Содержание

Секция II. Кафедры системного анализа, нелинейных динамических систем и процессов управления

Секция III. Кафедры автоматизации научных исследований, вычислительных методов, вычислительных технологий и моделирования

Секция IV. Лаборатории информационных технологий, ЭВМ, вычислительного практикума и информационных систем

Секция V. Кафедры общей математики и функционального анализа и его применений

Секция VI. Кафедра оптимального управления

Секция VII. Кафедры алгоритмических языков, автоматизации систем вычислительных комплексов, квантовой информатики

Секция VIII. Кафедра математической физики, лаборатории вычислительной электродинамики, моделирования процессов тепломассопереноса, обратных задач

Программа конференции

14 ноября, понедельник, 14.30
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Секция I

Кафедры исследования операций, математической кибернетики, математических методов прогнозирования

1. Оптимальные механизмы подавления коррупции. Доклад профессора Васина А.А., аспирантов Николаева П.В.,Уразова А.С.
2. Модели организации рынка мощности и электроэнергии. Доклад профессора Васина А.А., асп. Гусева А.Г.
3. Рациональность агрегированных экономических агентов. Доклад профессора Поспелова И.Г., ассистента Вржеща В.П.
4. Верхняя оценка бесконечного опциона на два актива. Доклад доцента Морозова В.В., асп. Хижняка К.В.
5. Метод Джозефи–Ньютона для полугладких обобщенных уравнений. Доклад профессора Измаилова А.Ф., профессора IMPA (Рио де Жанейро, Бразилия) Солодова М.В., асп. Куренного А.С.
6. Метод модифицированных функций Лагранжа для вырожденных задач оптимизации. Доклад профессора Измаилова А.Ф., асп. Ускова Е.И.
7. Игровые постановки задачи агент-принципал для разных условий информированности игроков. Доклад ст.науч.сотр. Белянкиной Т.В.
8. Оценка шансов принятия оптимального решения на выборах при наличии нескольких одинаково выгодных кандидатов. Доклад профессора Новиковой Н.М., асп. Машечкина А.И.
9. Аппроксимация максимально допустимых перетоков в энергосистемах зафиксированными мощностями узлов. Доклад доцента Давидсона М.Р., асп. Богданова И.П.
10. О критериальной таблице в P_3. Доклад мл. науч. сотр. Нагорного А.С.
11. Синтез корректных процедур распознавания на основе алгебро-логического анализа данных. Доклад доцента Дюковой Е.В., асп. Сотнезова Р.М.
12. Исследование масштабируемости спектрального алгоритма распознавания повторов в геномах. Доклад доцента Панкратова А.Н., доцента Поповой Н.Н., профессора Дедуса Ф.Ф., ст. науч. сотр. ИМПБ РАН Тетуева Р.К., асп.Пяткова М.И., асп. Колесина М.С.

14 ноября, понедельник, 14.30

II учебный корпус, 6 этаж, ауд.612

Секция II

Кафедры системного анализа, нелинейных динамических систем и процессов управления

1. Основы экстремальной теории размерностей. Доклад профессора Смольякова Э.Р.
2. Бегущие волны и диффузионный хаос в одной модели реакция-диффузия. Доклад профессора Магницкого Н.А., асп. Карамышевой Т.В.
3. О связи структуры бифуркационных диаграмм интервальных отображений и систем дифференциальных уравнений. Доклад профессора Магницкого Н.А., асп. Рябкова О.И.
4. Моделирование и визуализация транспорта макромолекул в опухолевых тканях. Доклад профессора Фомичева В.В., асп. Родиченко Н.С.
5. О некотором подходе к одновременной стабилизации динамических объектов с запаздыванием. Доклад доцента Фурсова А.С., асп. ИСА РАН Миняева С.И.
6. О вычислении синтеза управлений в задаче преследования при неопределенности по данным финитных наблюдателей. Доклад ассистента Точилина П.А.
7. Метод динамического программирования для систем с запаздыванием. Доклад ассистента Вострикова И.В. .
8. Прямой метод решения задач управления. Доклад доцента Терновского В.В., профессора Хапаева М.М.
9. Об управляемости нелинейных систем. Доклад ст. преподавателя кафедры нелинейного анализа и оптимизации РУДН Максимовой И.С., доцента кафедры нелинейного анализа и оптимизации РУДН Розовой В.Н.
10. Оценка погрешности функционала качества в распределенной задаче о терапии клеток. Доклад профессора Братуся А.С., асп. Зайчик С.Ю.
11. Задача синтеза быстрых управлений при неопределенности. Доклад доцента Дарьина А.Н., ассистента Минаевой Ю.Ю.
12. Накрывающие отображения в метрических пространствах компактных подмножеств. Доклад ассистента кафедры нелинейного анализа и оптимизации РУДН Жуковского С.Е.
13. Оценка доходности пула инвестиционных проектов в модели оптимального инвестирования в непрерывном времени. Доклад профессора Шананина А.А., к.ф.-м.н. ВЦ РАН Ващенко М.П.

15 ноября, вторник, 14.30

II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Секция III

Кафедры автоматизации научных исследований, вычислительных методов, вычислительных технологий и моделирования

1. Математические свойства модели подавления вертикальной неустойчивости плазмы. Доклад чл.-корр. РАН Костомарова Д.П., доцента Сычугова Д.Ю.
2. Исследование консервативности трехстадийных симметрично-симплектических методов Рунге–Кутты. Доклад профессора Еленина Г.Г., асп. Александрова П.А.
3. Восстановление периодических функций вариационным методом. Доклад доцента Терновского В.В., профессора Хапаева М.М.
4. Разностные схемы со спектральным разрешением для задач газовой динамики и аэроакустики. Доклад ст. науч. сотр. Дородницына Л.В., сотрудника ИПМ им. М.В. Келдыша РАН Александрова А.В.
5. Консервативная модель переноса вещества по сердечно-сосудистой системе. Доклад профессора Мухина С.И., асп.Борзова А.Г.
6. О корректной постановке задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе.Доклад ст. науч. сотр. Моисеева Т.Е.
7. Особенности течений в системе эластичных трубок при наличии гравитационных сил. Доклад профессора Мухина С. И., доцента Есиковой Н.Б., профессора Соснина Н.В., профессора Фаворского А.П.
8. Реализация схемы КАБАРЕ в модели Мирового океана в трехполярной системе координат. Доклад гл. науч. сотр. ИВМ РАН, чл.-корр. РАН Ибраева Р.А., ст. науч. сотр. ИВМ РАН Кострыкина С.В. , студента Кауркина М.Н.
9. Тензорные методы и задачи со сложной конфигурацией частиц. Доклад ст.науч.сотр. ИВМ РАН Оселедца И.В. , асп. Михалева А.Ю.
10. Математическое моделирование динамики квазивидов ВИЧ. Доклад профессора Бочарова Г.А. , студ. Телятникова И.С.
11. Исследование и алгоритмы решения класса задач об оптимальном курсе корабля на основе теории рисков. Доклад профессора Агошкова В. И., асп. Заячковского А.О.
12. Информационно-вычислительная система вариационной ассимиляции данных наблюдений в моделях гидротермодинамики Мирового океана. Доклад профессора Агошкова В. И., доцента, ст. науч. сотр. ИВМ РАН Пармузина Е.И., асп. ИВМ РАН Ассовского М.В. , асп.Гиниатулина С.В. , асп. ИВМ РАН Захаровой Н.Б., асп. Заячковского А.О.

16 ноября, среда, 15.00
II учебный корпус, 2 этаж, ауд.П-8А

Торжественное заседание Совета факультета ВМК, посвященное 300-летию М.В.Ломоносова

1. Вступительное слово декана факультета ВМК МГУ, академика РАН Моисеева Е.И.
2. М.В.Ломоносов и основание Московского университета. Доклад доктора исторических наук профессора Гутнова Д.А.
3. Оптимизация граничного управления колебаниями неоднородного стержня. Доклад академика РАН Ильина В.А.
4. Модели в разработке и анализе программных систем. Доклад академика РАН Иванникова В.П., профессора Петренко А.К.
5. Математические методы распознавания образов: история и перспектива. Доклад академика РАН Журавлева Ю.И., чл.-корр. РАН Рудакова К.В.

17 ноября, четверг, 14.30
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Секция IV
Лаборатории информационных технологий, ЭВМ, вычислительного практикума и информационных систем

1. Разработка языков поисковых запросов в прикладных системах на примере языка CQL (Chess Query Language). Доклад науч. сотр. Захарова В.Б., асс. Махнычева В.С.
2. Интеллектуальные обучающие системы: проблема развития мышления в системно-информационной культуре. Доклад науч.сотр. Громыко В.И. , профессора Казаряна В.П., профессора МВТУ им. Баумана Васильева Н.С., ст. преподавателя РУДН Симакина А.Г.
3. Экспертная система на базе WiFi proximity. Доклад ст. науч. сотр. Намиота Д.Е.
4. Грид-системы из персональных компьютеров как резерв вычислительной мощности для решения научных задач. Доклад ст. науч. сотр. лаб. ОИТ, вед. науч. сотр. ИСА РАН Посыпкина М.А.
5. Инструментарий поддержки разработки распределенных приложений для платформы BOINC. Доклад инженера ИСА РАН Храпова Н.П.
6. Разработка систем программирования с помощью облачных технологий фирмы Google. Доклад ст. науч. сотр. Романова В.Ю.
7. Peer-to-peer сети нового поколения: требования, подходы, алгоритмы. Доклад науч. сотр. Денисова В.С.
8. Несовместимость необходимого следования с законом исключенного третьего. Доклад вед. научн. сотр. Брусенцова Н.П.
9. Об одной возможности реализации троичных цифровых устройств. Доклад вед. научн. сотр. Маслова С.П.

10. Деление целых чисел в троичной симетричной системе. Доклад вед. научн. сотр. Рамиля Альвареса Х.
11. Метод индексов Льюиса Кэрролла как основа компьютеризации рассуждения. Доклад ст. науч. сотр. Владимировой Ю.С.
12. Архитектура процессора троичной виртуальной машины. Доклад ст. науч. сотр. Сидорова С.А.
13. Кросс-система разработки программ на языке ДССП для троичной виртуальной машины. Доклад ст. науч. сотр. Бурцева А.А.

21 ноября, понедельник, 16.00

II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Секция V
Кафедры общей математики и функционального анализа и его применений

1. О разрешимости смешанных задач для волнового уравнения в пространстве W_p^1, $p \geqslant 1$. Доклад академика РАН Моисеева Е.И., ассистента Холомеевой А.А.
2. О колебаниях процесса, описываемого телеграфным уравнением, в случае системы, состоящей из двух участков с различными физическими параметрами. Доклад ассистента Смирнова И.Н.
3. Неклассические постановки задач для вырождающихся дифференциальных уравнений в частных производных. Доклад профессора Ломова И.С.
4. Теоремы равносходимости для операторов Штурма–Лиувилля с сингулярными потенциалами. Доклад доцента Садовничей И.В.
5. Асимптотика собственных функций операторов Штурма–Лиувилля с сингулярными потенциалами. Доклад доцента Садовничей И.В., асп. Швейкиной О.А.
6. О скорости стабилизации решения задачи Коши для параболического уравнения с младшими коэффициентами. Доклад доцента Денисова В.Н.
7. Математическое моделирование зон неустойчивой радиотехнической системы с активным ответом. Доклад ассистента Сазонова В.В.
8. О начально-краевой задаче для одного нелинейного нелокального по времени уравнения соболевского типа. Доклад чл.-корр. РАН Шишмарёва И.А., сотр. ООО «Мастердата» Аристова А.И.
9. Существование и асимптотика решения периодической задачи для эволюционного уравнения с квадратичной и кубической нелинейностями. Доклад ст.преподавателя Комарова М.В.
10. Об одной спектральной задаче с нелокальным граничным условием в теории оператора теплопроводности. Доклад доцента Капустина Н.Ю.

11. О задаче с отходом от характеристики для уравнения Геллерстедта. Доклад доцента Полосина А.А.
12. Каскадный поиск решений функциональных уравнений и систем: локальные версии. Доклад доцента Фоменко Т.Н.

22 ноября, вторник, 10.30

II учебный корпус, 6 этаж, ауд.653

Секция VI

Кафедра оптимального управления

1. О задаче быстродействия для трехмерных и четырехмерных управляемых систем. Доклад профессора Никольского М.С.
2. Знакоопределенность квадратичного функционала для управляемой системы интегральных уравнений. Доклад профессора Дмитрука А.В.
3. Дифференциальный экстрапроксимальный метод поиска точки равновесия в седловых играх двух лиц. Доклад профессора Васильева Ф.П., гл. науч. сотр. ВЦ РАН им. А.А. Дородницына профессора Антипина А.С., асп. Артемьевой Л.А.
4. Неравенство наблюдаемости с оптимальным пороговым моментом для волнового уравнения с однородным граничным условием третьего рода. Доклад профессора Потапова М.М., студ. Дряженкова А.А.
5. Пространственные и временные корреляционные функции в динамической теории спиновых флуктуаций. Доклад доцента Мельникова Н.Б.
6. Задачи минимизации загрязнений для модели биологической очистки сточных вод. Доклад профессора техасского женского университета Григорьевой Э.В., доцента Хайлова Е.Н., асп. Бондаренко Н.В.
7. Одношаговая оптимизационная модель экономического роста с учетом отрицательного влияния глобального потепления. Доклад науч. сотр. Ровенской Е.А.
8. Системный анализ последствий вымирания компонент экосистемы на всю экосистему. Доклад науч. сотр. Ровенской Е.А., асп. Вещинской В.В.
9. Об одной агентно-ориентированной модели экономического развития региона. Доклад науч. сотр. Ровенской Е.А. , студ. Стрелковского Н.В.
10. Управление движением колесного робота в задаче терминального управления при наличии препятствия. Доклад науч. сотр. Лукьяновой Л.Н.
11. Оптимальные стратегии вылова в одной модели рыбного хозяйства. Доклад доцента Орлова М.В., асп. Пучковой А.И.

23 ноября, среда, 10.30

II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Секция VII

Кафедры алгоритмических языков, автоматизации систем вычислительных комплексов, квантовой информатики

1. Система синтаксического анализа русскоязычных текстов TREETON. Доклад профессора Мальковского М.Г., асп. Старостина А.С.
2. Методы и средства построения программных систем для анализа текста с использованием лингвистических шаблонов. Доклад доцента Большаковой Е.И., мл. науч. сотр. Ефремовой Н.Э, асп. Носкова А.А.
3. О подклассах графовых представлений формальных языков. Доклад ст. преподавателя Вылитка А.А., студ. Ростовского А.В.
4. Исследование и разработка методов построения аннотаций и классификации текстовых данных. Доклад профессора Машечкина И.В., доцента Петровского М.И., асп. Царева Д.В.
5. Алгоритм Залки–Визнера. Доклад профессора Ожигова Ю.И.
6. Релятивистская квантовая криптография. Доклад профессора Молоткова С.Н.
7. Двухпараметрические протоколы квантового распределения ключей. Доклад ассистента Кронберга Д.А.
8. Моделирование и анализ кодов коррекции квантовых ошибок. Доклад ассистента Чернявского А.Ю.
9. Исследование эффективности решения задачи оптимального развития транспортной сети с непрерывным потоком на суперкомпьютерах. Доклад профессора Григоренко Н.Л., доцента Поповой Н.Н., ассистента Пивоварчука Д.Г., асп. Жаркова А.В.

