

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Теория вероятностных распределений»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – «01.06.01 - Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05)

2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностных распределений

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 – «Математика и механика». Направленность (профиль) «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05)

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения во 1-м семестре обучения.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и

	анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)	У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

28 часов составляет контактная работа с преподавателем – 24 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

80 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, функциональному анализу, теории вероятностей и математической статистике в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используются учебные пособия и статьи из журналов из международных баз данных, а также статистические пакеты прикладных программ для проведения расчетов в примерах.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В рамках курса «Теория вероятностных распределений» рассматриваются общие проблемы теории вероятностных распределений последовательно для случайных величин, случайных векторов и случайных процессов. Далее предлагаются многочисленные примеры конкретных распределений, которые будут полезны аспирантам в работе над конкретными задачами, с описанием их основных свойств. Показана связь этих распределений с теорией предельных теорем. В заключительной части курса рассматриваются очень популярные в последнее время темы: подчиненные процессы, самоподобные процессы, процессы с долговременной зависимостью, распределения с тяжелыми хвостами.

Наименование и	Всего	В том числе
----------------	-------	-------------

краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
Тема 1. Случайный элемент и его распределение. Измеримое пространство. Вероятностное пространство. Случайный элемент и его распределение. Основные свойства распределений случайных элементов. Примеры.	10	2	-	-	-		2	8	-	8
Тема 2. Классические одномерные и многомерные распределения и их обобщения. Одномерная схема	18	6	-	-	-	-	2	12	-	12

<p>Бернулли, биномиальное, геометрическое и пуассоновское распределения.</p> <p>Классические одномерные непрерывные распределения и их приложения в статистике.</p> <p>Многомерная схема Бернулли, многомерные биномиальное, геометрическое и пуассоновское распределения.</p> <p>Классические многомерные непрерывные распределения и их приложения в статистике.</p>										
<p>Тема 3. Классические случайные процессы и их основные свойства</p> <p>Случайное блуждание, однородный процесс Пуассона, сложный процесс Пуассона, винеровский процесс, процесс Орнштейна-Уленбека, процессы Леви.</p>	16	4	-	-	-		4	12	-	12
<p>Тема 4. Предельные теоремы и связанные с</p>	16	4	-	-	-		4	12	-	12

<p>ними распределения.</p> <p>Общая постановка задачи о предельных теоремах в схеме серий. Безгранично делимые распределения, формула Леви-Хинчина для характеристической функции. Условия сходимости к заданному безгранично делимому распределению. Устойчивые распределения, формула для характеристической функции, описание областей притяжения.</p>										
<p>Тема 5. Случайные суммы и подчиненные процессы</p> <p>Случайные суммы и предельные теоремы для них. Теорема переноса Гнеденко-Фахима. Случайная замена времени, субординатор. Подчиненные процессы, неоднородный процесс Пуассона. Связь устойчивых процессов Леви с различными</p>	16	4	-	-	-	-	4	12	-	12

показателями.										
Тема 6. Самоподобные процессы Определение самоподобного процесса и вычисление его характеристик. Процесс дробного броуновского движения и альфа-устойчивое движение Леви.	16	4					4	12		12
Тема 7. Распределения и процессы со специальными свойствами Различные классы распределений с тяжелыми хвостами и их соотношения. Процессы с долговременной зависимостью. Примеры.	16	4					4	12		12
8. Промежуточная аттестация – устный экзамен							4	80		
Итого	108						28	80		

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная учебно-методическая литература

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977. – 570 с.
2. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 264 с.
3. Скороход А.В. Случайные процессы с независимыми приращениями. – М.: Наука, 1964. – 278 с.
4. Ширяев А.Н. Вероятность. – М.: Наука, 1989. – 640 с.

Дополнительная литература

1. D'Apice, Ciro; Khokhlov, Yury; and Sidorova Oksana, On an extension of class of self-similar processes – In: Transactions of The XXV International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models, Salerno, Italy, September 20-24, 2005, pp. 35-38.
2. Bertoin J. Levy Processes. Cambridge University Press, 1996. – 266 p.
3. Н.Л. Джонсон, С. Коц, А. Кемп. Одномерные дискретные распределения. – М.: Бином, 2010. – 560 с.
4. Балакришнан Н., Котц С., Джонсон Н.Л. Одномерные непрерывные распределения. – М.: Бином, 2010. – 703 с.
5. N. Balakrishnan, V.B. Nevzorov. A primer on statistical distributions. – John Wiley&Sons, New Jersey, 2003. – 305 p.
6. Embrechts P. and Maejima M. Selfsimilar Processes. – Princeton University Press, 2002. – 111 p.
7. Галактионова О.В., Хохлов Ю.С., Модель телетрафика, объединяющая устойчивое движение Леви и дробное броуновское движение. - Вестник Тверского госуниверситета, сер. Прикладная математика, 2006, вып. 3, с. 163-167.
8. Gnedenko B.V., Korolev V.Yu. Random Summation. Limit Theorems and Applications. – Boca-Raton, Florida: CRT Press, 1996.
9. Жакод Ж., Ширяев А.Н. Предельные теоремы для случайных процессов. – М.:Физматлит, 1994. – 544 с.
10. Зингер А.А. Об одном классе предельных распределений для нормированных сумм независимых случайных величин. –

