

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

декан факультета вычислительной  
математики и кибернетики



/И.А. Соколов /

« 14 » октября 2021г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### «Задачи разрешимости логических формул и приложения»

**Уровень высшего образования:**

**магистратура**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.04.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Искусственный интеллект в кибербезопасности**

**Форма обучения:**

**очная**

Рабочая программа рассмотрена и утверждена  
на заседании Ученого совета факультета ВМК  
(протокол № 4, от 29 сентября 2021 года)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 13.

**1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:**

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

**2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия:**

учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре и теории вероятностей в объеме, соответствующем программе обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

**3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.**

<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>		
<b>Содержание и код компетенции.</b>	<b>Индикатор (показатель) достижения компетенции</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций</b>
ОПК-1. Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математики и информатики. ОПК-1.2. Умеет решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики в профессиональной деятельности ОПК-1.3. Имеет практический опыт решения актуальных задач фундаментальной и прикладной математики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 З-2 ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения. ОПК-1.2. У-1 УМЕТЬ: применять актуальные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения. ОПК-1.3 В-1 ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения.

ОПК-2. Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает архитектуру системы искусственного интеллекта математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов. ОПК-2.2. Умеет выстраивать архитектуру системы искусственного интеллекта математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов. ОПК-2.3 Имеет опыт реализации архитектуры системы искусственного интеллекта математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов.	ОПК-2.1 3-1 (М-СПК-3) ЗНАТЬ: способы оценки качества как реализуемых, так и уже существующих методов и алгоритмов для задач разрешимости логических формул. ОПК-2.2. У-2 УМЕТЬ: выбирать, разрабатывать и проводить экспериментальную проверку работоспособности методов и алгоритмов решения систем решения логических формул. ОПК-2.3. В-1 ВЛАДЕТЬ: навыками выбора и оценки способов разработки и реализации методов и алгоритмов решения систем решения логических формул.
---	--	--

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 36 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 72 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

В курсе рассматриваются способы решения задач разрешимости логических формул. Рассматриваются алгоритмы решения SAT (Boolean satisfiability problem) и SMT (satisfiability modulo theories) задачи. Затрагиваются способы решения прикладных задач разрешимости логических формул, такие как model checking, symbolic execution, генерация кода. Приводятся способы оптимизации алгоритмов решения SAT и SMT, а именно оптимизации CDCL и DPLL алгоритмов.

Наименование и краткое содержание разделов и тем	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы из них

дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Тема 1 Введение в радачи разрешимости логических формул: основные концепции, технологии и приложения.	2	2					2	4		4
Тема 2 Пропозиционная логика и нормальные формы.	8	4					4	8		8
Тема 3 Введение в SAT-решатели. Сведения задач к SAT-задаче.	12	6					6	12		12
Тема 4 Введение SMT-решатели. Ленивый алгоритм.	8	4					4	8		8
Тема 5 SAT- решатели: алгоритм Conflict-Driven Clause Learning.	8	4					4	8		8

Тема 6 SMT-решатели: DPLL(T) фреймворк.	8	4					4	8		8
Тема 7 Теории: равенства и неинтерпретируемых функций, линейной арифметики, векторов битов и массивов.	10	6					6	12		12
Тема 8 Приложения: Symbolic execution, Model checking, Синтез программ.	12	6					6	12		12
Промежуточная аттестация экзамен										
Итого	108	36					36			72

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания

**Примерные практические контрольные задания для текущего контроля успеваемости.**

Задача 1. (10 баллов)

Даны булевы переменные  $x_1, \dots, x_5$ . Постройте две разные булевы формулы в форме КНФ, которые выражают следующую формулу:  $x_1 + \dots + x_5 \leq 2$ . Первая должна содержать только переменные  $x_1, \dots, x_5$ , вторая - дополнительные переменные.

Задача 2. (10 баллов)

Обозначим первую формулу как `AtMostTwoA`, вторую - `AtMostTwoB`. Представьте в виде КНФ формулы  $y_1 = \text{AtMostTwoA}(x_1, \dots, x_5)$ ,  $y_2 = \text{AtMostTwoB}(x_1, \dots, x_5)$ .

