***Кафедра математической кибернетики***

Курс **«Графы и их применения»**

Лекторы: доцент Селезнева С.Н., к.ф.-м.н. Бухман А.В.

Осенний семестр, полугодовой

*Аннотация.* В курсе рассматриваются как классические, так и современные вопросы теории графов. В первой части рассматриваются важные характеристики графов, доказываются некоторые теоремы теории графов. Вторая часть посвящена алгоритмам на графах с доказательствами оценок их сложности, в ней уделяется внимание приближенным и вероятностным алгоритмам решения трудных задач на графах. В курсе приводятся примеры применения графов.

**Программа курса**

**Часть 1. Некоторые вопросы теории графов.**

1. Основные определения теории графов. Простейшие свойства графов.

2. Деревья. Остовные деревья. Теорема об остовном дереве связного графа. Теорема о числе остовных деревьев полного графа. Теорема о двух остовных деревьях графа. Теоремы об оценках числа висячих вершин в остовном дереве графа.

3. Маршруты в графах и обходы графов. Критерий эйлеровых графов. Гамильтоновы графы. Достаточные признаки гамильтоновых графов. Признак Дирака.

4. Раскраски графов. Хроматическое число графа. Критерий Кёнига двураскрашиваемости графа. Теоремы об оценках хроматического числа графа. Теорема Брукса.

5. Раскраски графов. Реберное хроматическое число графа. Теоремы об оценках реберного хроматического числа графа. Теорема Визинга.

6. Наследственные свойства графов. Экстремальные графы. Теорема о максимальном числе ребер в графе без треугольников. Теорема Турана о максимальном числе ребер в графе без полного графа с n вершинами.

7. Числа Рамсея. Теоремы об оценках чисел Рамсея.

8. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о величине максимального потока в сети.

**Часть 2. Алгоритмические вопросы теории графов.**

9. Основные алгоритмы на графах: поиск в глубину и поиск в ширину, построение остовных деревьев и множества фундаментальных циклов в графе.

10. Нахождение компонент двусвязности графа.

11. Алгоритмы построения кратчайшего остовного дерева в графе.

12. Алгоритмы построения максимального потока в сети.

13. Алгоритмы построения наибольшего паросочетания в двудольном графе.

14. Приближенные алгоритмы для трудных задач. Задача о коммивояжере с неравенством треугольника и в общем случае.

15. Приближенные алгоритмы нахождения хроматического числа графа.

16. Приближенные алгоритмы нахождения наиболее мощной клики графе.

**Литература**

1. Зыков А.А. Основы теории графов. М.: Наука, 1987.

2. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов Э.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Книжный дом «Либроком», 2009.

3. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.

4. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.

5. Райгородский А.М. Экстремальные задачи теории графов и Интернет. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2012.

6. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.

7. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. М.: Мир, 1966.

8. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

9. Krivelevich M., Vu V. Approximating the independence number and the chromatic number in expected polynomial time // Automata, Languages and Programming. Lecture Notes in Computer Science. 2000. 1853/2000. P. 13-24.

10. Kucera L. The greedy coloring is a bad probabilistic algorithm // J. Algorithms. 1991. 12. P. 674-684.

11. Boppana R., Halldorsson M.M. Approximating maximum independent sets by excluding subgraphs // BIT Numerical Mathematics. 1992. 32. 2. P. 180-196.