

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Факультет вычислительной математики и кибернетики



**УТВЕРЖДАЮ**

Декан факультета ВМК МГУ

/И.А.Соколов/

2023 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины (модуля):**

**Введение в математическую экономику**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки (специальность):**

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Дисциплина относится к вариативной части программы**

**Форма обучения:**

**очная**

Москва 2023

Рабочая программа дисциплины «Введение в математическую экономику».

Составители: профессор кафедры исследования операций факультета ВМК МГУ

А.А. Васин.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Введение в математическую экономику» из блока вариативных профессиональных дисциплин (ВПД) студентам очной формы обучения по направлению подготовки «02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии», в 6 семестре.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от "8" декабря 2009 г. № 712, а также образовательного стандарта МГУ интегрированный магистр по направлению «02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии».

1. Дисциплина относится к вариативной части ОПОП ВО.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре и теории вероятностей в объеме, соответствующем программе первого и второго годов обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика».

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотношенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

- ПК-2. Способность понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат.
- ПК-3. Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. основные понятия, определения и утверждения теории некооперативных игр и математической экономики;
2. теорию анализа экономических моделей;
3. основные методы расчета равновесных стратегий и общего благосостояния в экономических моделях.

**Уметь:**

1. применять теоретические навыки к решению задач; на основе вербального и/или текстового описания ситуации построить стандартную модель, проанализировать ее и проинтерпретировать полученные результаты.
2. строго обосновывать математические утверждения; применять условия оптимальности для анализа и решения оптимизационных моделей.

**Владеть:**

1. навыками самостоятельной работы с учебной и учебно-методической литературой;
2. навыками применения компьютерных технологий для решения указанных задач

**Быть ознакомленным:**

1. с возможностями применения современной теории игр для анализа экономических моделей.
4. Формат обучения: лекции и семинарские занятия проводятся с использованием меловой доски и проектора.
5. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетные единицы (108 часов). Лекции – 36 часа. Самостоятельная работа – 72 часа. Экзамен в 6 семестре.
6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе			
		Контактная работа преподавателем Виды контактной работы, часы			Самостоятельная работа обучающегося, часы (виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр.)
		Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*	Всего	
1. Игра в нормальной форме. Равновесие Нэша.	6	2		2	4
2. Теорема о существовании равновесия Нэша	6	2		2	4
3. Смешанное расширение игры.	6	2		2	4
4. Доминирующие множества стратегий	8	4		4	4
5. Позиционные игры с полной информацией	8	4		4	4
6. Функции полезности	6	4		4	2
7. Эволюционные и адаптивные процессы	8	4		4	4
8. Модели рынка одного товара.	8	4		4	4
9. Монопольный рынок	6	2		2	4
10. Оптимальность состояния равновесия по Вальрасу	6	2		2	4
11. Основные виды налогов	6	2		2	4
12. Модели олигополии	6	2		2	4
13. Модели организации налоговой инспекции	6	2		2	4
14. Контрольные работы.	8				8
15. Экзамен	14				14
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	<b>72</b>



## 7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

### 7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

#### Контрольная работа № 1

**Задача 1.** Игра двух лиц на прямоугольнике  $x \in [-4, 4], y \in [-2, 2]$  задана функциями выигрыша

$$F(x, y) = 4x^2 - 5xy + 7,$$

$$G(x, y) = -2y^2 - 4xy + x + 1.$$

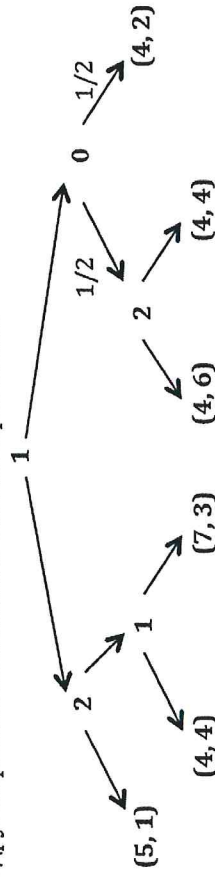
Построить функции наилучшего ответа, найти все точки равновесия Нэша.

**Задача 2.** Провести последовательное исключение по строгому доминированию смешанными стратегиями. Найти все точки равновесия Нэша в смешанном расширении игры.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & 8 \\ 2 & 7 & 3 & 5 \\ 5 & 4 & 8 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 8 & 0 & 2 \\ 4 & 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**Задача 3.** Для позиционной игры

- Описать множество стратегий 1-го и 2-го игроков.
- Указать стратегии, образующие СПР.
- Выписать нормальную форму игры.
- Найти другие равновесия Нэша в чистых стратегиях.



**Задача 4.** Описать следующую ситуацию как биматричную игру, найти все равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

На рынке присутствуют 2 нефтедобывающих компании. Каждая из них может добывать 10, 15 или 30 млн. баррелей нефти в сутки. Цена за баррель зависит от общего объема добычи следующим образом: 20 млн. баррелей - \$10.00; 25 млн. баррелей - \$8.00; 30 млн. баррелей - \$5.00; 40 млн. баррелей - \$3.00; 45 млн. баррелей - \$2.00; 60 млн. баррелей - \$1.00. Каждая из компаний стремится максимизировать свой доход.