23 ноября, среда, 14.30

II учебный корпус, 6 этаж, ауд.609

Секция VIII

Кафедра математической физики, лаборатории вычислительной электродинамики, моделирования процессов тепломассопереноса, обратных задач

1. О методах решения некоторых прямых и обратных задач электрокардиографии. Доклад профессора Денисова А.М., профессора Захарова Е.В., науч. сотр. Калинина А.В.
2. Об обратной двумерной задаче магнитотеллурического зондирования. Доклад ст. науч. сотр. Березиной Н.И., профессора Дмитриева В.И., ст. науч. сотр. Мерщиковой Н.А.
3. Метод решения квазитрехмерных задач электродинамики. Доклад профессора Дмитриева В.И., науч. сотр. Круглякова М.С.

4. Об одной задаче управляемой фурье-фильтрации. Доклад профессора Разгулина А.В., студентов Сазоновой С.В., Волкова Г.О.
5. Применение проекционного метода с использованием функций Гаусса–Лагерра в обработке изображений. Доклад профессора Крылова А.С., ассистента Сорокина Д.В.
6. Моделирование энергосъема с солнечных батарей российского сегмента международной космической станции. Доклад доцента Березина С.Б., асп. Скоблова Н.А., ассистента Сазонова В.В.
7. Исследование отраженного электромагнитного поля в задачах зондирования поверхности Земли. Доклад профессора Ильинского А.С., ст. науч. сотр. Галишниковой Т.Н.
8. Анализ резонансов плазмонных структур методом Дискретных источников. Доклад вед. науч. сотр. Еремина Ю.А.
9. Моделирование нового класса течений сжимаемого газа. Доклад вед. науч. сотр. Лебедева М.Г., мл. науч. сотр. Ситника В.В., мл. науч. сотр. Бочаровой О.В.
10. Функциональные свойства решений уравнений математической физики. Доклад ст. науч. сотр. Петровой Л.И.
11. Относительная эффективность МНК- и МНМ- оценок. Доклад профессора Щедрина Б.М., науч. сотр. Белова А.Г.

Секция I
Кафедры исследования операций, математической кибернетики, математических методов прогнозирования

Модели организации рынка мощности и электроэнергии

Васин Александр Алексеевич, Гусев Антон Георгиевич
Кафедра исследования операций, e-mail: `vasin@cs.msu.su`, `ag.ogk1@gmail.com`

В последнее десятилетие в России проходит реформа электроэнергетического сектора. Наиболее важными его компонентами стали оптовые рынки электроэнергии и мощности. Цель создания рынка мощности — снизить риски, связанные со строительством новых мощностей, и повысить инвестиционную привлекательность рынка электроэнергии, его способность удовлетворить спрос в долгосрочной перспективе, включая потребности сектора в резервах. Последние необходимы для обеспечения надежности электроснабжения в рамках системы с ограничениями на передачу мощности в случае возможных аварий, ошибок в прогнозах спроса и других непредвиденных обязательствах.

В настоящей работе рассматриваются некоторые варианты организации рынка мощности. Анализируются модели рационального поведения производителей, учитывающие обе части рынка: продажа электроэнергии и продажа мощности. Сопоставляются равновесия этих моделей с решением задачи об оптимальном составе генерирующего оборудования.

В условиях централизованного планирования выбор оптимального состава генерирующего оборудования представляет собой оптимизационную задачу. Ее решение определяет те мощности, которые с минимальными суммарными издержками удовлетворяют потребительский спрос, заданный кривой продолжительности нагрузки. Методы решения такой задачи разработаны в ряде исследований (см. [1, 2]). Нами получено решение в более общем случае, чем в [2], поскольку мы учитываем ограничение на максимальную мощность каждого типа генераторов.

Важный вопрос: обеспечивает ли архитектура рынка отбор мощностей, соответствующих решению указанной оптимизационной задачи. Мы рассматриваем два варианта организации рынка электроэнергии и мощности: 1) с проведением на рынке мощности аукциона единой цены; 2) с проведением на рынке мощности аукциона с оплатой по заявкам; и сравниваем полученные равновесные исходы с оптимальной структурой мощностей. В работе показано, что оптимальная структура мощностей может быть достигнута при условиях совершенной конкуренции, полной рациональности поведения и полной информации об агентах на рынке. Однако, при более реалистичных предположениях реализация оптимальной структуры невозможна.

Далее мы описываем правила аукциона, позволяющего отобрать оптимальную структуру мощностей в случае, когда каждому участнику известны лишь его собственные технико-экономические характеристики.

Литература

1. Давидсон М.Р., Догадушкина Ю.В. и др. Математическая модель управления энергосистемой в условиях конкурентного оптового рынка электроэнергии и мощности в России // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009.№2.С.84–94
2. Стофт С. Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергии. М.: Мир, 2006

Об оптимальных механизмах подавления коррупции

Васин Александр Алексеевич, Николаев Павел Валерьевич, Уразов Антон Сергеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: `vasin@cs.msu.su`, `pv_nikolaev@mail.ru`, `anton@urazov.me`

В работе исследуется задача синтеза оптимальной иерархической контролирующей структуры, обеспечивающей правильное поведение агентов и предотвращающей коррупцию с минимальными затратами.

Рассматривается модель контроля N агентов 0-го уровня. Каждый из них характеризуется значением случайного фактора (доходом) I, $I \in [I_{\min}, I_{\max}]$, с известной функцией распределения $F(I)$. Конкретное значение I является частной информацией агента. Все агенты должны совершить некоторое действие (уплатить налог) из множества возможных действий T_0, каждое действие характеризуется затратами t на его осуществление. Функция $t_0^*(I)$ задает правильное с точки зрения центра действие.

Для контроля за правильностью действий агентов создается проверяющая система, имеющая иерархическую структуру. Непосредственный контроль агентов 0-го уровня проводится инспекторами 1-го уровня. Проверка агента 0-го уровня, совершившего действие t_0, происходит с вероятностью $p_1(t_0)$. Стоимость одной такой проверки фиксирована и составляет c_1. В ходе проверки инспектор всегда выясняет истинное значение I, однако может за взятку указать в качестве совершенного агентом действия $t_1 < t_0^*(I)$. Если указывается $t_1 > t_0$, то агент 0-го уровня наказывается штрафом $f_0(t_1 - t_0)$, где $f_0 > 1$ – коэффициент штрафа. Для контроля над инспекторами 1-го уровня проводятся проверки инспекторами 2-го уровня с вероятностью $p_2(t_0, t_1)$ и стоимостью проверки c_2 и т.д. Если проверка на l-м уровне, проводимая с вероятностью $p_l(t_0, \dots, t_{l-1})$, выявляет не полностью вскрытое нарушение на $l-1$-м уровне, то все агенты нижестоящих уровней $i = 0, 1, \ldots, l-1$ наказываются штрафами $f_i(t_l - t_{l-1})$. Проверка на верхнем k-м уровне всегда раскрывает $t_k = t_0^*(I)$. Стратегия P организации инспекции включает количество уровней k и вероятности проверок $p_1(t_0), p_2(t_0, t_1), \ldots, p_k(t_0, t_1, \ldots, t_{k-1})$ как функции от сообщений с предшествующих уровней.

В работе определены необходимые и достаточные условия стратегий, устойчивых к коалиционному сговору агентов. Также рассмотрена модификация модели, связанная с выбором заработных плат инспекторов. Для этой задачи приведен метод расчёта оптимальной контролирующей структуры на основе условий первого порядка. Получены верхняя и нижняя оценки значения расходов на организацию такой инспекции. На основании данных по России приводятся результаты расчета оптимальных зарплат и вероятностей проверки для инспекции, контролирующей уплату налогов малыми предприятиями.

Литература

1. Васин А.А., Николаев П.В., Уразов А.С. Механизмы подавления коррупции // Журнал Новой экономической ассоциации.2011.№11.

Рациональность агрегированных экономических агентов

***Вржещ Валентин Петрович*[1], *Поспелов Игорь Гермогенович*[2]**

[1] Кафедра иследования операций, e-mail: vrzheshch@cs.msu.ru

[2] Вычислительный центр им. А.А. Дородницына, e-mail: pospeli@ccas.ru

Математическое моделирование служит в настоящее время основным инструментом анализа и прогноза экономики, однако до сих пор одним из основных вопросов остается моделирование поведения больших групп экономических субъектов, выполняющих сходные функции в экономике. В данной работе на примере очередной модели российской экономики, созданной в ВЦ РАН в рамках направления Системный анализ развивающейся экономики (САРЭ) под руководством чл.-корр. РАН И.Г. Поспелова, демонстрируется возможность моделировать поведение массовых экономических агентов рациональным поведением.

Недавно авторами доклада была разработана и применена методика нелинейного дезагрегирования макроэкономического баланса, основанная на гипотезе о рациональном поведении массовых экономических агентов [2]. На основе этой методики была построена новая трехпродуктовая модель межвременного равновесия с управлением капиталом для Российской экономики, которая явилась продолжением более ранней модели экономики России, созданной в ВЦ РАН в 2004 г [1].

Модель состоит из блоков двух типов – описание экономических агентов (ЭА) и их взаимодействий (ВД). ЭА принимают решения относительно потоков материальных и финансовых благ. Они должны быть согласованы. Согласование происходит в блоках ВД. Модель описывает поведение 9 агентов. Массовые агенты: Производитель, Банк, Собственник, Домохозяйство, Торговец – описываются рациональным поведением. Индивидуальные агенты – Государство, Центральный банк (ЦБ), Импортер, Экспортер описываются сценариями.

В основе модели лежит полная система балансов материальных запасов и финансовых инструментов. Всего в модели 17 блоков ВД. Расчет модели проводится по квартальным данным с 1-го квартала 2004 г. по 2-й квартал 2010 г. Модель удачно воспроизводит такие макроэкономические показатели, как ВВП, инфляция дефлятора ВВП, валовое накопление и инфляция его дефлятора, конечное потребление и инфляция индекса потребительских цен, экспорт, импорт, кредиты и депозиты банков, общая и валютная банковская ликвидность, процентные ставки по кредитам и сальдо кредитов ЦБ. Корректность расчетов по данной модели является очередным доводом в пользу утверждения о необходимости моделирования поведения массовых агентов рациональным поведением.

Литература

1. Андреев М.Ю., Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А. Новая технология моделирования экономики и модель современной экономики России. М.: МИФИ, 2007.
2. Вржещ В.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А. Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики: «Экономический журнал Высшей школы экономики».2010.**14**.№1.С.88–104.

Аппроксимация максимальных значений перетоков в энергосистемах с зафиксированными мощностями узлов

Богданов Илья Петрович, Давидсон Михаил Рувимович

Кафедра исследования операций, e-mail: `ilyabogdanov@mail.ru`, `mdavidson@carana-corp.com`

Для обеспечения надежного функционирования электроэнергетической системы необходимо, чтобы объемы электрической мощности, передаваемой по ветвям энергосистемы (объемы перетоков), не превышали определенных значений. Указанные ограничения на перетоки обуславливаются физическими закономерностями и дополнительными требованиями, отражающими специфику рассматриваемой энергосистемы. Данные закономерности и требования могут быть формализованы как система уравнений, являющихся нелинейными относительно параметров, описывающих установившийся режим работы энергосистемы (узловых напряжений и мощностей, перетоков мощности и т.д.) [1], а задача вычисления максимально допустимых значений перетоков может быть формализована как задача нелинейной условной оптимизации.

В частных случаях указанная задача разрешима аналитически. Например, при условии, что мощности всех узлов пропорциональны квадратам модулей напряжений, задача поиска экстремумов мощности, передаваемой в произвольно заданный узел энергосистемы, является разрешимой в явном виде [2]. Если в энергосистеме содержатся узлы с зафиксированными мощностями (на практике в расчетах наиболее часто принимается, что либо мощность узла не зависит от напряжения, либо мощность узла пропорциональна квадрату модуля напряжения), то для вычисления максимального объема перетока в один либо несколько узлов необходимо использовать численные методы.

В настоящем докладе приведен обзор основных групп подходов, применяемых для определения максимума мощности, которая может быть передана в произвольно заданную группу узлов энергосистемы, при условии, что мощности всех узлов не зависят от напряжений, и мощности узлов, не входящих в заданную группу, зафиксированы. Проведено сравнение отдельных методов, описаны их достоинства и недостатки. Освещены основные вопросы разработки данных подходов, требующие дальнейшего изучения. Исследован вопрос применения результатов, полученных в [2], для аппроксимации максимального объема перетока в случае, когда заданная группа узлов энергосистемы состоит из одного узла.

Литература

1. Богданов И.П. Математические методы вычисления экстремальных значений мощности в узлах электроэнергетических систем переменного тока // Прикладная математика и информатика. № 37. М.: МАКС Пресс, 2011. С. 51–79.
2. Богданов И.П., Давидсон М.Р. Определение границ допустимого изменения активной мощности в узле сети переменного тока // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2011. № 2. С. 25–31.

Синтез корректных процедур распознавания на основе алгебро-логического анализа данных

Дюкова Елена Всеволодовна, Сотнезов Роман Михайлович

Кафедра математических методов прогнозирования, e-mail: `edjukova@mail.ru, rom.sot@gmail.com`

Логический анализ данных в распознавании основан на построении корректных элементарных классификаторов (эл. кл.), т.е. таких фрагментов описания обучающего объекта, которые позволяют отличать этот объект от объектов из других классов [1]. Использование корректных эл. кл. позволяет строить корректные процедуры распознавания.

В [2] предложена идея построения корректных процедур распознавания на базе произвольных эл. кл. В данном случае требование корректности эл. кл. не является обязательным. В качестве корректирующей функции рассмотрена монотонная булева функция. Предлагаемый в [2] подход сочетает алгебраические и логические методы построения корректных распознающих процедур (алгебро-логический подход). При построении корректного алгоритма возникает понятие корректного набора эл. кл. класса K, т.е. такого набора эл. кл., который позволяет отличать обучающие объекты класса K от обучающих объектов из других классов. Показано, что каждому корректному набору эл. кл. класса K соответствует покрытие булевой матрицы $L(K)$, специальным образом построенной по обучающей выборке и имеющей даже в простейшем случае очень большие размеры.

В [2] рассмотрена модель распознающего алгоритма, основанная на построении всех тупиковых покрытий матрицы $L(K)$. Предложена процедура сокращения перебора, возникающего при поиске тупиковых покрытий. Однако, исследование модели на прикладных задачах не проводилось, по видимому, из-за больших вычислительных затрат.

Таким образом, актуальными являются вопросы практической применимости алгебро-логического подхода и снижения его вычислительной сложности. В докладе представлены следующие результаты. Построена и исследована модель распознающего алгоритма, основанная на построении минимального по сложности корректного набора эл. кл. Для снижения вычислительной сложности модели применен генетический подход [3]. Кроме того, на основе генетического подхода решена задача синтеза коллектива корректных наборов эл. кл., в котором каждый корректный набор обладает хорошей распознающей способностью. Проведено тестирование новых моделей на реальных задачах.

Литература

1. Дюкова Е.В., Журавлев Ю.И. Дискретный анализ признаковых описаний в задачах распознавания большой размерности // ЖВМиМФ.2000.**40**. №8. С. 1264–1278.
2. Дюкова Е.В., Журавлев Ю.И., Рудаков К.В. Об алгебро-логическом синтезе корректных процедур распознавания на базе элементраных алгоритмов // ЖВМиМФ. 1996.**36**. № 8. С.215–223
3. Sotnezov R.M. Genetic algorithms for problems of logical data analysis in discrete optimization and image recognition // Pattern Recognition and Image Analysis. 2009. **19**. N 3. P. 469–477

Метод модифицированных функций Лагранжа для вырожденных задач оптимизации

***Измаилов Алексей Феридович*[2], *Солодов Михаил Владимирович*[1], *Усков Евгений Иванович*[2]**

[1] Instituto de Matematica Pura e Aplicada (Рио-де-Жанейро, Бразилия), e-mail: e-mail: `solodov@impa.br`
[2] Кафедра исследования операций, e-mail: `izmaf@ccas.ru, ydoom@narod.ru`

Одним из традиционных подходов к решению задач условной оптимизации является метод модифицированных функций Лагранжа [1], который состоит в решении последовательности задач безусловной оптимизации. Недавно было показано [2], что методы этого класса обладают такими привлекательными свойствами, как локальная сверхлинейная сходимость в случае выполнения одного лишь достаточного условия второго порядка оптимальности, а также глобальная сходимость при весьма слабых предположениях [3].