- Теория вероятн. и ее примен., 1965, Т. 10, вып. 4, с. 672-692.
11. Золотарев В.М. Одномерные устойчивые законы. – М.: Наука, 1983. – 304 с.
 12. Иванова Н.Л., Хохлов Ю.С., Многомерная модель коллективного риска. -- Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2005, № 3. С. 35-43.
 13. Mikosch Th., Resnick S., Rootzen H., Stegeman A. Is network traffic approximated by stable Levy motion or fractional Brownian motion? - Ann. Appl.Probab., 2002. — V. 12, № 1. — P. 23-68.
 14. Петров В.В. Суммы независимых случайных величин. – М.: Наука, 1972. – 416 с.
 15. Румянцев А.С., Морозов Е.В. Распределения с тяжелыми хвостами и их приложения. – Петрозаводск: ПетрГУ, 2013.
 16. Sato K. Levy processes and infinitely divisible distributions. – Cambridge University Press, 1999. – 499 p.
 17. Samorodnitsky, G. and Taqqu M.S. Stable Non-Gaussian random Processes. Stochastic Models with Infinite Variance. – Chapman and Hall, New York-London, 1994.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»

1. www.probability.net
2. <http://elibrary.ru>
3. www.scopus.com

ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

профессор, д.ф.-м.н. Хохлов Юрий Степанович

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Теория вероятностных распределений»

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и	В целом успешное, но не систематическое умение применять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение применять современные методы	Устный экзамен

<p>методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>		<p>анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>

решения В1 (ПК-1)						
УМЕТЬ критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательск их и практических задач, в том числе междисциплина рных областях У1(УК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	В целом успешное, но не систематическое умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Реферат
ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологически х проблем, возникающих при решении исследовательски х и практических задач, в том числе в междисциплинар ных областях Код В1 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно- исследовательск	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно- исследовательскую деятельность в	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно- исследовательскую	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-	реферат

ую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)		соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	реферат

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Случайный элемент и его распределение. Примеры: случайная величина, случайный вектор, случайный процесс.
2. Одномерные распределения вероятностей: вырожденное, Бернулли, биномиальное, геометрическое, Пуассона, отрицательное биномиальное, равномерное, нормальное, гамма, показательное, хи-квадрат, Стьюдента, Снедекора-Фишера, Вейбулла, Парето, логистическое, логнормальное, отрицательное гауссовское, бета.
3. Многомерные распределения: Многомерное Бернулли, многомерное биномиальное, полиномиальное, многомерное распределение Пуассона, равномерное в области, многомерное нормальное, многомерное распределение Стьюдента, распределение Уишарта.
4. Примеры случайных процессов: процесс Леви, процесс Пуассона, винеровский процесс, гамма-процесс, многомерный процесс Пуассона.
5. Безгранично делимые распределения и их связь с предельными теоремами.
6. Формула Леви-Хинчина для характеристической функции безгранично делимого распределения. Примеры безгранично делимых распределений.
7. Условия сходимости к заданному безгранично делимому распределению.

8. Устойчивые распределения: определение, связь с предельными теоремами, формула для характеристической функции, описание областей притяжения.

9. Распределения с тяжелыми хвостами: определение четырех классов и их соотношения. Примеры.

10. Подчиненные процессы. Структура неоднородного процесса Пуассона.

11. Самоподобные процессы: определение, примеры.

**Дополнительные вопросы к экзамену по курсу
"Теория вероятностных распределений"
(Знать наизусть!)**

1. Определение случайного элемента и его распределения.

2. Одномерные распределения вероятностей: вырожденное, Бернулли, биномиальное, геометрическое, Пуассона, отрицательное биномиальное, равномерное, нормальное, гамма, показательное, хи-квадрат, Стьюдента, Снедекора-Фишера, Вейбулла, Парето, логистическое, логнормальное, отрицательное гауссовское, бета.

3. Многомерные распределения: Бернулли, многомерное биномиальное, полиномиальное, геометрическое, многомерное распределение Пуассона, равномерное в области, многомерное нормальное, многомерное распределение Стьюдента, распределение Уишарта.

4. Примеры случайных процессов: процесс Леви, процесс Пуассона, винеровский процесс, гамма-процесс, многомерный процесс Пуассона.

5. Определение безгранично делимого распределения.
6. Формула Леви-Хинчина для характеристической функции безгранично делимого распределения.
7. Примеры безгранично делимых распределений.
8. Определение устойчивого распределения.
9. Формула для характеристической функции устойчивого распределения.
9. Распределение с тяжелым хвостом.
10. Распределение с длинным хвостом.
11. Субэкспоненциальное распределение и его основное свойство.
12. Распределение с правильно меняющимся хвостом.
13. Определение самоподобного процесса.
14. Дробное броуновское движение.
15. Альфа-устойчивое движение Леви.
16. Определение субординатора.
17. Примеры субординаторов: детерминированный процесс, альфа-устойчивый процесс, гамма-процесс, процесс Пуассона.
18. Определение подчиненного процесса.

19. Примеры подчиненных процессов: неоднородный процесс Пуассона, симметричный альфа-устойчивый процесс и его получение из винеровского процесса, сложный процесс Пуассона, процесс Кокса.
20. Определение стационарной последовательности со свойством долговременной зависимости.
21. Связь свойства самоподобия со свойством долговременной зависимости.