**Задание 1.**

Фирма А включает мощность  $c_1 = 2$ ,  $V_1 = 1$ ; фирма В включает мощность  $c_2 = 3$ ,  $V_2 = 3$ ; фирма С включает мощности  $c_3 = 1$ ,  $V_3 = 2$ ,  $c_4 = 5$ ,  $V_4 = 3$ .

Найти цены Курно и Валраса, если функция спроса  $D(p) = \max\{0, 15 - p\}$ .

Для каждого равновесия найти сюрпас потребителей и прибыль производителей.

**Задание 2.**

Отрасль включает 6 производственных мощностей, каждая из них принадлежит отдельной фирме:  $c_1 = 1, v_1 = 1$ ,  $c_2 = 2, v_2 = 2$ ,  $c_3 = 3, v_3 = 1$ ,  $c_4 = 4, v_4 = 2$ ,  $c_5 = 5, v_5 = 2$ ,  $c_6 = 5, v_6 = 1$ . Исследовать равновесие Нэша в модели Бертрана-Эджворта, если спрос задан функцией  $D(p) = \max\{0, 12 - p\}$ , а при формировании остаточного спроса приоритет имеют богатые потребители.

**Задание 3.**

Фирма характеризуется следующей функцией издержек:  $c(v) = v + v^2$ . Потребители на рынке характеризуются функцией спроса

$$D(p) = \max\{0, 12 - p\}$$

- 1) Найти оптимальную стратегию монополии с учетом акцизного налога  $t = 2$ .
- 2) Найти общественное благосостояние при оптимальной стратегии монополии. Сравнить его с общественным благом в конкурентном равновесии.

**Задание 4.**

Найти все равновесия по Штакельбергу с для игры Г1 с двумя матрицами:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 2 \\ 7 & -5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 7 & 7 & 3 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}.$$

**Задание 5.** Как искать равновесие по Штакельбергу в игре Г2 с матрицей?

**Задание 6.** Модель монопольного рынка. Эластичность и медленное убывание спроса. Их взаимосвязь.

**Вопросы к экзамену.**

1. Игра в нормальной форме. Равновесие Нэша. Предмет теории игр. О существовании, единственности и свойствах равновесия Нэша. Понятие Парето-оптимальности. Примеры: «дилемма заключенного», игры на координацию. Классификация игр 2х2.
2. Теорема о существовании равновесия Нэша. Выпуклые, вогнутые, квази-вогнутые функции. Теоремы Какутани и Брауэра о неподвижной точке. Теорема для игр с квази-вогнутыми функциями выигрыша.

3. Смешанное расширение игры. Теорема существования равновесия Нэша в смешанном расширении. Необходимые условия равновесия. Вычисление равновесий в биматричных играх.
4. Доминирующие множества стратегий. Понятия доминирования. Последовательное исключение доминируемых стратегий. Доминирование смешанной стратегией. Теоремы о связи доминирования с поиском равновесий Нэша. Равновесие в доминирующих стратегиях. Аукцион второй цены.
5. Позиционные игры с полной информацией. Определение позиционной игры. Понятие совершенного подыгрового равновесия. Алгоритм Куна. Нормальная форма ПИ. Стратегии показания.
6. Функции полезности. Аксиомы теории полезности. Теорема Неймана о существовании функции полезности, удовлетворяющей аксиомам.
7. Эволюционные и адаптивные процессы. Динамика наилучших ответов. Адаптивные динамики. Связь с равновесиями и доминирующими множествами.
8. Модель конкурентного рынка одного товара. Модель рынка одного товара. Функции себестоимости. Функции спроса и предложения, их свойства. Принцип конкурентного равновесия. Понятие об условиях совершенной конкуренции.
9. Монопольный рынок. Задача об оптимальной стратегии монополии. Монополия и равновесная цена. Эластичность и медленное убывание спроса. Случай неэластичного спроса.
10. Оптимальность состояния равновесия по Вальрасу. Модель двухотраслевой экономики. Оптимальность состояния равновесия по Вальрасу. Случай монополии в одной отрасли.
11. Основные виды налогов (с продаж, с прибыли, акцизы, НДС). Их влияние на функцию предложения и равновесие.
12. Модели олигополии. Модель олигополии Курно. Условие существования и вычисление равновесия Нэша. Сравнение с конкурентным равновесием. Модель Бертрана-Эджворта. Функции остаточного спроса. Свойства равновесий Нэша. Условия существования.
13. Модели организации налоговой инспекции. Оптимальная стратегия проверок в случае честных инспекторов. Модель с учетом коррупции. Оптимальная стратегия проверок и ревизий.



**ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)**

Оценка	2	3	4	5
<del>РО и соответствующие виды оценочных средств</del>				
<b>Знания</b> Экзамен	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> Контрольная работа	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> Экзамен	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

**Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)**

Результаты обучения	Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения
<b>Владеть:</b> 1. Способность понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат. 2. Способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности основные законы естествознания.	ПК-2.  ПК-3.



8. Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

Васин А.А., Морозов В.В. (2003). Введение в теорию игр с приложениями к экономике. М.: МАКС пресс.

Дополнительная литература:

Васин А.А. (2005). Некооперативные игры в природе и обществе. М.: МАКС пресс.

Материально-техническое обеспечение: аудитория с партами, меловой доской и проектором.

9. Язык преподавания - русский.

10. Преподаватели: профессор факультета ВМК МГУ А.А. Васин,  
доцент факультета ВМК МГУ Белянкин Г.А.

11. Авторы программы: профессор факультета ВМК МГУ А.А. Васин.