В данной работе исследуются свойства глобальной сходимости метода модифицированных функций Лагранжа, применяемого для решения вырожденных задач оптимизации, т.е. задач, для которых не выполняются стандартные условия регулярности ограничений. Отдельно рассматриваются задачи оптимизации с комплементарными ограничениями, для которых обосновывается C-стационарность предельных точек траекторий метода.

Кроме того, приводятся результаты численного эксперимента, в котором пакет ALGENCAN, реализующий метод модифицированных функций Лагранжа, сравнивался с известными пакетами SNOPT и MINOS, реализующими, соответственно, метод последовательного квадратичного программирования и метод модифицированных функций Лагранжа с линеаризованными ограничениями. Эксперименты проводились на коллекции DEGEN вырожденных задач оптимизации и на коллекции MacMPEC задач с комплементарными ограничениями. Результаты, представленные в докладе, опубликованы в [4].

Литература

1. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Физматлит, 2008.
2. Fernández D., Solodov M.V. Local convergence of exact and inexact augmented Lagrangian methods under the second-order sufficiency condition // IMPA preprint A677, 2010.
3. Andreani R., Birgin E.G., Martínez J.M., Schuverdt M.L. Augmented Lagrangian methods under the constant positive linear dependence constraint qualification // Math. Program. 2008.111. P. 5–32.
4. Izmailov A.F., Solodov M.V., Uskov E.I.. Augmented Lagrangian methods applied to optimization problems with degenerate

constraints, including problems with complementarity constraints IMPA preprint A698. 2011. http://www.preprint.impa.br/Shadows/SERIE_A/2011/698.html

Метод Джозефи–Ньютона для полугладких обобщенных уравнений

Измаилов Алексей Феридович[1]**,**
Куренной Алексей Святославович[1]**,**
Солодов Михаил Владимирович[2]

[1] Кафедра исследований операций, e-mail: izmaf@ccas.ru, alex-kurennoy@yandex.ru
[2] Instituto de Matematica Pura e Aplicada (Рио-де-Жанейро, Бразилия), e-mail: solodov@impa.br

Обобщенным уравнением называется задача о нахождении точки, в которой сумма некоторого точечно-множественного отображения с обычным отображением содержит ноль. Обычное отображение при этом называется базовым, или базой. Понятие обобщенного уравнения было введено в [1]. Важными частными случаями обобщенных уравнений являются смешанные комплементарные задачи, возникающие в качестве условий оптимальности в задачах оптимизации.

Обобщенные уравнения с гладкой (непрерывно дифференцируемой) базой на данный момент хорошо изучены. Обобщением метода Ньютона на такие задачи является так называемый метод Джозефи–Ньютона [2].

В настоящей работе рассматриваются обобщенные уравнения с негладкой базой. Для этого класса задач вводятся понятия регулярности решения, и устанавливается локальная сверхлинейная сходимость обобщенного метода Джозефи–Ньютона, использующего матрицы из дифференциала Кларка базового отображения.

В качестве примера полученные результаты применяются для анализа полугладкого метода последовательного квадратичного программирования для задач математического программирования.

Результаты, представленные в докладе, опубликованы в [3].

Литература

1. Robinson S. M. Generalized equations and their solutions. I. Basic theory // Mathematical Programming Study.1979.10.P.128–141.
2. Josephy N. H. Newton's method for generalized equations. Technical Summary Report. N 1965. Madison: Mathematics Research Center, University of Wisconsin, 1979.
3. Izmailov A.F., Kurennoy A.S., Solodov M.V. The Josephy–Newton method for semismooth generalized equations and semismooth SQP for optimization. IMPA preprint A693. 2011. http://www.preprint.impa.br/Shadows/SERIE_A/2011/693.html

Верхняя оценка стоимости бесконечного американского альтернативного опциона на два актива

Морозов Владимир Викторович, Хижняк Константин Владимирович

[1]: Кафедра исследования операций, e-mail: `vmorosov@mail.ru`

Бесконечный альтернативный американский колл-опцион представляет собой ценную бумагу, держатель которой имеет право ее предъявления в любой момент времени с целью приобретения по фиксированной цене исполнения одного из двух активов, имеющего наибольшую стоимость. Опционы подобного типа с конечным сроком действия изучались в [1]. Верхняя оценка стоимости такого опциона получена в [2], а затем уточнена в [3].

В докладе рассматривается опцион, цена исполнения которого зависит от выбранного актива. Такого рода опционы возникают при оценке альтернативных инвестиционных проектов, когда объемы инвестирования в проекты различны.

Показано, что область немедленного представления опциона представима в виде объединения двух непересекающихся выпуклых подмножеств, границы которых задаются неубывающими выпуклыми функциями, имеющими асимптоты. Найдены явные формулы для коэффициентов асимптот. Эти результаты позволили аппроксимировать множество немедленного исполнения опциона многоугольными множествами. Верхняя оценка стоимости опциона построена на основе интегральной формулы для стоимости опциона. Приводятся примеры вычисления верхних оценок, а также нижних оценок по методу из [4].

Литература

1. Broadie M., Detemple J. The valuation of American options on multiple assets// Mathematical Finance. 1997. 7. P. 241–285.
2. Vasin A.A., Morozov V.V. Investment decisions under uncertainty and evaluation of American options// International Journal of Mathematics, Game Theory and Algebra. 2006. 15. N. 3. P. 323–336.
3. Хижняк К.В. Оценка бесконечного американского опциона на максимум рискового и безрискового активов// Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2011. № 3. С. 23–30.
4. Морозов В.В., Муравей Д.Л. Нижняя оценка стоимости бесконечного американского альтернативного опциона на два актива// Прикладная математика и информатика. № 36. М.: МАКС Пресс, 2010. С. 99–106.

Исследование масштабируемости спектрального алгоритма распознавания повторов в геномах

***Панкратов Антон Николаевич*[3], *Тетуев Руслан Курманбиевич*[1], *Комаров Сергей Александрович*[2], *Колесин Максим Сергеевич*[2], *Попова Нина Николаевна*[2], *Пятков Максим Иванович*[1], *Дедус Флоренц Федорович*[3]**

[1] ИМПБ РАН, e-mail: `ruslan.tetuev@gmail.com, mpyatkov@gmail.com`

[2] Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: `komserg@inbox.ru, mkolesin@gmail.com, popova@cs.msu.su`

[3] Кафедра математических метдов прогнозирования, e-mail: `pan@impb.ru, fdedus@mail.ru`

Рассматривается задача поиска протяженных неточных повторов в геномах. Вычислительная сложность задачи поиска повторов определяется большими размерами генетических текстов, неизвестными размерами и раздробленностью повторов.

Принцип нахождения повторов в сигнале основан на сравнении всех сегментов сигнала, определяемых размером окна. Сравнение двух сегментов может быть основано на интегральном среднеквадратичном отклонении сигнала. При этом сравниваются не сигналы, а их первые коэффициенты разложения по полиномиальному ортогональному базису. Используя эту парадигму, можно представить алгоритм поиска повторов в виде 4 независимых этапов: предобработки сигналов, спектрального сжатия, спектрального сравнения и анализа результатов. Спектральный метод обладает следующими свойствами:

1. интегральность оценивания, которая позволяет не сосредотачиваться на локальных особенностях сигнала;
2. масштабируемость, т.е. выбор масштаба, при котором анализируется последовательность, за счет варьирования размера окна аппроксимации;
3. операции над сигналами в пространстве коэффициентов разложения, которые в данном случае позволяют находить инвертированные и комплементарные повторы, не изменяя саму последовательность.

На основе данных принципов построен и реализован алгоритм распознавания мегасателлитных тандемных повторов [2], осуществлено крупномасштабное сравнение геномов родственных организмов.

Предложена реализация алгоритма вычисления коэффициентов разложения на графических сопроцессорах. Исследована эффективность реализации алгоритма на системах с общей памятью [3], на массивно-параллельной системе IBM BlueGene/P факультета ВМиК МГУ и на системе GraphIt НИВЦ МГУ.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты № 11-07-00716, № 11-0700756 и 11-07-0614, компании Интел и компании Т-платформы.

Литература

1. Дедус Ф.Ф., Куликова Л.И., Махортых С.А., Назипова Н.Н., Панкратов А.Н., Тетуев Р.К."Аналитические методы распознавания повторяющихся структур в геномах// Докл. РАН. 2006. Т. 411. № 5. С. 599–602.

2. Тетуев Р.К., Назипова Н.Н., Панкратов А.Н., Дедус Ф.Ф. Поиск мегасателлитных тандемных повторов в геномах эукариот по оценке осцилляций кривых GC-содержания// Математическая биология и биоинформатика. 2010. Т. 5. № 1, С.30–42.

3. Панкратов А.Н., Тетуев Р.К., Пятков М.И. `http://software.intel.com/ru-ru/articles/fast-spectral-estimation-of-genetic-homology` Быстрое спектральное оценивание генетической гомологии. 2010

О критериальной таблице в P_3

Нагорный Александр Степанович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: anagorny@list.ru

Пусть k — натуральное число, $k \geq 2$, $E_k = \{0, 1, \ldots, k-1\}$, P_k — множество всех конечноместных функций на E_k. Элементы множества P_k будем называть функциями k-значной логики, или k-значными функциями.

Замкнутый (относительно суперпозиции) класс H функций k-значной логики назовем *предполным в* P_k, если $H \neq P_k$, но для любой функции $f \in P_k \setminus H$ замыкание множества $H \cup \{f\}$ совпадает с P_k.

Для любого $k \geq 3$ И. Розенбергом в [1] были описаны предикаты, определяющие все предполные в P_k классы. Еще ранее С. В. Яблонским в [2] были описаны все 18 предполных классов в P_3, составляющих критериальную систему. Это классы монотонных функций (M_0, M_1 и M_2), классы функций, сохраняющих нетривиальные разбиения E_3 (U_0, U_1 и U_2), классы функций, сохраняющих 2-местные центральные предикаты (C_0, C_1 и C_2), классы функций, сохраняющих нетривиальные подмножества E_3 (T_0, T_1, T_2, T_{12}, T_{02} и T_{01}), класс Слупецкого (B), класс самодвойственных функций (S) и класс линейных функций (L).

Отметим, что среди перечисленных классов имеются тройки попарно двойственных (это классы M_i, U_i, C_i, T_i и T_{ij}).

Каждой k-значной функции f можно поставить в соответствие строку из имен предполных классов, в которую данное имя класса входит тогда и только тогда, когда f принадлежит этому классу.

Множество всех таких попарно различных строк (построенных для всех трехзначных функций) обозначим через $A(3)$.

Теорема. *Множество $A(3)$ содержит ровно 406 строк, из них попарно недвойственными являются ровно 96 строк, перечисленных в следующей таблице.*

№	Строка	№	Строка	№	Строка
1	$\varnothing$	2	U_0	3	T_0
4	T_{12}	5	S	6	U_0T_0
7	U_0T_{12}	8	U_0T_{02}	9	C_0T_0
10	T_0T_1	11	T_0T_{12}	12	T_0T_{02}
13	T_0L	14	SL	15	$U_0C_0T_0$
16	$U_0T_0T_{12}$	17	$U_0T_0T_{02}$	18	$U_0T_1T_{12}$
19	$C_0T_0T_{12}$	20	$C_0T_0T_{02}$	21	$T_0T_1T_2$
22	$T_0T_1T_{12}$	23	$T_0T_1T_{01}$	24	$T_0T_{02}T_{01}$
25	BSL	26	$M_0T_1T_2T_{02}$	27	$U_0C_0T_0T_{12}$
28	$U_0C_0T_0T_{02}$	29	$U_0T_0T_1T_{12}$	30	$U_0T_0T_{02}T_{01}$
31	$U_0T_1T_2T_{12}$	32	$U_0T_1T_{12}T_{01}$	33	$C_0T_0T_1T_{01}$
34	$C_0T_0T_{02}T_{01}$	35	$T_0T_1T_2T_{12}$	36	$T_0T_1T_2S$
37	$T_0T_1T_{12}T_{01}$	38	$M_0U_1T_1T_2T_{02}$	39	$M_0T_1T_2T_{12}T_{02}$
40	$U_0C_0T_0T_{02}T_{01}$	41	$U_0C_1C_2T_{12}B$	42	$U_0C_1T_1T_{12}T_{01}$
43	$U_0T_0T_1T_2T_{12}$	44	$U_0T_0T_1T_{12}T_{01}$	45	$U_0T_1T_2T_{12}T_{02}$
46	$C_0T_0T_1T_{12}T_{01}$	47	$C_0T_0T_1T_{02}T_{01}$	48	$T_0T_1T_2T_{12}T_{02}$
49	$T_0T_1T_2SL$	50	$M_0U_1T_1T_2T_{12}T_{02}$	51	$M_0C_1T_1T_2T_{12}T_{01}$
52	$M_0T_0T_1T_2T_{02}T_{01}$	53	$U_0U_1C_0C_2T_{02}B$	54	$U_0U_1C_2T_2T_{12}T_{02}$
55	$U_0C_0T_0T_1T_{12}T_{01}$	56	$U_0C_0T_0T_{12}BL$	57	$U_0C_1C_2T_1T_{12}B$
58	$U_0C_1T_0T_1T_{12}T_{01}$	59	$U_0C_1T_1T_2T_{12}T_{01}$	60	$U_0T_0T_1T_2T_{12}T_{02}$

№	Строка	№	Строка
61	$C_0T_0T_1T_2T_{02}T_{01}$	62	$T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$
63	$M_0U_1C_0C_2T_2T_{02}B$	64	$M_0U_1C_2T_1T_2T_{12}T_{02}$
65	$M_0U_1T_0T_1T_2T_{02}T_{01}$	66	$M_0C_0T_0T_1T_2T_{02}T_{01}$
67	$M_0T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	68	$U_0U_1C_0C_2T_0T_{02}B$
69	$U_0U_1C_2T_0T_2T_{12}T_{02}$	70	$U_0C_1C_2T_1T_2T_{12}B$
71	$U_0C_1C_2T_1T_{12}T_{01}B$	72	$U_0C_1T_0T_1T_2T_{12}T_{01}$
73	$U_0T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	74	$C_0T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$
75	$T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}S$	76	$M_0U_1C_0T_0T_1T_2T_{02}T_{01}$
77	$M_0U_1T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	78	$M_0C_1T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$
79	$U_0U_1C_0C_2T_2T_{12}T_{02}B$	80	$U_0U_1C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}$
81	$U_0C_0T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	82	$U_0C_1C_2T_1T_2T_{12}T_{02}B$
83	$U_0C_1T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	84	$M_0U_0C_1C_2T_1T_2T_{12}T_{02}B$
85	$M_0U_1U_2C_0T_0T_1T_2T_{02}T_{01}$	86	$M_0U_1C_0C_2T_0T_2T_{02}T_{01}B$
87	$M_0U_1C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	88	$U_0U_1C_0C_2T_0T_2T_{12}T_{02}B$
89	$U_0C_1C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	90	$M_0M_1U_2C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$
91	$M_0U_0C_1C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$	92	$M_0U_1U_2C_0T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$

№	Строка
93	$M_0M_1U_0U_2C_1C_2T_1T_2T_{12}T_{01}B$
94	$M_0M_1U_0U_2C_1C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}$
95	$M_0M_1M_2U_0U_1U_2C_0C_1C_2T_0T_{02}T_{01}BL$
96	$M_0M_1M_2U_0U_1U_2C_0C_1C_2T_0T_1T_2T_{12}T_{02}T_{01}BSL$

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект **09–01–00701**). Автор выражает благодарность Вороненко А.А. за постановку задачи и Марченкову С.С. за ценные замечания.

