Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
Вычислительной математики и кибернетики факультет

УТВЕРЖДАЮ

Академик РАН ____________________

/И.А. Соколов/

«20» июля 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Вычислительная математика»
«Computationalmathematics»

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

Программа направлена на изучение основных аспектов в области развития теории численных методов, обоснования и реализации вычислительных алгоритмов, применяемых для решения задач компьютерной алгебры, математической физики, в математических моделях различного уровня сложности, эффективной реализации алгоритмов на высокопроизводительных вычислительных комплексах., а также на подготовку к сдаче экзамена.

Особенностью данной программы является сочетание классических теоретических исследований и разработка математических моделей молекулярно-генетических, иммунологических и эпидемиологических процессов, системы и методов решения задач ассимиляции данных, а также разработка высокоэффективных вычислительных алгоритмов для решения практически важных прикладных задах в области механики сплошных сред, теории упругости, гидродинамики.

2. Уровень высшего образования—подготовка кадров высшей квалификации.

3. Научная специальность: 1.1.6. «Вычислительная математика»

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: обязательная дисциплина.

5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах составляет 108 часов, из которых 6 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем, 102 часа составляет самостоятельная работа.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия: в специалитете на предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы, соответствующие предыдущему уровню образования по специальностям программы.

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Всего (часы)**	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						**Самостоятельная работа обучающегося, часы** из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	**Всего**	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	**Всего**
1. Функциональный анализ 1. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества. Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. 2. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства. 3. Сильная и слабая сходимость. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.	20							20		20

4. Непрерывные линейные операторы. Норма и спектральный радиус оператора. Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора. Мера обусловленности линейного оператора и ее применение при замене точного уравнения (решения) приближенным. 5. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства). Спектр оператора. Сопряженные, симметричные, самосопряженные, положительно определенные, вполне непрерывные операторы и их спектральные свойства. 6. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Ритца, Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов). 7. Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и										

Гато. Метод Ньютона, его сходимость и применение. 8. Пространства функций C, L_2, L_p, W_p^1.Обобщенная производная. Неравенства Пуанкаре-Стеклова-Фридрихса. Понятие о теоремах вложения.										
2. Задачи математической физики 1. Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи. 2. Обобщенное решение краевых задач для эллиптических уравнений. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении. 3. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа. 4. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний .(в одномерном и многомерном	44			2			2	42		42

случаях).Фундаментальные решения. Характеристики. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля										
3. Численные методы 1. Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы. 2. Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Трехчленные (двушаговые) чебышевские итерационные методы. Методы спуска и метод сопряженных градиентов. 3. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных	41			1			1	40		40

многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции. 4. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами. 5. Численное интегрирование. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. 6. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций. 7. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы. 8. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.										

9. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость). 10. Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. 11. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость. 12. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы										

(прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод. 13. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости. 14. Методы решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.										
Промежуточная аттестация: допуск к кандидатского экзамену	3			3			3			
Итого	**108**			**6**			**6**	**102**		**102**

8. Образовательные технологии.

Проводятся лекции-консультации с использованием мультимедийной техники.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Аспирантам предоставляется программа курса, задания для самостоятельной работы, презентации.

10. Ресурсное обеспечение:

2. Основная литература.

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд.6-е. М.: МГУ, 1999.

2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.

3. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.

4. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. Изд.4-е. М.: Физматлит, 2000.

5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.

6. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука,

7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.

8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.

9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.

10. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. Изд.2-е. М.: Наука, 1977.

11. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.

12. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. М.: МГУ, 1994.

3. Дополнительная литература

.

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976.

2. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. М.: Наука, 1981.

11. Язык преподавания – русский

12. Авторы программы:

– д. ф.-м. н., профессор Мухин С. И.

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Допуском к кандидатскому экзамену может быть, например, успешная защита реферата на тему, выбранную совместно с научным руководителем или выступление на семинаре с соответствующим докладом.