Задача 3. (5 баллов)

Напишите формулу, выражающую следующее утверждение: существует оценка  $x_1, \dots, x_5$ , такая, что не выполняется  $y_1$  и выполняется  $y_2$ , используя  $y_1 = \text{AtMostTwoA}(x_1, \dots, x_5)$ ,  $y_2 = \text{AtMostTwoB}(x_1, \dots, x_5)$ .

Задача 4. (5 баллов)

Проверьте получившуюся формулу на SAT-решателе и предоставьте результат вычисления.

Задача 5. (10 баллов)

Рассмотрим квадратную таблицу  $10 \times 10$  и все возможные прямоугольники внутри сетки, длина и ширина которых не менее 2. Напишите следующую формулу: существует ли раскраска сетки с использованием трех цветов, чтобы ни один такой прямоугольник не имел одинакового цвета в своих четырех углах.

Задача 6. (10 баллов)

Решите заданную формулу на SAT решателе и по результату решателя (если формула разрешима) постройте нужную таблицу.

Задача 7. (10 баллов)

Напишите на языке программирования Python генератор формулы `colorA(n)` в формате DIMACS для задачи о том, что существует 2-раскраска положительных чисел от 1 до  $n$  такая, что для любого целочисленного решения  $a + b = c$  т.ч.  $1 \leq a < b < c \leq n$  выполняется, что  $b$  и  $c$  не имеют одинаковый цвет. (Подсказка: для каждого целого числа используйте булеву переменную  $x_i$ .  $x_i$  равно `true` означает, что  $i$  раскрашен в первый цвет, и равно `false`, если  $i$  раскрашен во второй цвет).

Задача 8. (10 баллов)

Напишите на языке программирования Python генератор формулы `colorB(n)` в DIMACS формате для задачи о том, что существует ли 2-раскраска положительных чисел от 1 до  $n$  такая, что для любого целочисленного решения уравнения  $a^2 + b^2 = c^2$  ( $1 \leq a < b < c \leq n$ ) выполняется, что  $b$  и  $c$  не имеют одинаковый цвет. (Подсказка: для каждого целого числа используйте булеву переменную  $x_i$ .  $x_i$  равно `true` означает, что  $i$  раскрашен в первый цвет, и равно `false`, если  $i$  раскрашен во второй цвет).

Задача 9. (10 баллов)

Используйте указанный выше в задаче 8 генератор, чтобы построить формулу  $\text{colorB}(7)$ . Рассмотрим начальные шаги CDCL, в которых  $x_1 = 1$ ,  $x_3 = 1$ . Распространение единиц приводит к конфликту. Нарисуйте граф импликации и вычислите первую единичную точку импликации этого графа.

Задача 10. (10 баллов)

Напишите на языке программирования Python общий генератор в формате DIMACS для головоломок n-судоку, т.е. для пустого поля.

Задача 11. (5 баллов)

Рассмотрим три поля судоку. Какое из них можно решить с помощью распространения единицы? Выберите поле, которое можно решить с помощью распространения единицы (unit propagation).

2				2				2			
		3				3				3	
			1				1				1
		2			1				3		

Задача 12. (5 баллов)

Рассмотрим три приведенных выше поля судоку. Какие из них выполнимы? Перечислите все удовлетворяющие оценки полей в виде списка истинных литералов.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

Список вопросов для экзамена.

1. Пропозиционная логика и нормальные формы. Способы приведения формулы к нормальной форме.
2. SAT-решатели. Сведения задач к SAT-задаче и способы кодирования задач.
3. SAT-решатели: алгоритм Conflict-Driven Clause Learning.
4. SAT-решатели: основные эвристики.