Литература

1. Rosenberg I.G. La structure des fonctions de plusieurs variables sur un ensemble fini // C.R. Acad. Sci. Paris. Ser. A.B. 1965. 260. P. 3817–3819.
2. Яблонский С. В. О функциональной полноте в трехзначном исчислении // ДАН СССР. 1954. **95**. № 6. С. 1153–1156.

Секция II
Кафедры системного анализа, нелинейных динамических систем и процессов управления

Оценка погрешности функционала качества в распределенной задаче о терапии клеток

Братусь Александр Сергеевич,
Зайчик Светлана Юрьевна

Кафедра системного анализа, e-mail: applmath1miit@yandex.ru, ZayLanka@gmail.com

Предлагается следующая математическая модель, описывающая процесс лечения глиомы. Здесь c — концентрация больных клеток на двумерной области (квадрате), h — концентрация лекарства, t — время($t \in [0, T]$):

$$\begin{cases} \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} & = & \rho c(x,t)(1-\beta \ln c(x,t)) + (A_\alpha c(x,t)) - c(x,t)G(h), \\ \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} & = & -\gamma_h h(x,t) + \varepsilon c(x,t)h(x,t) + d\Delta h(x,t) + u(x,t), \quad 0 < t \le T, \end{cases}$$

$$A_\alpha c(x,t) := \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D(x) \left(c(x,t)^{2\alpha} \cdot \frac{\partial c(x,t)}{\partial x_i} \right) \right) \text{ — оператор диффузии,}$$

$$G(h) = \frac{kh}{1+h} \text{ — функция терапии}$$

с граничными и начальными условиями:

$$c(x,0) = c_0(x),\ h(x,0) = 0,$$

$$\left. \frac{\partial c(x,t)}{\partial n} \right|_{\Gamma \times (0,T]} = 0,\ \left. \frac{\partial h(x,t)}{\partial n} \right|_{\Gamma \times (0,T]} = 0,$$

или

$$c(x,t)|_{\Gamma \times (0,T]} = 0,\ \left. \frac{\partial h(x,t)}{\partial n} \right|_{\Gamma \times (0,T]} = 0.$$

Ставится задача поиска программного управления в виде

$$u(x,t) = \sum_{s=1}^{m} \delta(x - x_s) u_s(t)$$

с ограничениями

$$0 \leqslant u_s(t) \leqslant q,$$

$$\int\limits_0^T \int\limits_D h(x,t)dx\,dt \leqslant Q_0,$$

оптимального в смысле минимизации следующего терминального функционала

$$\Phi(u,T) = \int\limits_D \ln c(x,T)dx =: \overline{\ln c(T)} \longrightarrow \inf .$$

В силу входящих в модель нелинейностей, задача не поддается решению известными в теории оптимального управления способами. Предлагается качественная аналитически найденная оценка функционала снизу, а также численно найденное управление, очевидно позволяющее оценить функционал сверху — таким образом, реальные значения функции цены оказываются зажатыми между двумя оценками, что само по себе может быть использовано для прогнозов и рекомендаций по управлению.

Литература

1. Фурсиков А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. Новосибирск.: Научная книга, 1999.
2. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Т.2. М.: МЦНМО, 2011.

Метод динамического программирования для систем с запаздыванием

Востриков Иван Васильевич
Кафедра системного анализа, e-mail: `ivan_vostrikov@cs.msu.su`

Рассмотрена линейная управляемая система с запаздыванием

$$\dot{x}(\tau) = A_0(\tau)x(\tau) + A_1(\tau)x(\tau - h) + B(\tau)u(\tau), \quad \tau \in [t_0, t_1].$$

Для построения множеств достижимости и разрешимости применяется метод динамического программирования. Поскольку для задач с запаздыванием текущая позиция определяется функцией, определенной на отрезке $[-h, 0]$, то уравнения выписываются в функциональном пространстве $H = L_2([-h, 0), \mathbb{R}^n) \times \mathbb{R}^n$. Выписаны функционалы цены, множества уровня которых являются соответственно множеством достижимости и разрешимости. Методами выпуклого анализа получен явный вид этих функционалов. Выписаны соответствующие уравнения типа Гамильтона–Якоби–Беллмана и доказано, что функционалы цены им удовлетворяют. Построен синтез управлений для задачи попадания на целевое множество.

Для задач с фазовыми ограничениями получены выражения для множеств достижимости и разрешимости.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы» (контракт № 16.740.11.0426 от 26 ноября 2010 года), РФФИ (грант 09–01–00589-а), гранта Президента РФ для поддержки молодых ученых-кандидатов наук (МК-1111.2011.1).

Литература

1. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.
2. Беллман Р., Кук К.Л. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.
3. Красовский Н.Н., Осипов Ю.С. Линейные дифференциально-разностные игры // ДАН СССР. 1971. 197. № 4. С.777–780.
4. Куржанский А.Б. Дифференциальные игры сближения в системах с запаздыванием // Дифференц. уравн. 1971. VII. № 8. С.1398–1409.
5. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.

Оценка доходности пула инвестиционных проектов в модели оптимального инвестирования в непрерывном времени

Ващенко Михаил Петрович.[1], ***Шананин Александр Алексеевич***[2]

[1] ВЦ РАН, e-mail: mikhail.vashchenko@gmail.com
[2] МФТИ (ГУ), e-mail: alexshan@yandex.ru

Рассмотрим пул из M инвестиционных проектов. Каждый инвестиционный проект имеет конечное время реализации и полностью описывается своими потоками платежей. Для описания потока платежей проектов k-го типа в модели используется функция $\Phi^k(t)$, которая характеризует сальдо потоков платежей проекта k-го типа спустя t моментов времени после запуска инвестиционного проекта. Каждый тип инвестиционного проекта имеет конечное время реализации – T^k, и $T = \max\limits_k T^k$. В модели χ^k – заряд, заданный на борелевской σ-алгебре $\mathfrak{B}$ для вещественных чисел с носителем, выпуклая оболочка которого является подмножеством отрезка $[0;T]$, $\Phi^k(t) = \chi^k((-\infty;t))$ – функция распределения. Предположим, что все инвестиционные проекты в начале своей реализации порождают некоторый однородный поток платежей: $\forall k \in [1;M]\ \exists \tau_k > 0$: $\Phi^k(t)$ на отрезке $[0;\tau_k]$ или монотонно невозрастающая, или монотонно неубывающая. Инвестор управляет проектами, выбирая интенсивность их реализации. Обозначим $u^k(t)$ интенсивность реализации проекта k-го типа, начинаемого в момент времени t, $u^k(t) \in L_\infty$.

Состояние инвестора характеризует его расчетный счет, остаток на котором в момент времени t обозначим $s(t)$. При этом $s(0) > 0$. Требуется, чтобы остаток на расчетном счете должен быть неотрицательным.

Инвестор планирует фиксировать доходы от инвестиционной деятельности к моменту времени $\hat{T}$, поэтому $u^k(t) = 0 \ \forall\, k = 1, \ldots, N$ при $t \geq \hat{T} - T$.

Объединив все условия мы можем записать задачу инвестора в следующем виде:

$$\begin{cases} s(t) = s(0) + \sum\limits_{k=1}^{N} \int\limits_0^t u^k(x) \cdot \Phi^k(t-x)dx, & 0 \leq t \leq \hat{T}, \\ s(t) \geq 0,\ u^k(t) \geq 0,\ u^k(t) \in L_\infty, & \forall t \geq 0,\ \forall k = 1 \ldots N, \\ u^k(t) = 0,\ t \geq \hat{T} - T,\ \forall k = 1 \ldots N, \\ s(\hat{T}) \to \sup. \end{cases} \tag{1}$$

Следуя идеям [1], доходность инвестиционного проекта определяется как темп роста капитала, который соответствует модельной задаче. Если обозначить $v(\hat{T})$ – оптимальное значение функционала в задаче (1) при временном горизонте $\hat{T}$, $V(\hat{T}) = v(\hat{T})/s(0)$, то доходность инвестиционного проекта можно определить как $\lim\limits_{\hat{T}\to\infty} \left(\ln V(\hat{T})/\hat{T}\right)$.

Определим $\tilde{\phi}^k(p) =$, $F(p) = \max\limits_k \left\{ \int\limits_0^T e^{-pt} d\Phi^k(t) \right\}$.

Определение 1. *Будем говорить, что пул инвестиционных проектов имеет арбитражную структуру платежей, если* $\forall\ p \geq 0$ $F(p) > 0$.

Определение 2. *Будем говорить, что пул инвестиционных проектов имеет убыточную структуру платежей, если* $F(0) \leq 0$.

Определение 3. *Будем говорить, что пул инвестиционных проектов имеет стандартную структуру платежей, если он не является пулом с арбитражной или убыточной структурой платежей.*

Теорема. *В задаче* (1) *для пула инвестиционных проектов*:

1) со стандартной структурой платежей $\exists p^* = \min\{p > 0 \,|F(p) = 0\}$ *и* $\lim\limits_{\hat{T}\to\infty} \left(\ln V(\hat{T})/\hat{T}\right) = p^*$;

2) с убыточной структурой платежей $\lim\limits_{\hat{T}\to\infty} \left(\ln V(\hat{T})/\hat{T}\right) = 0$;

3) с арбитражной структурой платежей $\exists \hat{T}_0 > T : \forall \hat{T} > \hat{T}_0 V(\hat{T}) = +\infty$.

В соответствии с теоремой для случая арбитражной структуры платежей доходность пула можно определить как $\lim_{\hat{T}\to\infty}\left(\ln V(\hat{T})/\hat{T}\right) = +\infty$.

Благодарности

Настоящая работа подготовлена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11–07–00162-а, РФФИ 11-01-12084-офи-м-2011), аналитической ведомственной программы РНП.2.2.1.1.2467, ПФИ ОМН РАН №3 (проект 3.14), ПФИ Президиума РАН №4 (проект 109).

Литература

1. Cantor D.G., Lipman S.A. Optimal investment selection with a multitude of projects// Econometrica. 1995.63. N5. P.1231–1240.

Задача синтеза быстрых управлений при неопределенности

Дарьин Александр Николаевич, Минаева Юлия Юрьевна

Кафедра системного анализа, e-mail: a.daryin@gmail.com, yminaeva@gmail.com

Задачи синтеза управления, т.е. поиска управления в виде обратной связи, являются наиболее востребованными в современной теории управления. В последнее время актуальными становятся задачи на малых временных промежутках, в которых возникают импульсные и обобщенные управления.

Известно, что использование импульсных и обобщенных управлений позволяет перевести линейную управляемую систему из одного положения в другое за нулевое время.

Поскольку импульсные и обобщенные управления являются математическими абстракциями, используют их ограниченные аппроксимации, которые называют быстрыми управлениями. Быстрые управления легко реализуемы на практике и позволяют перевести линейную управляемую систему из одного положения в другое за малое время.

В работе рассматривается линейная управляемая система

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v(t)$$

на отрезке времени $[t_0, t_1]$. Здесь $x \in \mathbb{R}^n$ — фазовая переменная, $u \in \mathbb{R}^m$ — обобщенное управление, $v(t) \in \mathbb{R}^q$ — ограниченная помеха: $v(t) \in \mathcal{Q}(t)$. Обобщенное управление u рассматривается из класса распределений, имеющих k-ю обобщенную производную. Для данной системы рассматривается задача минимизации функционала вида Майера–Больца.

Задача решается модифицированным методом динамического программирования. Доказано, что соответствующая функция цены, позволяющая найти искомое управление, является решением вариационного неравенства типа Гамильтона–Якоби–Беллмана.

В результате получена стратегия импульсного управления при наличии в системе неизвестной ограниченной помехи.

Кроме того, указан способ построения быстрых управлений как ограниченных аппроксимаций реализовавшихся импульсных воздействий. Быстрые управления строятся на основе аппроксимаций дельта-функции и ее производных с помощью кусочно-постоянных функций с наименьшим модулем.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09–01–00589-а), при поддержке гранта МК-1111.2011.1, в рамках ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы"(контракт № 16.740.11.0426 от 26 ноября 2010 года).

Литература

1. Дарьин А.Н., Минаева Ю.Ю. Синтез импульсных и быстрых управлений при неопределенности // Доклады РАН. 2011. 441. № 5. (Принято к публикации.)ы
2. Дарьин А.Н., Куржанский А.Б. Быстрые воздействия в задаче синтеза управлений при неопределенности // Дифференц. уравн. 2011. 47. № 7. с. 963–971.
3. Daryin A.N., Kurzhanski A.B., Minaeva Yu.Yu.. On the theory of fast controls under disturbances // Proceedings of 18th IFAC World Congress. 2011. P. 3486–3491.
4. Daryin A.N., Kurzhanski A.B.. Impulse control inputs and the theory of fast controls // 17th IFAC World Congress. Seoul: 2008.

Накрывающие отображения в метрических пространствах компактных подмножеств

Жуковский Сергей Евгеньевич

РУДН, кафедра нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: `s-e-zhuk@yandex.ru`

Пусть (X, ρ_X), (Y, ρ_Y) – метрические пространства, $\Psi : X \to Y$ – непрерывное отображение, α – положительное число. Обозначим через $\mathcal{K}(X)$ множество всех непустых компактных подмножеств X, через 2^Y – множество всех подмножеств Y. Известно, что $(\mathcal{K}(X), h_X)$, где h_X – расстояние по Хаусдорфу, является метрическим пространством. Рассмотрим отображение

$$\Psi_{\mathcal{K}} : \mathcal{K}(X) \to 2^Y, \ \ \Psi_{\mathcal{K}}(U) = \{\Psi(x) \, : \, x \in U\} \ \forall U \in \mathcal{K}(X).$$

Из непрерывности Ψ следует, что $\Psi_{\mathcal{K}}$ действует из $\mathcal{K}(X)$ в $\mathcal{K}(Y)$.

Предположим теперь, что отображение Ψ является α-накрывающим. Напомним (см. [1]), что отображение Ψ называется α-накрывающим, если

$$B_Y(\Psi(x_0), \alpha r) \subset \Psi(B_X(x_0, r)) \ \forall x_0 \in X, \ \ r \geq 0$$

(здесь через $B_X(x_0, r)$ обозначен замкнутый шар в пространстве X с центром в x_0 радиуса r). Число α называется константой накрывания отображения Ψ.

Естественный интерес вызывает вопрос: наследует ли отображение $\Psi_{\mathcal{K}}$ накрывающие свойства отображания Ψ, и, если наследует, то как связаны между собой константы накрывания этих отображений. Ответ на этот вопрос дает следующая теорема.

Теорема. *Пусть пространство X полно, отображение Ψ является непрерывным и α-накрывающим. Тогда для любого положительного $\gamma < \alpha$ отображение $\Psi_{\mathcal{K}}$ является γ-накрывающим.*

Благодарности

Автор выражает благодарность профессору Гельману Б.Д. за постановку задачи и полезные обсуждения, профессору Арутюнову А.В. за внимание и интерес к работе.

Литература

1. Арутюнов А.В. Накрывающие отображения в метрических пространствах и неподвижные точки // Докл. РАН. 2007. 416. № 2. С. 151–155.

