 часов, из которых 6 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем, 102 часа составляет самостоятельная работа.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия: в специалитете на предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы, соответствующие предыдущему уровню образования по специальностям программы.

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего
<b>1. Функциональный анализ</b> 1. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества. Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. 2. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства. 3. Сильная и слабая сходимость. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.	20	-	-	-	-	-	-	20	-	20

<p>4. Непрерывные линейные операторы. Норма и спектральный радиус оператора. Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора. Мера обусловленности линейного оператора и ее применение при замене точного уравнения (решения) приближенным.</p>												
<p>5. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства). Спектр оператора. Сопряженные, симметричные, самосопряженные, положительно определенные, вполне непрерывные операторы и их спектральные свойства.</p>												
<p>6. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Ритца, Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов).</p>												
<p>7. Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и</p>												

<p>Гато. Метод Ньютона, его сходимость и применение.</p> <p>8. Пространства функций <math>C</math>, <math>L_2</math>, <math>L_p</math>, <math>W_p^1</math>. Обобщенная производная. Неравенства Пуанкаре-Стеклова-Фридрихса. Понятие о теоремах вложения.</p>										
<p><b>2. Задачи математической физики</b></p> <p>1. Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи.</p> <p>2. Обобщенное решение краевых задач для эллиптических уравнений. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении.</p> <p>3. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.</p> <p>4. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний (в одномерном и многомерном</p>	44	-	-	2	-	-	2	42	-	42

случаях).Фундаментальные решения. Характеристики. 5. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля										
<b>3. Численные методы</b> 1. Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы. 2. Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Трехчленные (двухшаговые) чебышевские итерационные методы. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.	41	-	-	1	-	-	1	40	-	40

<p>3. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.</p> <p>4. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.</p> <p>5. Численное интегрирование. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса.</p> <p>6. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.</p> <p>7. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы.</p> <p>8. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. Понятие о жестких системах</p>												
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

<p>обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.</p> <p>9. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость).</p> <p>10. Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость.</p> <p>11. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. Методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.</p>												
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

12. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод.										
13. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.										
14. Методы решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.										
Промежуточная аттестация: допуск к кандидатского экзамену	3	-	-	-	-	3	3		-	-
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>3</b>	<b>-</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>102</b>	<b>-</b>	<b>102</b>

#### 8. Образовательные технологии.

Освоение дисциплины осуществляется посредством образовательных технологий самостоятельной работы - асинхронное обучение в индивидуальном темпе. Самостоятельная работа является основным этапом формирования компетенций аспирантов. При этом аспиранты получают доступ к структурированному ресурсному обеспечению, включающему литературу, подборки научных статей, базы данных (Scopus, Web of Science и др.), методические указания и пр. Контактная работа аспирантов с преподавателем в виде лекций-консультаций с использованием мультимедийной техники рассматривается как способ верификации знаний и коррекции образовательной траектории аспирантов. Темы рефератов и докладов аспирантов соотносятся с темами их диссертационных исследований, что позволяет использовать теоретический материал дисциплины в целях осуществления активного научного поиска и решения реальных исследовательских задач. Технологии промежуточного контроля в рамках дисциплины необходимы для подтверждения сформированных компетенций аспирантов.

#### 9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Аспирантам предоставляется программа курса, задания для самостоятельной работы, презентации.

#### 10. Ресурсное обеспечение:

##### **Основная литература:**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд.6-е. М.: МГУ, 1999.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
3. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.
4. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. Изд.4-е. М.: Физматлит, 2000.
5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
6. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука,
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
10. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. Изд.2-е. М.: Наука, 1977.
11. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
12. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. М.: МГУ, 1994.

**Добавлено примечание ([E1]):** Ваш текст согласован с авторами программы. Решили оставить без изменений. В учебном плане у нас 6 часов контактной работы, они как раз идут на лекции консультации и промежуточную аттестацию

11. Язык преподавания – русский

12. Авторы программы:

д. ф.-м. н., профессор Мухин С. И.

**Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

Условием допуска к кандидатскому экзамену является успешное прохождение промежуточной аттестации аспирантом в форме защиты реферата или в форме доклада на научном семинаре. Тема реферата или доклада, согласовывается аспирантом с его научным руководителем. Форму промежуточной аттестации, определяет преподаватель, ведущий дисциплину.