5. SMT-решатели. Ленивый алгоритм.
6. SMT-решатели: DPLL(T) фреймворк.
7. Теории: равенства и неинтерпретируемых функций.
8. Теории: линейной арифметики.
9. Теории: векторов битов.
10. Теории: массивов.
11. Приложения: Symbolic execution.
12. Приложения: Model checking.
13. Приложения: Синтез программ.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

#### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

#### **Система контроля и оценивания**

За каждую домашнюю выставляются баллы (максимум 40 баллов). Пусть  $M$  – максимальное число баллов, которое может набрать студент. В конце семестра баллы конвертируются в оценку  $O1$  следующим образом:

меньше  $M/2$  баллов:  $O1=2$ ;

больше или равно  $M/2$  баллов, но меньше  $2M/3$ :  $O1=3$ ;

больше или равно  $2M/3$  баллов, но меньше  $5M/6$ :  $O1=4$ ;

больше или равно  $5M/6$  баллов:  $O1=5$ .

На экзамене оценка  $O1$  является стартовой. Окончательная оценка определяется исходя из оценки устного ответа студента, при этом она не может отличаться от стартовой оценки более чем на 1 балл.

#### **Структура и график контрольных мероприятий**

Сдача домашних заданий, устный экзамен в конце семестра.

<b>ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)</b>				
Оценка	2	3	4	5

РО и соответствующие виды оценочных средств				
<b>Знания</b> <i>Экзамен</i>	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> <i>Практические задания</i>	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки (владения, опыт деятельности)</b> <i>Экзамен, практические занятия</i>	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

## 7. Ресурсное обеспечение:

### 7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

#### Основная литература:

1. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. Москва, "Физико-математическая литература", 2015 г., 250 с.
2. Набебин А.А. Логика и Пролог в дискретной математике. М., Изд-во МЭИ, 2007.
3. Кларк Э.М., Грамберг О., Пелед Д. Верификация моделей программ: model checking. Изд-во МЦНМО, Москва, 2002, 405 с.

#### Дополнительная литература:

1. Сидельников В.М. Теория кодирования. ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2008, с. 322.
2. Логачев О.А., Сальников А.А., Смышляев С.В., Яценко В.В. Булевы функции в теории кодирования и криптологии. ЛЕНАНД, Москва, 2015, с. 576.
3. Э. Берлекэмп. Алгебраическая теория кодирования. Москва «Мир», 1971.
4. Т. Касами, Н. Токура, Ё. Ивадари, Я. Инагаки. Теория кодирования. Москва «Мир», 1978.

7.2. Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства  
При реализации дисциплины может быть использовано следующее программное обеспечение:

1. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
2. Издательская система LaTeX.

7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. <http://www.edu.ru> – портал Министерства образования и науки РФ
2. <http://www.ict.edu.ru> – система федеральных образовательных порталов «ИКТ в образовании»
3. <http://www.openet.ru> - Российский портал открытого образования
4. <http://www.mon.gov.ru> - Министерство образования и науки Российской Федерации
5. <http://www.fasi.gov.ru> - Федеральное агентство по науке и инновациям

7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; Российская академия наук, Отделение математических наук. - М. : [б. и.], 2010. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.  
URL: <http://www.mathnet.ru>
2. Университетская библиотека Online [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система / ООО "Директ-Медиа" . - М. : [б. и.], 2001. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. Универсальные базы данных East View [Электронный ресурс] : информационный ресурс / East View Information Services. - М. : [б. и.], 2012. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.  
URL: [www.ebiblioteka.ru](http://www.ebiblioteka.ru)
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : информационный портал / ООО "РУНЭБ" ; Санкт-Петербургский государственный университет. - М. : [б. и.], 2005. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.  
URL: [www.eLibrary.ru](http://www.eLibrary.ru)

#### 7.5. Описание материально-технического обеспечения.

Факультет, ответственный за реализацию данной Программы, располагает соответствующей материально-технической базой, включая современную вычислительную технику, объединенную в локальную вычислительную сеть, имеющую выход в Интернет. Используются специализированные компьютерные классы, оснащенные современным оборудованием. Материальная база факультета соответствует действующим санитарно-техническим нормам и обеспечивает проведение всех видов занятий (лабораторной, практической, дисциплинарной и междисциплинарной подготовки) и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом.

8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.

9. Разработчик (разработчики) программы.

Холин Роман Вадимович, Гамаюнов Денис Юрьевич.

10. Язык преподавания - русский.