Бегущие волны и диффузионный хаос в одной модели реакция-диффузия

Карамышева Таисия Владимировна, Магницкий Николай Александрович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: mag@su29.ru, taisia.karamysheva@gmail.com

Рассмотрена реакция каталитического окисления молекул CO на поверхности платины Pt(1 1 0), для которой эксперименты выявили большое разнообразие пространственно-временных структур на поверхности катализатора, таких, как импульсы, спирали и химическая турбулентность (диффузионный хаос). Модель для такой реакции в одномерном случае описывается двухкомпонентной системой уравнений реакция-диффузия [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = -\dfrac{1}{\varepsilon} u(u-1)\left(u - \dfrac{b+v}{a}\right) + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = f(u) - v, \end{cases} \tag{1}$$

где $f(u)$ – экспериментальная зависимость скорости изменения структуры поверхности:

$$f(u) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant u<1/3, \\ 1 - 6.75u(u-1)^2, & 1/3 \leqslant u \leqslant 1, \\ 1, & 1 < u, \end{cases}$$

а u – покрытие (поверхностная концентрация) адсорбированного CO, v – величина, характеризующая состояние поверхности. Параметры модели удовлетворяют условиям $0 < a < 1$, $b > 0$ и $\varepsilon > 0$ и характеризуют соответственно парциальные давления O и CO и температуру. Анализ решений системы (1) может быть проведен заменой переменной $\xi = x - ct$ и переходом к трехмерной системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

В работе показано, что система уравнений (1) с фиксированными значениями параметров имеет семейство автоволновых решений, бегущих вдоль пространственной оси с различными скоростями. Эти решения описываются некоторыми сингулярными аттракторами и предельными циклами соответствующего периода исследуемой трехмерной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в зависимости от значений бифуркационного параметра c.

Литература

1. Zimmermann M.G., Firle S.O., Natiello M.A., Hildebrand M., Eiswirth M., M. Bär, Bangia A. und Kevrekidis I.G. Pulse bifurcation and transition to spatiotemporal chaos in an excitable reaction-diffusion model // Physica. 1997. D 110. 92–104.
2. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. М.: Едиториал УРСС, 2004.

О связи структуры бифуркационных диаграмм интервальных отображений и систем дифференциальных уравнений

Рябков Олег Игоревич, Магницкий Николай Александрович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: oleg.ryabkov.87@gmail.com, mag@su29.ru

Интервальным отображением называется динамическая система с дискретным временем вида $x_{n+1} = f(x_n, \mu)$, где $x_n \in \mathbf{R}$, а функция f является непрерывной относительно аргументов x и μ. При этом считаются определенными все понятия, связанные с динамическими системами с дискретным временем (периодическая траектория, аттрактор, бифуркация и т.д.). Если функция f не является монотонной, то соответствующая динамическая система обладает весьма богатой динамикой. Для ее теоретического описания применяется аппарат символической динамики. Стоит отметить, что результаты в этой области не являются широко известными, что объясняется, по всей видимости, отсутствием прямых приложений в практике и других областях математики. В работе [1] предложена идея сведения динамики систем дифференциальных уравнений к динамике унимодальных необратимых отображений (которые являются частным случаем интервальных отображений).

В рамках данной работы нами был построен вариант систематического изложения (в виде теорем и утверждений) теории полимодальных отображений (нестрогие формулировки могут быть найдены в работе [2]). Далее нами был рассмотрен новый класс полимодальных отображений, также предложенный в работе [2] для объяснения динамики двумерных обратимых отображений при низких уровнях диссипации. Нами была построена реализация данного типа отображений со строгим определением фазового пространства и свойством непрерывности. Было произведено сопоставление бифуркационных диаграмм указанных отображений, модельного двумерного отображения (отображение Хенона) и модельной системы дифференциальных уравнений. Было показано качественное сходство полученных диаграмм.

Стоит отметить, что известная теорема Шарковского может рассматриваться как следствие из более общих результатов теории унимодальных отображений.

Литература

1. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. М.:Едиториал УРСС, 2004.
2. Hansen K.T. Bifurcation structures for multimodal maps. Submitted to Experimental Math., 1995

Об управляемости нелинейных систем

Максимова Ирина Сергеевна,
Розова Валентина Николаевна

РУДН, кафедра нелинейного анализа и оптимизации, e-mail: `irismax@yandex.ru`

Рассматривается задача управляемости несколькими объектами с последовательным во времени режимом их работы. Предполагается, что каждый объект описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений на интервале их действия. При этом длины интервалов заранее не известны. Системы уравнений могут иметь неодинаковую размерность, т.е. происходит смена фазового пространства. Переход из одного пространства в другое происходит через «гиперповерхность перехода» Г под действием некоторого отображения. Меняется также размерность управляющей функции и ограничения на ее значения [1].

Задачи, изучаемые в работе, возникают, если, например, управляемый аппарат запускается с другого управляемого аппарата, наземного или подводного.

Существуют также экономические модели, в которых при достижении заданного уровня происходит «агрегирование» координат, т.е. переход к упрощенной модели [2].

В работе получены условия управляемости нелинейных дифференциальных систем из начального множества одного пространства в конечное множество другого пространства. Полученные условия позволяют находить или оценивать такой отрезок времени, на котором объект является управляемым.

Литература

1. Медведев В.А., Розова В.Н. Оптимальное управление ступенчатыми системами //Автоматика и телемеханика. 1972. №3. С. 15–23.
2. Болтянский В.Г. Задача оптимизации со сменой фазового пространства // Дифференц. уравн. – 1983. XIX. №3. С. 518–521.

О НЕКОТОРОМ ПОДХОДЕ К ОДНОВРЕМЕННОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Фурсов Андрей Серафимович[1], ***Миняев Сергей Игоревич***[2]

[1] Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: `fursov@cs.msu.su`

[2] Институт системного анализа РАН, e-mail: `sergey_integral@mail.ru`

Рассматривается k линейных скалярных стационарных объектов n-го порядка с соизмеримыми запаздываниями:

$$\dot{x}(t) = A_i(d)x(t) + b(d)u(t), \quad x \in R^n,\ i = 1, \ldots, k, \tag{1}$$

где d — оператор запаздывания, осуществляющий сдвиг аргумента на τ назад, т.е. $df(t) = f(t-\tau)$, $A_i(d)$-полиномиальные матрицы порядка n, $b(d)$ — полиномиальный вектор-столбец размера n, общий для всех объектов. Предполагается, что хотя бы один из объектов имеет бесконечный спектр (т.е. характеристический квазимногочлен имеет бесконечное число корней).

Формулировка задачи одновременной стабилизации: построить единый регулятор, стабилизирующий каждый из объектов (1), т.е. обеспечивающий асимптотическую устойчивость каждой из замкнутых этим регулятором систем. Для решения поставленной задачи предлагается подход, основанный на построении двухконтурного единого стабилизатора ($u = u_1 + u_2$). При этом регулятор первого контура обратной связи имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = H(d)v(t) + h(d)x(t), \\ u_1(t) = Q(d)v(t) + q(d)x(t) \end{cases}. \tag{2}$$

Замыкая каждый из объектов (1), регулятор (2) обеспечивает замкнутым системам (1), (2) конечный спектр [1]. Регулятор второго контура обратной связи описывается дискретной передаточной функцией

$$R^*(z) = \frac{p^*(z)}{q^*(z)} \tag{3}$$

и решает задачу стабилизации каждой из систем (1), (2) [2]. Таким образом, единый стабилизатор (2), (3) обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутым системам (1)–(3).

Литература

1. Метельский А.В.Спектральная приводимость дифференциальных систем с запаздыванием с помощью динамического регулятора // Дифференц. уравн. 2010. 41.
2. Коровин С.К., Миняев С.И., Фурсов А.С. Подход к одновременной стабилизации линейных динамических объектов с запаздыванием // Дифференц. уравн. 2011. 47. №11.

Моделирование и визуализация транспорта макромолекул в опухолевых тканях

Родиченко Никита Сергеевич[1]**,** ***Фомичев Василий Владимирович***[2]

[1] Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, Институт биологии гена РАН, лаборатория молекулярной генетики внутриклеточного транспорта, e-mail: `rodichenko@cs.msu.su`

[2] Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: `fomichev@cs.msu.su`

Традиционные модели, используемые для анализа эффективности лечения, в качестве одного из основных упрощений используют равномерное распределение лекарства в органах и опухолевых (злокачественных) тканях. Это является существенным препятствием для предсказания терапевтического эффекта на вычислительных устройствах. В рамках данной работы был построен ряд фармакокинетических и фармакодинамических моделей распространения и действия лекарственных противораковых агентов. Была также построена система визуализации получаемых результатов, позволяющая, в дополнение к количественным результатам, качественно оценить распределение лекарства в каждом конкретном случае.

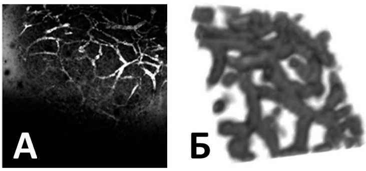
Отличительной чертой данной работы является существенное усложнение моделей засчет использования реальных структур тканей. Построенные модели учитывают конвекционно-диффузионное распространение макромолекулярных агентов в различных тканях и в дальнейшем позволят проводить оптимизацию параметров лекарства и режима лечения (дозировку и интервалы введения).

Численное моделирование проводилось на массивно-параллельных вычислительных системах — графических процессорах компании NVidia, что позволило провести анализ чувствительности и другие расчеты разработанных моделей за существенно меньшее по сравнению с расчетами на CPU время.

Литература

1. Ulasov A.V., Khramtsov Y.V., Trusov G.A., Rosenkranz A.A., Sverdlov E.D., and Sobolev A.S. Properties of PEI-based Polyplex Nanoparticles That Correlate With Their Transfection Efficacy // Molecular therapy. 2010. 19. N1. P.103–12.
2. Orcutt K.D. et al. Engineering an antibody with picomolar affinity to DOTA chelates of multiple radionuclides for pretargeted radioimmunotherapy and imaging // Nuclear medicine and biology. 2011. 38. N2, P. 223–33.

Иллюстрации



Слева — срез 3D-изображения опухоли, справа — визуализация распространения лекарства в участке ткани.

Основы экстремальной теории размерностей

Смольяков Эдуард Римович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: ser-math@rambler.ru

Предлагаются теоретические основы созданной в 2008-2011 годах новой ветви науки — экстремальной теории размерностей [1–5], которая за последние три года, не опираясь ни на какие законы природы или эмпирические результаты, чисто математически позволила получить почти все известные уравнения физики, механики и электромагнетизма, а также соответствующие им законы природы, что служит серьезным основанием полагать, что и математически предсказываемые ею неизвестные на сегодня новые результаты представляют собой математические модели пока еще не открытых физических процессов.

Эта теория значительно расширила возможности по изучению физических и математических основ нашего мироздания, позволив найти общую формулу для любых фундаментальных физических постоянных и общие методы вывода уравнений любых динамических процессов без использования каких-либо допущений и без предварительного знания законов, которым эти уравнения подчиняются.

До сих пор любые формулы и уравнения искались, опираясь на уже известные законы физики и на интуицию ученого, что по существу исключало возможность получения радикально новых научных результатов, никоим образом не следующих из уже известных. Предлагаемая же теория предоставила возможность находить даже то, о чем заранее принципиально невозможно было бы догадаться. Эта теория опирается всего на два понятия - «экстремума» и «размерной величины», сомневаться в существовании которых едва ли возможно, и для получения на ее основе как уже известных, так и еще неизвестных научных истин не требуется никаких дополнительных знаний.

Литература

1. Смольяков Э.Р. Особые экстремали в анализе размерностей // Докл. РАН. 2008. 421. № 5. С. 602–606.
2. Смольяков Э.Р. Использование особых экстремалей для получения новых уравнений движения и неизвестных констант // Кибернетика и системный анализ. . 2009. № 4. С. 115–124.
3. Смольяков Э.Р. Методы поиска дифференциальных уравнений произвольных динамических процессов // Дифференц. уравн. 2009. 45. № 12. С. 1704–1715.
4. Смольяков Э.Р. Методики вывода дифференциальных уравнений на основе экстремальной теории размерностей // Дифференц. уравн. 2010. 46. № 12. С. 1700–1709.
5. Смольяков Э.Р. Поиск неизвестных законов движения на основе экстремальной теории размерностей // Кибернетика и системный анализ. 2011. № 5. С. 83–93.

Прямой метод решения задач оптимального управления

Терновский Владимир Владимирович[1],
Хапаев Михаил Михайлович[2]

[1] Кафедра вычислительных методов, e-mail: `vladimir.ternovskii@gmail.ru`
[2] Кафедра общей математики

Для того, чтобы решить задачу оптимального управления, можно воспользоваться принципом максимума Понтрягина. Однако, если встречаются особые и импульсные управления, то принцип максимума не выполняется. Возникает потребность в разработке новых методов решения. Академик А.Н. Тихонов отметил некорректность (неустойчивость) задач оптимального управления. В то же время, если искать решение на компактном множестве в классе измеримых управлений, то задача управления становится устойчивой.

Предлагается вариационный метод решения таких задач с учетом их некорректности. Для этого задача оптимального управления конвертируется в задачу на условный экстремум с интегральными и локальными ограничениями. В свою очередь, в интегральные ограничения входят неизвестные фазовые переменные, являющиеся решением краевой задачи. Вариационный метод позволяет решать задачи с особыми и неизмеримыми управлениями.

На примере нелинейных уравнений математического маятника с трением и уравнения Ван Дер Поля изучаются процессы управления, найденные новым методом.

О вычислении синтеза управлений в задаче преследования при неопределенности по данным финитных наблюдателей

Точилин Павел Александрович

Кафедра системного анализа, e-mail: `paultoch@mail.ru`

В работе рассматривается задача управления комплексом из двух подсистем, функционирование которых моделируется при помощи обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}^* = A^*(t)x^* + v^*(t), \quad t \in [t_0, t_1],$$

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, \quad t \in [t_0, t_1].$$

Предполагается, что первая система описывает движение "догоняемого" объекта, а вторая — "догоняющего". Уравнения движений обоих объектов содержат неопределенные параметры (помехи) $v^*(t)$ и $v(t)$, относительно которых априори известны лишь области их возможных значений в каждый момент времени. Движением догоняющего объекта можно управлять за счет выбора в каждый момент времени значений управляющих параметров u из некоторого множества допустимых значений. То есть как на помехи, так и на управление наложены геометрические, поточечные ограничения. Также рассматриваются уравнения наблюдения

$$y(t) = H(t)(x(t) - x^*(t)) + \xi(t), \quad t \in [t_0, t_1],$$

которые содержат помеху $\xi(t)$, область возможных значений которой известна. Закон управления догоняющим объектом может быть выработан только на основании информации, полученной из уравнений измерений к текущему моменту времени. Начальные положения объектов известны неточно: $x_0 \in \mathcal{X}_0$, $x_0^* \in \mathcal{X}_0^*$.

Рассматриваются три задачи, заключающиеся в поиске законов управления в позиционной форме, на основании доступной информации. В первом случае целью управления является доставка догоняющего объекта в ε-окрестность положения догоняемого объекта в фиксированный момент времени $t \in [t_0, t_1]$. Во второй задаче необходимо удерживать траекторию догоняющего объекта на расстоянии, не превосходящем $\varepsilon > 0$, от траектории догоняемого объекта в течение определенного отрезка времени. Третья задача является комбинацией первых двух.

