

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ

/И.А.Соколов/

_____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

Методы оптимизации

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки (специальность):

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль) ОПОП:

Фундаментальная информатика и информационные системы

Форма обучения:

очная

Москва 2023

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки по направлениям 02.03.02, 02.04.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

1. Дисциплина относится вариативной части ОПОП ВО.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть): освоение общенаучных дисциплин базовой части таких как «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ».

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотношенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

- **ОПК-1** способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями
- **ПК-1** способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
- **ПК-3** способностью использовать современные инструментальные и вычислительные средства

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

Знать:

1. методологию вывода и анализа основных моделей, приводящих к экстремальным задачам.
2. основные классы экстремальных задач.
3. основные методы минимизации функций одной переменной.
4. элементы классической теории экстремума функций многих переменных.
5. основные методы минимизации функций многих переменных.
6. основные методы решения задач оптимального управления процессами, описываемыми как обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и уравнениями с частными производными.
7. основные методы решения неустойчивых задач оптимизации.
8. основные подходы к решению задач линейного программирования.

Уметь:

1. ставить задачи минимизации и максимизации в функциональных пространствах.
2. применять на практике методы приближенного решения экстремальных задач.
3. теоретически обосновывать и характеризовать методы приближенного решения экстремальных задач.
4. применять на практике методы решения неустойчивых задач оптимизации.

Владеть:

1. основами методов приближенного решения экстремальных задач и их приложениям конкретным классам экстремальных задач.
2. навыками дифференцирования в задачах оптимального управления.
4. Формат обучения лекции проводятся с использованием меловой доски
5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., в том числе 28 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 44 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.
6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)			Самостоятельная работа обучающегося, часы (виды работы – реферат, контрольная работа и пр.)
		Занятия * типа лекционного	Занятия * типа семинарского	Всего	
1. Методы минимизации функций одной переменной (деление отрезка пополам, золотого сечения, ломаных, касательных, покрытий)	6	2	0	2	4
2. Постановка задач минимизации и максимизации в функциональных пространствах. Теоремы Вейерштрасса о достижении нижней грани функции на множестве. Применения к квадратичной задаче минимизации, к задачам оптимального управления.	6	2	0	2	4
3. Дифференцирование в функциональных пространствах. Градиент квадратичного функционала, приложения.	8	4	0	4	4
4. Элементы выпуклого анализа. Выпуклые и сильно выпуклые функции, их свойства (теоремы о локальном минимуме, о касательной плоскости). Критерии выпуклости и сильной выпуклости гладких функций. Критерий оптимальности. Теорема Вейерштрасса для сильно выпуклых функций.	8	4	0	4	4
5. Проекция точки на множество, ее свойства. Примеры.	4	2	0	2	2
6. Методы минимизации: градиентный, проекции градиента, условного градиента, поординатного спуска, покрытий. Метод Ньютона. Понятие о квазиньютоновских методах. Метод штрафных функций.	8	4	0	4	4
7. Правило множителей Лагранжа. Теорема Куна-Таккера о седловой точке. Понятие о двойственной задаче.	6	2	0	2	4
8. Элементы линейного программирования. Постановка задачи. Примеры. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка. Симплекс-метод. Антициклон. Поиск начальной угловой точки. Двойственная задача для канонической задачи линейного программирования.	8	4	0	4	4
Промежуточная аттестация: зачет	18				18
Итого	72	24	0	24	48

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Образец заданий контрольной работы

1. Какие из функций $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$, $f_3(x) = x^4$, $f_4(x) = e^x$ выпуклы, сильно выпуклы на E^1 ? На отрезке $|x| \leq 1$? На отрезке $1 \leq x \leq 2$?

2. С помощью правила множителей Лагранжа найдите точку подозрительную на минимум в задаче

$$f(x, y) = x^2 - 4xy + y^2 \rightarrow \min, (x, y) \in U = \{(x, y) \in E^2: x + y = 1\}$$

3. Дайте определение дифференцируемой по Фреше функции, определенной в гильбертовом пространстве.

Вопросы к экзамену

1. Теорема Вейерштрасса (метрический вариант).
2. Теорема Вейерштрасса (слабый вариант). Применение к задаче минимизации квадратичного функционала вида $\|Au - f\|^2$.
3. Существование решения задач минимизации терминального и интегрального квадратичных функционалов на решениях линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Существование решения задачи об оптимальном нагреве стержня.
5. Дифференцирование по Фреше (первая и вторая производные). Применение к квадратичному функционалу вида $\|Au - f\|^2$.
6. Необходимое условие локального минимума. Примеры.
7. Градиент терминального квадратичного функционала.
8. Градиент интегрального квадратичного функционала.
9. Градиент функционала в задаче о нагреве стержня.
10. Выпуклые функции и функционалы. Теоремы о локальном минимуме, множестве Лебега, о касательной плоскости. Критерий оптимальности. Примеры.
11. Критерии выпуклости функций и функционалов. Выпуклость квадратичного функционала.
12. Сильно выпуклые функции и функционалы, их свойства. Критерии сильной выпуклости функций и функционалов.
13. Теорема Вейерштрасса для сильно выпуклых функционалов.
14. Метрическая проекция точки на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве, её свойства. Примеры.
15. Градиентный метод. Метод проекции градиента. Их сходимость.
16. Метод Ньютона; его сходимость.
17. Метод покоординатного спуска; его сходимость.

18. Метод штрафных функций; его сходимость.
19. Правило множителей Лагранжа.
20. Теорема Куна-Таккера.
21. Двойственная задача, её свойства.
22. Каноническая и общая задачи линейного программирования. Их эквивалентность.
23. Критерий угловой точки в канонической задаче линейного программирования.
24. Симплекс-метод для канонической задачи линейного программирования.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)

Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	незачет	незачет	зачет	Зачет
Знания	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Навыки (владения, опыт деятельности)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1988.
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
3. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. М.: Факториал, 2008.