В работе представлена общая схема решения указанных трех задач, основанная на методах, разработанных ранее для решения задачи синтеза управлений при неопределенности, на основании доступной информации, для перевода траекторий системы в фиксированное целевое множество, в фиксированный момент времени. Ключевым моментом решения задач является удобное определение понятия позиции системы, которая в данном случае содержит информационное множество, т.е. является многозначной. Каждая из задач разделена на несколько подзадач, в которых необходимо построить вспомогательные множества достижимости, разрешимости с неопределенностью (при фазовых ограничениях), а также информационные множества для линейных систем. Используя указанные множества удается определить законы управления в форме синтеза. Для численного решения задач используется аппарат эллипсоидального исчисления, реализованный, в частности, в пакете Ellipsoidal Toolbox для системы Matlab. В работе приводятся алгоритмы для приближенного решения каждой из указанных трех задач. Действия алгоритмов проиллюстрированы на примере решения задачи синтеза управлений для комплекса из двух колебательных систем 4-го порядка.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-01-00589-а), а также в рамках ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы" (контракт №16.740.11.0426 от 26 ноября 2010 года).

Литература

1. Куржанский А.Б., Точилин П.А. К задаче синтеза управлений при неопределенности по данным финитных наблюдателей // Дифференц. уравн. 2011. 47. №11.
2. Kurzhanski A.B., Varaiya P. Optimization of output feedback control under set-membership uncertainty // Journal of Optimization Theory and Applications. 2011. 151. N 1. P. 11–32
3. Kurzhanski A.B., Varaiya P. Reachability analysis for uncertain systems — the ellipsoidal technique // Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. 2002. Ser.B N.9(3).

Секция III
Кафедры автоматизации научных исследований, вычислительных методов, вычислительных технологий и моделирования

Исследование и алгоритмы решения класса задач об оптимальном курсе корабля на основе теории рисков

Заячковский Антон Олегович, Агошков Валерий Иванович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: `anton@adeq.inm.ras.ru, agoshkov@inm.ras.ru`

Современное судовождение представляет собой довольно сложный процесс управления судном, основной целью которого является обеспечение безопасного и экономичного движения. Реализация курса плавания должна предусматривать формирование пути следования, ведущего в пункт назначения за кратчайшее время и с учетом навигационных опасностей. Для того чтобы находить оптимальную из возможностей, приходится решать задачи на отыскание наибольших и наименьших значений каких-то величин. Задача отыскания оптимального маршрута на основе теории рисков связана с задачей минимизации риска.

Для измерения риска используется подход, основанный на измерении убытков в неблагоприятной ситуации, когда показатель риска вычисляется из выражения:

$$\text{Показатель риска}\left[\frac{\text{Ущерб}}{\text{Время}}\right] = \text{Вероятность}\left[\frac{\text{События}}{\text{Время}}\right]\times$$
$$\times\text{Ожидаемый ущерб}\left[\frac{\text{Ущерб}}{\text{События}}\right].$$

В настоящей работе приводится алгоритм решения задачи об оптимальном курсе корабля в условиях риска: а) прохождения кораблем акватории вероятностного нападения на судно; б) возможного экологического загрязнения заданной акватории Мирового океана.

Используются комбинированные методы решения прямых и сопряженных задач, методы теории чувствительности моделей распространения загрязняющих веществ и метод малых возмущений.

Разрабатываемые технологии могут быть использованы природоохранными органами в целях осуществления государственного экологического контроля и аудита, а также аудиторскими и страховыми компаниями. Еще одним из возможных приложений предлагаемой технологии является ее использование для информационно-вычислительных систем (ИВС). Потребность в таких ИВС имеется во многих секторах экономики России, она обусловлена как рядом стратегических задач государства (вопросы национальной безопасности и т. д.), так и необходимостью развития национального научно-технического потенциала.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 09–05–00421, 10–01–00806) и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

Литература

1. Заячковский А.О. Моделирование экологических рисков загрязнения поверхностных вод океанов и морей на основе теории сопряженных уравнений // Сборник статей молодых ученых факультета ВМиК МГУ. Вып.7. М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ; МАКС Пресс, 2010. С. 91–98.
2. Агошков В.И. Сопряженные уравнения и алгоритмы возмущений в задаче об оптимальных траекториях // Вычислительная математика и математическое моделирование: Труды международной конференции. Т. I / Под ред. В. П. Дымникова. — М.: Институт вычислительной математики РАН, 2000. С. 36-53.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2007.
4. Марчук Г.И. Сопряженные уравнения. Курс лекций. М.: Институт вычислительной математики РАН, 2001.

Информационно-вычислительная система вариационной ассимиляции данных наблюдений в моделях гидротермодинамики Мирового океана

Агошков Валерий Иванович, Пармузин Евгений Иванович, Ассовский Максим Владимирович, Гиниатулин Сергей Валерьевич, Захарова Наталья Борисовна, Заячковский Антон Олегович

Кафедра вычислительных технологиий и моделирования, e-mail: `serg.giniatulin@gmail.com`

Решение и анализ задач геофизической гидротермодинамики в акваториях Мирового океана с помощью ассимиляции данных наблюдений и с использованием современных информационных технологий и методов математического моделирования представляет собой перспективное направление исследования океана и атмосферы. В последнее время методы усвоения (ассимиляции) данных наблюдений также используются для повышения адекватности моделей циркуляции океана. Здесь наиболее перспективным направлением является задача вариационного усвоения данных, которая, как правило, сводится к задаче оптимального управления. Численное решение данных задач усложняется реальной конфигурацией границ океанов, большим количеством узлов дискретизации, наличием данных наблюдений лишь в малых подобластях Мирового океана. Все это создает дополнительные информационные проблемы при практическом решении этих задач и требует разработки специальных методов с привлечением мощных вычислительных комплексов. Современное использование математических моделей высокого разрешения с привлечением процедур ассимиляции данных измерений и мощных вычислительных комплексов приводит к созданию соответствующих Информационно-вычислительных систем.

Настоящая работа посвящена разработке одной из версий Информационно-вычислительной системы(ИВС) вариационной ассимиляции данных температуры поверхности океана.

Авторами были получены следующие результаты.

- Разработана технология создания распределенной Информационно-вычислительной системы вариационной ассимиляции данных с удалённым доступом для пользователей.
- Создан тестовый вариант ИВС ИВМ РАН, проведены численные эксперименты по оценке эффективности работы системы ИВС и предложенных технологий и алгоритмов.

Литература

1. Морган С., Райан Б., Хорн Ш., Бломсма М. Разработка распределенных приложений на платформе Microsoft .Net Framework: Учебный курс Microsoft. М.: «Русская Редакция», 2008.
2. Агошков В. И., Ботвиновский Е. А., Лебедев С. А. Структура информационно-вычислительной системы ассимиляции данных наблюдений. Эскизный проект. М.: ИВМ РАН, 2006.

Разностные схемы со спектральным разрешением для задач газовой динамики и аэроакустики

***Дородницын Людвиг Вацлавович*[1], *Александров Анатолий Витальевич*[2]**

[1] Кафедра вычислительных методов, e-mail: dorodn@cs.msu.su

[2] Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: tol_tol@mail.ru

Задачи аэроакустики предъявляют высокие требования к точности методов, используемых в численном моделировании. Дисперсия и затухание волн в газовой среде, рефракционные и резонансные явления нуждаются в адекватном описании. Этим объясняется факт, что многие современные численные методы возникли в контексте аэроакустических приложений.

Традиционный способ повышения точности вычислительных алгоритмов связан с увеличением порядка аппроксимации схемы на гладких решениях дифференциальной задачи. Альтернативный подход опирается на оптимизацию спектральных свойств схемы. Отправной точкой для данного направления послужили схемы, сохраняющие дисперсионные соотношения, (DRP-схемы) из [1].

Технология аппроксимации DRP строится на основе уравнения переноса

$$\partial u/\partial t + \partial u/\partial x = 0, \tag{1}$$

а затем легко адаптируется к гораздо более сложным системам уравнений — как линейным, так и нелинейным. В уравнении (1) пространственная производная $\partial u/\partial x$ заменяется центрально-разностной линейной комбинацией на широком шаблоне:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{1}{h}\sum_{j=-m}^{m} a_j\, u(x+jh)\,, \tag{2}$$

где h — шаг равномерной сетки. Неизвестные коэффициенты a_j в (2) подбираются с помощью преобразования Фурье так, чтобы приблизить дисперсионное соотношение, задаваемое разностным оператором, к дисперсионному соотношению дифференциального уравнения (1).

Похожие принципы применяются для построения алгоритмов численного интегрирования по времени. В разновидностях методов Адамса либо Рунге–Кутты к требованию четвертого порядка аппроксимации добавляется условие спектральной оптимизации функции перехода для модельной задачи.

Краевые условия на искусственных границах расчетной области ставятся таким образом, чтобы обеспечить близость дисперсионных соотношений, определяемых основной разностной схемой и граничными операторами.

Для аппроксимации гиперболических систем уравнений используются готовые наборы коэффициентов a_j из (2), а также из разностных граничных операторов. Применяются методы интегрирования по времени, упомянутые выше. Линеаризованные уравнения Эйлера (как одномерные, так и многомерные) допускают задание точных граничных условий на твердом теле.

Литература

1. Tam C.K.W., Webb J.C. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics // J. Comput. Phys. 1993. 107. N 2. P.262–281.

Консервативная модель переноса вещества по сердечно-сосудистой системе

Борзов Андрей Геннадьевич, Мухин Сергей Иванович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: kritikmeister@gmail.com, vmmus@cs.msu.su

Рассматривалась задача переноса кровью растворенного вещества с учетом диффузии по замкнутой через сердце системе сосудов в квазиодномерном приближении (следуя [1]).

Разработаны модели распределенной диффузии через стенки сосудов в окружающую сосуд ткань.

Предложена модель замыкания системы относительно переносимого вещества с учетом прохождения вещества через работающее сердце.

Численные алгоритмы реазизованы в стандарте программного комплекса CVSS (см. [2]). Проведены тестовые расчеты, которые показали работоспособность алгоритмов и консервативность разработанной модели.

Благодарности

Авторы выражают благодраность Фаворскому А.П., Соснину Н.В.

Литература

1. Абакумов М.В., Есикова Н.Б., Мухин С.И., Соснин Н.В., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Разностная схема решения задач гемодинамики на графе. Препринт. М.: Диалог-МГУ, 1998.
2. Ашметков И.В., Буничева А.Я., Лукшин В.А., Кошелев В.Б., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П., Хруленко А.Б. Математическое моделирование кровообращения на основе программного комплекса CVSS. // Компьютерные модели и прогресс медицины. М.: Наука, 2001. С. 194–218.

Математическое моделирование динамики квазивидов ВИЧ

Телятников Илья Сергеевич[1], Бочаров Геннадий Алексеевич[2]

[1] Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: ilux_t@list.ru

[2] Институт вычислительной математики РАН, e-mail: bocharov@inm.ras.ru

Процесс размножения вирусов иммунодефицита (ВИЧ) в ходе заболевания характеризуется высокой изменчивостью генома, что обусловлено процессами мутации, рекомбинации и мультиинфекции. Эта особенность жизненного цикла вируса определяет возможность формирования резистентности к действию противовирусных препаратов в ходе лечения. Для понимания вклада различных характеристик взаимодействия в системе вирус – организм человека в кинетику генетической изменчивости ВИЧ необходимо применение математических моделей.

Результатом эволюции ВИЧ является неоднородная популяция, представляющая собой некоторое распределение генотипов. Соответствующий ансамбль цепочек вирусных РНК, отличающихся друг от друга по нескольким основаниям, оставаясь вирусами заданного вида, называется квазивидом. В данной работе на основе генетических алгоритмов [1] построена модель эволюции вирусной популяции, учитывающая точечные мутации, рекомбинации, репликация вирусных геномов и отбор потомков по степени приспособленности. Использован четырехбуквенный алфавит, моделирующий нуклеотиды [2]. В модели реализованы однократные и мультиинфекции клеток–мишеней. Рассмотрены вирусные мутанты, резистентные к действию препарата AZT, блокирующего обратную транскрипцию вирусной РНК в ДНК, ограниченного спектра: в 41 и 215 позициях аминокислотной последовательности находятся метионин (ATG) и треонин (ACC) соответственно. Для численной реализации модели написана программа на языках Visual Fortran, Open MPI. Расчеты производились для следующих параметров: длина цепочки – 1800 оснований; размер популяции – 10000 цепочек вирусной РНК; вероятность точечной мутации – 0.2; вероятность рекомбинации – 0.5. Мерой неоднородности популяции является среднее расстояние по Хеммингу.

Проведены вычислительные эксперименты для оценки влияния препарата AZT на состав вирусной популяции и параметры приспособленности геномов. Предварительные результаты показывают, что наличие препарата практически не влияет на степень неоднородности популяции, но процентное содержание мутантов с разной приспособленностью зависит от концентрации препарата.

Для проверки корректности стохастической модели используется также подход к моделированию динамики квазивида ВИЧ, резистентного к AZT, на основе систем ОДУ.

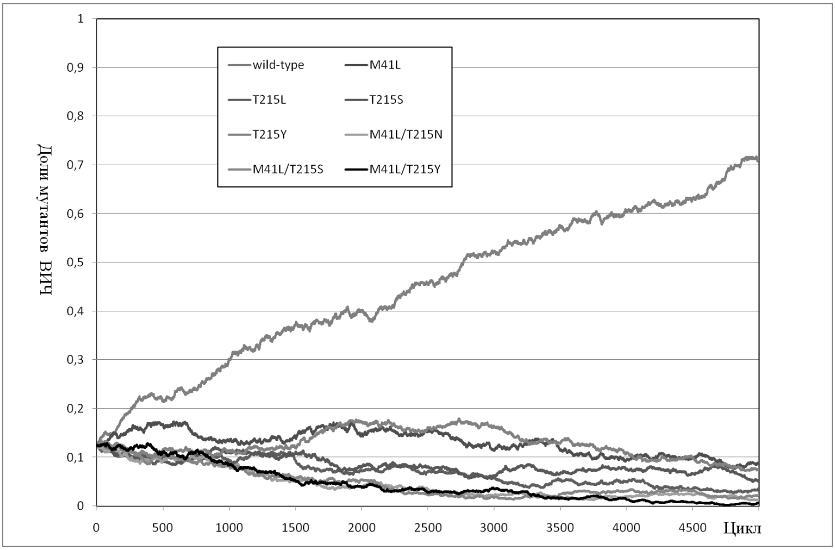
Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов Программы Президиума РАН «Фундаментальные науки – медицине» и РФФИ (11–01–00117а).

Литература

1. Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor: Univ. Michigan Press, 1975. 183 p.
2. Игнатович А.Н. и др.. Математические технологии моделирования динамики вирусов и иммунных реакций // Структура и динамика молекулярных систем: Электронный журнал. 2008. № 4. С. 350–386.

Иллюстрации



Динамика мутантов ВИЧ, резистентных к AZT

Исследование консервативности трехстадийных симметрично-симплектических методов Рунге–Кутты

Еленин Георгий Георгиевич,
Александров Петр Александрович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: `elenin2@rambler.ru`, `petr_aleksandrov@mail.ru`

Одним из актуальных направлений в современной фундаментальной науке и нанотехнологических приложениях является математическое моделирование движения атомов и молекул [1]. Атомно-молекулярное движение в приближении молекулярной динамики описывается решениями задачи Коши для гамильтоновых систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Эти решения имеют ряд важнейших глобальных свойств: консервативность, сохранение фазового объема, обратимость во времени, симплектичность [2]. Для получения надежных результатов численного моделирования следует применять вычислительные методы, сохраняющие максимальное число глобальных свойств.

В работе исследовалась возможность построения консервативного симплектического вычислительного метода, обратимого во времени, на основе семейств трехстадийных симметрично-симплектических методов Рунге–Кутты второго и четвертого порядка аппроксимации. Ранее тот же вопрос исследовался для однопараметрического семейства двухстадийных симметрично-симплектических методов второго порядка [3].

Для анализа выбрана модельная задача об одномерном движении материальной точки в поле кубического потенциала. Исследования показали, что между свободными параметрами семейств существуют связи, при которых полная энергия сохраняется на приближенных решениях задачи Коши.

Литература

1. Еленин Г. Г. Нанотехнологии, наноматериалы, наноустройства // Информационные технологии и вычислительные системы. 2002. 2. 32–56.
2. Harier E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration. Berlin: Springer. 2006.
3. Еленин Г.Г., Шляхов П.И. О консервативности двухстадийных симметрично-симплектических методов Рунге–Кутты и метода Штермера-Верле // Дифференц. уравн. 2010. 46. № 7. 983–989.

Особенности течений в системе эластичных трубок при наличии гравитационных сил

Есикова Наталия Борисовна, Мухин Сергей Иванович, Соснин Николай Васильевич, Фаворский Антон Павлович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: esikova.nata@yandex.ru

При моделировании гемодинамики человека большое значение имеет учет воздействия гравитации на поток крови. Физиологические механизмы реакции на гравитацию многочисленны и для понимания их роли в общей гемодинамике, необходимо изучить чисто гидродинамические особенности течения жидкости в системе эластичных трубок. В работе такое исследование проведено для простой принципиальной схемы системы кровообращения. Рассматриваются решения квазиодномерных уравнений гемодинамики при различных величинах производительности сердца, силы гравитации и при различных эластических свойствах (уравнениях состояния) сосудов. Исследование производились аналитически и численно. Эластичность сосудов соответствовала изменению площади сечения в пределах 0–10%, разная для разных сосудов, ускорение свободного падения - в пределах 0–1 g (моделирование ортостатического эффекта). Показано, что при определенных, физиологически адекватных, сочетаниях величин гравитации и эластичности, возникают сверхзвуковые течения, не характерные для гемодинамики человека. С помощью серии расчетов продемонстрировано влияние степени эластичности сосудов в условиях растущей гравитации распределение объемов крови, скоростей и давлений в аналогах артериальных и венозных сосудов в нижней (по отношению с вектору гравитации) части сети. Наряду с ожидаемым общим увеличением объема крови в этих отделах сосудов, были установлены и эффекты уменьшения объема крови в отдельных артериальных сосудах с течением времени, что в ряде случаях являлось причиной возникновения сверхзвуковых течений. Этот эффект проявляется в случае, когда эластичность двух последовательных сосудов увеличивается в дистальном направлении (в норме эластичность в артериальной части проксимально уменьшается). С физиологической точки зрения это соответствует склерозированию или стентированию проксимального сосуда. Кроме того, сечение вдоль проксимального сосуда значительно изменяется, вплоть до максимальных значений. Исследовано влияние производительности сердца для обеспечения нормального потока в венозной части.

Полученные результаты показывают, что даже в простом случае только гидродинамические факторы в широком диапазоне значений параметров не обеспечивают нормального кровотока при резком изменении силы гравитации. Кроме того, результаты проведенных исследований могут быть использованы при задании параметров и начальных данных для моделирования полной системы кровообращения.

Литература

1. Каро К., Педли., Штотер., Сид У. Механика кровообращения. М.: Мир, 1981.
2. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир, 1983.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. Изд.5.М.:Физматлит, 2001.
4. Tichner E.G., Sacks A.H. A theory for the static elastic behavior of blood vessels // Boirheology.1967.4. N 4. P. 151–168.

Математические свойства модели подавления вертикальной неустойчивости плазмы

Костомаров Дмитрий Павлович,
Сычугов Дмитрий Юрьевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: `kostomar@cmc.msu.ru, sychugov@cmc.msu.ru`

1. Введение. В токамаках часто возникает проблема вертикальной устойчивости и управляемости плазмы [1–4]. Причина этому в том, что по ряду соображений плазменный шнур растягивают, его сечение становится каплеобразным, и в районе «острия» магнитное поле обращается в нуль.

Под управляемостью плазмы понимается возможность ее удержания в заданных пределах при помощи активной обратной связи (АОС).

2. Модель «быстрых» смещений. Необходимым условием управляемости является устойчивость плазмы относительно «быстрых», $\sim 10^{-6}$ с, смещений. Если ее нет, АОС невозможна. «Быстрая» неустойчивость подавляется токами Фуко, наводящимися в вакуумной камере и в специальных витках (пассивная обратная связь). Модель состоит из уравнения движения плазмы по вертикали как целого и идеальных уравнений Кирхгофа в пассивных витках:

$$10^{-6} M \frac{d^2}{dt^2}\xi(t) = W_0\xi(t) + W_1 I_1(t) + W_2 I_2(t) + \ldots + W_N I_N(t), \quad (1)$$

$$L_{i1}\frac{dI_1}{dt} + L_{i2}\frac{dI_2}{dt} + \ldots + L_{iN}\frac{dI_N}{dt} = -I_p\frac{dL_{ip}}{d\xi}\frac{d\xi}{dt} = -W_i\frac{d\xi}{dt}, \quad i = 1, 2, \ldots, N. \quad (2)$$

Здесь M, ξ — масса шнура и его смещение, $W_0\xi$ — сила Лоренца, I_k – ток в k-м витке, $W_k I_k$ — возвращающая сила со стороны k-го витка, N — число витков, 10^{-6} — размерный множитель, L_{ik} — коэффициенты взаимной индукции витков, L_{ip} — коэффициент индукции между i-м витком и плазмой.

3. Модель «медленных» смещений и обратной связи. Если «быстрая» неустойчивость подавлена, то возникает «медленная» неустойчивость, $\sim 10^{-3}$ с, которая может быть подавлена АОС. Так как для «медленных» смещений левая часть (1) уменьшается на три порядка, то ей можно пренебречь. В уравнения Кирхгофа добавляется электрическое сопротивление R_i и активная обратная связь $U_i\left(\xi, \frac{d\xi}{dt}\right)$:

$$W_0\xi(t) + W_1 I_1(t) + W_2 I_2(t) + \ldots + W_N I_N(t) = 0, \quad (3)$$

$$L_{i1}\frac{dI_1}{dt} + L_{i2}\frac{dI_2}{dt} + \ldots + L_{iN}\frac{dI_N}{dt} + R_i I_i = -W_i\frac{d\xi}{dt} - U_i\left(\xi, \frac{d\xi}{dt}\right). \quad (4)$$

Для линейной АОС $U_i\left(\xi, \frac{d\xi}{dt}\right) = A_i\xi + B_i\frac{d\xi}{dt}$, для пассивного витка $A_i = B_i = 0$.

4. Результаты. Доказаны теоремы, интерпретация которых представляет физический интерес. При анализе линейной АОС применялась стандартная техника, в нелинейном случае теоремы сформулированы в терминах предельных амплитуд смещения, что является частным случаем понятия устойчивости на множестве [5].

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 11–07–00567–а, № 11–01–00216-а).

Литература

1. Laval G., Pellat R., Soule G. Hydromagnetic stability of a current-carrying pinch with noncircular cross section // The Physics of Fluids. 1974. 17. N 4. P. 835–845.
2. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П., Пистунович В.И., Попов А.М., Сычугов Д.Ю. Стабилизация вертикальной неустойчивости в токамаке с полоидальным дивертором // Физика плазмы. 1984. 10. № 4. С. 688–694.

3. Сычугов Д.Ю., Амелин В.В., Гасилов Н.А. Модуль «TOKSTAB» (Модуль библиотеки программ «ВИРТУАЛЬНЫЙ ТОКАМАК») // ВАНТ. Серия Термоядерный Синтез. М., 2010. № 3. С. 46–49.
4. Degtyarev L. et al. The KINX ideal MHD stability code for axisymmetric plasmas // Computer Physics Communications, 1997. 103. P. 10–27.
5. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи. М.: Наука, 1997.

Тензорные методы и задачи со сложной конфигурацией частиц

Михалев Александр Юрьевич[1], ***Оселедец Иван Валерьевич***[2]

[1] Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: `muxasizhevsk@gmail.com`

[2] ИВМ РАН, e-mail: `ivan.oseledets@gmail.com`

В данной работе в качестве основной проблемы была взята задача многих тел — определение взаимодействий всех данных тел с заданными свойствами. В общем виде поставленную задачу можно записать следующим образом:

$$F(i) = \sum_{j \neq i} f(i, j) q_j.$$

Проблема вычисления этих сумм является одной из фундаментальных задач вычислительной математики.

Самыми распространенными алгоритмами для решения задачи многих тел являются: наивный (сложность $O(N^2)$), Барнс–Хатса [1] (линейная сложность, требует построения иерархического дерева), мультипольный метод [2] (линейная сложность, группирование «близких» тел, разделение взаимодействий на «дальние» и «ближние»), мозаично-скелетонный [3] (линейная сложность, аппроксимация блоков матрицы взаимодействия скелетонным методом).

В связи с широким распространением доступа к высокопроизводительным кластерам, требования к алгоритму решения исходной задачи меняются — на первый план выходит возможность хорошей параллелизации кода.

К сожалению, метод Барнс–Хатса и мультипольный метод обладают рекурсивной составляющей и привязаны к функции взаимодействия тел, а мозаично-скелетонный метод требует большого количества памяти. Таким образом, необходим новый алгоритм, не зависящий от функции взаимодействия, не имеющий рекурсии в своем составе и не выдвигающий высоких требований к памяти.

Предложенный алгоритм является аналогом мультипольного метода, но разбиение суммы идет не по качеству «далеко»-«близко», а по качеству «до»-«после» [4]. Он состоит из разложения матрицы новым способом и умножения полученного разложения на вектор-свойство (заряд, масса, ...). Само по себе разложение имеет сложность $O(N^2)$, но производится всего-лишь один раз, далее работают операции по вычислению произведения матрицы на вектор (линейная сложность).

Отличительной чертой алгоритма является то, что он состоит из совершенно независимых конвейеров вычислений.

В таблице приведены результаты численных экспериментов при относительной ошибке $\varepsilon = 1e-5$, $f(x, y) = r(x, y)^{-1}$, частицы расположены случайным образом внутри куба $[0; 1]^3$. N — количество частиц, $Factor$ — время построения разложения, $MVMul$ — время умножения разложенной матрицы на вектор, $naiveMVmul$ — время умножения матрицы взаимодействий на вектор, $rndL2err$ — относительная ошибка вычислений по норме L_2, mem — необходимая память для хранения разложения.

N	$Factor$	$MVmul$	$naiveMVmul$	$rndL2err$	mem
10000	3.66	0.0665	0.358	1.38e-5	103M
20000	16.08	0.0686	1.36	2.23e-5	236M
30000	37.3	0.105	3.06	2.54e-5	377M
40000	73.3	0.142	5.47	2.96e-5	522M
50000	125.5	0.176	8.5	3.44e-5	676M
60000	181.3	0.172	12.25	3.62e-5	828M
70000	260	0.22	16.6	4.06e-5	989M
80000	366.8	0.27	21.85	4.47e-5	1.2G
90000	455.7	0.285	27.75	4.56e-5	1.3G
100000	598	0.341	34.3	4.96e-5	1.5G

Литература

1. Barnes J., Hut P. A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm // Nature. 1986 324:4.
2. Greengard L., Rokhlin V. A fast algorithm for particle simulations // Journal of Computational Physics. 1987. 73(2). P. 325–348.
3. Tyrtyshnikov E. Mosaic-skeleton approximations. // Calcolo. 1996. 33(1). P. 47–57.
4. Edelman A., Leiserson C.E., Demaine E.D., Demaine M.L. and Persson P. Building Blocks and Excluded Sums. //SIAM News. 2005. 38. N 1.

О корректной постановке задачи Трикоми для уравнения Лавреньева–Бицадзе со смешанными краевыми условиями

Моисеев Тихон Евгеньевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: tsmoiseev@mail.ru

Рассматривается задача Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе

$$u_{xx} + (\operatorname{sgn} y)u_{yy} = 0.$$

Краевые условия это задание наклонной производной с постоянным углом наклона и задание первого краевого условия на другой части границы в эллиптической части области. В гиперболической области данные заданы на одной из характеристик. Приведены корректные постановки задач и получено интегральное представление решения задачи Трикоми.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 10–01–00411, программы поддержки ведущих научных школ (проект НШ–3514.2010.1).

Литература

1. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М., 1981.
2. Моисеев Т.Е. Об интегральном представлении решения уравнения Лапласа со смешанными краевыми условиями//Дифференц. уравн. 2010. 47. №10. С.1446–1451.

Восстановление периодических функций вариационным методом

Терновский Владимир Владимирович[1], ***Хапаев Михаил Михайлович***[2]

[1] Кафедра вычислительных методов, e-mail: vladimir.ternovskii@gmail.ru
[2] Кафедра общей математики

Если коэффициенты Фурье заданы с ошибками, то ряд Фурье расходится. Некорректность суммирования членов ряда преодолевается методами регуляризации А.Н. Тихонова. Для восстановления периодической функции, ряд Фурье модифицируется путем введения регуляризирующего множителя, согласованного с уровнем априорных ошибок. При использовании такого метода происходит сглаживание восстанавливаемой функции.

При практических приложениях встречаются разрывные функции, ряд Фурье которых медленно сходится. Кроме того, возникает эффект Гиббса. Авторы предлагают отказаться от использования ряда Фурье в случае неточных коэффициентов и разрывных функций.

Тогда неизвестная функция восстанавливается по коэффициентам Фурье, которые рассматриваются как система уравнений первого рода. Если функция из компактного множества, то такая задача корректна.

Таким образом, вместо использования ряда Фурье, возможно найти периодическую функцию путем минимизации стабилизатора с интегральными ограничениями, в которые входят коэффициенты Фурье. При этом используется априорная информация об ошибках.

Предлагаемый метод позволяет избежать эффекта Гиббса, учитывает индивидуальные искажения каждого коэффициента Фурье.

Секция IV
Лаборатории информационных технологий, ЭВМ, вычислительного практикума и информационных систем

Метод индексов Льюиса Кэрролла как основа компьютеризации рассуждения

Владимирова Юлия Сергеевна
НИЛ ЭВМ МГУ, e-mail: `vladimirova@cs.msu.ru`

Решение актуальной задачи компьютеризации рассуждения, состоящего в выявлении взаимосвязей между сущностями рассматриваемых вещей, невозможно без адекватного выражения этих взаимосвязей. В первую очередь, требуется непарадоксальное представление основы умозаключения – отношения содержательного следования, имеющееся в силлогистике Аристотеля в виде общей посылки «Всякий x есть y».

Метод диаграмм Льюиса Кэрролла [1], предназначенный для решения силлогизмов, использует выражение суждений силлогистики в алгебре более простых объектов – суждений существования вещей и позволяет непротиворечиво представить сущность всех модусов силлогистики. Этот метод исследует взаимосвязи между особенностями, обозначающими наличие у вещи одного качества, но не произвольного их сочетания.

Методы индексов и деревьев [1, 2] нацелены на расширение возможностей силлогистики посредством решения соритов – задач, характеризуемых произвольным количеством силлогистических посылок, каждая из которых определяет взаимосвязь между двумя особенностями, а также рассмотрения посылок, связывающих составные особенности вещей, таких, как например, «Всякий xy есть z». Выраженный в алгебраической форме, метод индексов исследует отношения между объектами, сущности которых определяются произвольными взаимосвязями их особенностей и представляет собой таким образом приемлемую основу компьютеризации рассуждения.

Литература

1. Кэрролл Л. Символическая логика // История с узелками. М.: «Мир», 1973.
2. Carroll L. Symbolic logic / Ed., with annotations a. an introd. By Bartley W.W. - N.Y.: Clarkson N.Potter, 1977. - XXV, 496 p. – Cont.: Pt I: Elementary, Pt 2: Advanced, never previously published.
3. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Аристотелева силлогистика в символической логике Льюиса Кэрролла. М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2011.

Кросс-система разработки программ на языке ДССП для троичной виртуальной машины

Бурцев Алексей Анатольевич

НИЛ ЭВМ МГУ, e-mail: burtsev@niisi.msk.ru

В настоящее время, когда двоичные цифровые машины (ЦМ) приблизились к потолку своих потенциальных возможностей, назрела необходимость построения троичного процессора на современной элементной базе, а также разработки программного оснащения для него.

В НИЛ ЭВМ МГУ разработан (и реализован на языке Си) программный комплекс ТВМ (троичная виртуальная машина), имитирующий функционирование современного варианта троичного процессора двухстековой архитектуры с поддержкой структурированного программирования на уровне машинных команд, аналогичной той, что была обеспечена в троичной ЦМ "Сетунь-70" [1].

В качестве первичного инструментального средства подготовки программ для троичной машины вместе с ТВМ был разработан и ассемблер для нее. Но уже при создании ТВМ предполагалось, что основным языком разработки программ для нее должен стать троичный вариант языка ДССП [2,3]. Такой язык впоследствии был разработан и получил название ДССП-Т.

Чтобы обеспечить разработку программ для ТВМ на языке ДССП-Т, был сконструирован (и реализован на языке Си) кросс-компилятор с этого языка на язык ассемблера ТВМ. Вместе с ним были разработаны ассемблерное ядро, ДССП-библиотека стандартных модулей и командный монитор (ДКМОН), позволяющий прогонять получаемые ДССП-программы в режиме диалога. Все эти программные средства вместе с ассемблером и имитатором ТВМ составляют единую кросс-систему разработки программ для троичной виртуальной машины, получившую название ДССП-ТВМ.

В докладе рассматриваются принципы построения системы, ее структура и роль основных компонент, а также некоторые проблемные аспекты реализации кросс-компилятора и ассемблерного ядра. Дается характеристика основных особенностей языка ДССП-Т и созданной на его основе библиотеки.

Литература

1. Брусенцов Н.П., Рамиль Альварес Х. Структурированное программирование на малой цифровой машине // Вычислительная техника и вопросы кибернетики. Вып. 15. М.: Изд-во МГУ, 1978. С.3–8.
2. Брусенцов Н.П., Захаров В.Б., Руднев И.А., Сидоров С.А. Диалоговая система структурированного программирования ДССП-80. // Диалоговые микрокомпьютерные системы. М.: Изд-во МГУ, 1986, С.3–21.
3. Бурцев А.А. ДССП – среда структурированной разработки программ как сложных систем // Вторая Международная кон-

ференция “Системный анализ и информационные технологии” САИТ-2007: Труды конференции. М.: ЛКИ, 2007. С.190–194.

Несовместимость отношения следования с законом исключенного третьего

Брусенцов Николай Петрович

НИЛ ЭВМ МГУ, e-mail: ramil@cs.msu.ru

В современной математической логике непредставима первооснова умозаключений – отношение необходимого следования. Дизъюнктивная нормальная форма отношений тождества $(x = y) \equiv xy \vee x'y'$, противоположности $(x = y') \equiv xy' \vee x'y$, «материальной импликации» $(x \subset y) \equiv xy \vee x'y \vee x'y'$. Однако в ДНФ следования $x \Rightarrow y$ член $x'y$ не утверждаем и не исключаем, он несущественный. Поэтому естественно его умалчивать, а исключаемое индексировать нулем.

ДНФ отношения следования при этом будет: $(x \Rightarrow y) \equiv xy \vee xy'_0 \vee x'y'$. Устранение нелепости исключенного третьего придает логике реальность и здравый смысл.

Литература

1. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Аристотелева силлогистика в символической логике Льюиса Кэрролла. М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2011.

Интеллектуальные обучающие системы: проблема развития мышления в системно-информационной культуре

Громыко Владимир Иванович[1], ***Казарян Валентина Павловна***[2], ***Васильев Николай Семенович***[3], ***Симакин Александр Георгиевич***[4]

[1] лаборатория вычислительного практикума и информационных систем, e-mail: gromyko.vladimir@gmail.com

[2] Философский факультет, e-mail: vp.kazaryan@mtu-net.ru

[3] МГТУ им. Н.Э.Баумана, кафедра высшей математики, e-mail: nik8519@yandex.ru

[4] РУДН, Факультет гуманитарных и социальных наук, e-mail: modus-as@mail.ru

В системно-информационной культуре образование занято задачей обеспечения вхождения учащегося в системный мир, деятельность в котором экстенсивна и образуется на основе межпредметности. Соответствовать революционным требованиям в образовании надлежит: современно, конструируя обучающую систему (ОС) на метазнаниях о возможностях вхождения учащегося в наукоемкую культуру (Интеллектуальные ОС по Д.Поспелову); консервативно, надстраивая традиционное обучение до универсального обучения, отвечающего за концептуальные синтезирующие средства для межпредметности. Такими являются рациональные средства, обнаруживаемые в единстве математики, программирования и информатики. Сейчас недостаточно готовить читателя профессионального руководства, требования сложнее — нуждаемся в точной коммуникации и факторизации знания для межпредметной деятельности. Практически нужны общие понятия (законы) рационального протокола системного аксиоматического метода: оффисное программирование, объектно-ориентированная технология, базы знаний, логика (вычисление-доказательство, теория), аксиоматизация (и категорная), метаматематика.

На факультете ВМК МГУ в рамках семинара «Обучающие системы» ведется работа по проекту «Интеллектуальное компьютерное место учащегося» [1,2], ядром которого является ИОС. Она отвечает за адаптивное продвижение учащегося к восприятию концептуального синтеза предметов за счет межпредметных связей. В этих условиях возрастают требования к интеллектуальным компонентам ОС в отношении обеспечения пользователя:

- возможностью работы с наделенными целостными характеристиками учебным материалом;
- электронной средой восстановления разума в отношении деятельности с концептуальным.

Разработанная модель обучения строится на личностном характере знания и исходит из необходимости предоставления разнообразных путей приобщения к знанию. Для этих целей реализуются:

- база знаний, т.е. хранилище документов, организованное на основе рациональных смыслов;
- адаптивная среда жизни учащегося в базе знаний;
- метод обучения, нацеленный на развитие мышления на основе:
  - адаптивного существования учащегося в знании в соответствии с выявленным уровнем его невежества;
  - использования филогенеза рационального для формирования знания как понимания;
  - использования понимания как знания, т.е. уровень знания и вычисления по формуле заменяется представлениями об упаковке и раскодировании теории.

Таким способом формируется «царская» дорога к рациональному протоколу, позволяющему думать не только в границах предмета, но и использовать предмет в целостности знания системно-информационной культуры.

Литература

1. Громыко В.И., Аносов С.С., Ельцин А.В., Леонов М.И. Обучение в системно-информационной культуре – на пути реализации //Программные системы и инструменты. Вып. 11. М.: Изд. отдел ф-та ВМиК МГУ, 2010.

2. Громыко В.И., Васильев Н.С., Казарян В.П., Симакин А.Г. Задачи и возможности образования в системно-информационной культуре// Труды 12-й международной конференции "Цивилизация знаний: проблемы человека в науке XXI века", М.: Изд-во РосНОУ, 2011.

О развитии языка поисковых запросов CQL (Chess query language)

***Захаров Виктор Борисович*[1], *Махнычев Владимир Сергеевич*[2]**

[1] Лаборатория вычислительного практикума и информационных систем, e-mail: victor@ldis.cs.msu.su

[2] Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: makhnich@ldis.cs.msu.su

В статье рассказывается об одном из подходов к упрощению методов поиска информации в базах данных на основе специализированного языка, ориентированного на предметную область, в качестве которой выступают шахматы. Ввиду простых правил, с одной стороны, и большой сложности возникающих задач – с другой, шахматные проблемы являются хорошим полигоном для испытания новых технологий в информатике. Популярность шахмат во всём мире растет. В ряде стран шахматы вводятся как обязательный или дополнительный предмет в школьном образовании.

При обучении шахматам важно найти и продемонстрировать типовые позиции, соответствующие изучаемой теме. Например, типичным является запрос такого вида: «найти все позиции в партиях, в которых конь своим ходом делает вилку». Стандартный язык SQL-запросов, используемый для поиска в базах данных, не содержит никакой информации о правилах шахмат, а попытка выразить указанный поиск «вилки» в терминах SQL-запроса приведет к написанию сотен операторов, и полученный запрос будет выполняться несоразмерно долго.

Язык CQL (Chess Query Language) содержит в себе функции для определения базовых шахматных понятий, таких, как: взятие фигуры, атака, нахождение в определенной области доски указанных шахматных фигур, перемещение фигуры и т.п. Комбинируя функции, можно формировать более сложные критерии, соответствующие сложным шахматным понятиям. Для формирования запросов на языке CQL пользователю не требуется подготовка программиста.

Созданный нами интерпретатор языка CQL 4.0 вошел в популярные шахматные программы Chess Assistant, Aquarium. Обработка миллиона позиций занимает обычно несколько секунд. С помощью средств языка были отобраны позиции для нескольких десятков шахматных курсов различной сложности, начиная от курса «Мат в один ход» и заканчивая курсом «Шахматная тактика для разрядников». Можно говорить о том, что подход, связанный с созданием собственного языка для предметной области, работает успешно.

Количество пользователей языка растет. Планируется запуск сайта, содержащего описание языка CQL с примерами для всех основных конструкций языка, поддерживающего написание CQL-запросов и поиск по серверной базе данных, имеющего банк наиболее интересных запросов с возможностью их модификации для формирования новых запросов.

В качестве итога исследований можно сформулировать следующие утверждения.

1. Специализированные языки помогают многократно упростить работу специалистам в предметной области и расширяют круг людей, способных решать требуемые задачи.
2. С помощью CQL получены полезные решения, не достижимые другими методами.
3. Препятствием для внедрения подобных языков является малое количество потенциальных пользователей, специализирующихся в той или иной области. Поэтому основные перспективы развития специализированных языков видятся в упрощении обучения пользователей и повышения удобства их работы.

Об одной возможности реализации троичных цифровых устройств

Маслов Сергей Петрович
НИЛ ЭВМ МГУ, e-mail: spmaslov@gmail.com

Реальное появление недвоичных цифровых устройств (НЦУ) в современном сугубо двоичном цифровом мире возможно при выполнении двух условий:

1. Реализация НЦУ на основе существующих массовых полупроводниковых интегральных технологий. Это позволит изготавливать элементы НЦУ без привлечения нестандартных или дорогих средств.

2. Осмысление опыта, приобретенного при создании ЦВМ "Сетунь"и "Сетунь-70" [1] — реально существовавших и применявшихся, уникальных недвоичных компьютеров. Помимо заимствования от них апробированных схемных решений, важной является ориентация на симметричную троичную систему с цифрами −1,0,+1 – первейшего кандидата для использования в НЦУ.

"Сетуни" созданы в 50-х годах прошлого века на базе электромагнитной техники с использованием электрически изолированных обмоток. В среде современной интегральной полупроводниковой электроники нет аналогов таких обмоток и реализация в ней узлов "Сетуней" напрямую невозможна.

В НИЛ ЭВМ в инициативном порядке разработан и запатентован "Пороговый Элемент Троичной Логики" (ПЭТЛ) [2], представляющий собой функциональный аналог элемента "Сетуни". ПЭТЛ реализуется на основе модифицированной двоичной полупроводниковой ECL технологии. Будучи функциональным аналогом элемента "Сетуни", ПЭТЛ не является его схемотехническим аналогом. Поэтому для осуществления на его основе троичных цифровых устройств создана специфическая схемотехника.

В работе содержится формальное описание ПЭТЛ как порогового преобразователя троичных значений на его входе в набор значений на выходах, а также схемотехнических приемов и графических средств построения троичных устройств из ПЭТЛ. В терминах этой схемотехники описаны троичные узлы: формирователь констант, троичный повторитель, троичный нециклический инвертор, троичные двухвходовые схемы "ИЛИ" и "И", троичный полусумматор.

Литература

1. Брусенцов Н.П., Жоголев Е.А., Маслов С.П., Рамиль Альварес Х. Опыт создания троичных цифровых машин. // Компьютеры в Европе. Прошлое, настоящее и будущее. Киев: Феникс, 1998. С. 67–71.
2. Маслов С.П. Пороговый элемент троичной логики и устройства на его основе. Патент РФ на изобретение: RU № 2278469 C1 с приоритетом от 28 мая 2009 года.

Экспертная система на базе WiFi proximity

Намиот Дмитрий Евгеньевич

Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: `dnamiot@gmail.com`

В докладе описывается программная модель доставки местного контента (объявлений, доступных в некоторой локальной области) мобильным абонентам. Приложение SpotEx (Spot Expert) может использовать любую точку доступа Wi-Fi как сенсор присутствия и, соответственно, обеспечить мобильным абонентам просмотр местной информации.

Итогом представленной работы является новый метод из области context aware computing, базирующийся на идеях Wi-Fi proximity. Сервис может использовать как существующие, так и специально созданные (описанные) точки доступа WiFi в качестве триггеров для активации доставки контента (или открытия доступа к нему) на мобильные терминалы. Сервис позволяет пользователям связать (ассоциировать) собственные данные с точками доступа WiFi, равно как и получать доступ к таким же данным, которые были созданы (добавлены) другими пользователями.

Сервис может применяться, например, для распространения коммерческой информации в торговых центрах (скидки, купоны, специальные предложения и т.д.), для распространения гипер-локальных новостей (например, в кампусах, в офисных центрах), для создания персональных систем информационного вещания, а также в проектах SmartCity, как средство информирования (оповещения) или раскрытия данных.

Литература

1. Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Context_awareness
2. AT&T Laboratories Cambridge The Active Badge System http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/ab.html
3. Washington Papandrea, Michela; Giordano, Silvia; Vanini, Salvatore; Cremonese, Piergiorgio; Proximity marketing solution tailored to user needs World of Wireless Mobile and Multimedia Networks (WoWMoM), 2010 IEEE International Symposium E-ISBN:978-1-4244-7263-5
4. Wikipedia: Indoor positioning system http://en.wikipedia.org/wiki/Indoor_positioning_system
5. Comparison of Wireless Indoor Positioning Technologies www.productivet.com/docs-2/Wireless_Comparison.pdf
6. Lassabe F., Canalda P., Chatonnay P. and Spies F. Indoor Wi-Fi positioning: techniques and systems // Annals of Telecommunications. 64. N 9–10. 651—664. DOI: 10.1007/s12243-009-0122-1
7. SpotEx service: http://spotex.linkstore.ru
8. Mobile Markerintg: http://www.media-2go.net/Solutions
9. Charles L. Forgy. RETE: A fast algorithm for the many pattern/many object pattern match problem // Artificial Intelligence. 1982. 19(1). P. 17–37.
10. About the Rete Algorithm: http://en.wikipedia.org/wiki/Rete_algorithm
11. Ceccaroni L., Codina V., Palau M., Pous M., PaTac. Urban, Ubiquitous, Personalized Services for Citizens and Tourists // Digital Society. 2009. ICDS '09. Third International Conference 2009. P.7–12.
12. Yanying Gu., Lo A., Niemegeers I. A survey of indoor positioning systems for wireless personal networks // Communications Surveys & Tutorials. 11. 1
13. WiFi Chat service: http://wifichat.linkstore.ru

Грид-системы из персональных компьютеров как резерв вычислительной мощности для решения научных задач

Посыпкин Михаил Анатольевич

Лаборатория Открытых Информационных Технлогий, e-mail: mposypkin@gmail.com

В последнее время широкое распространение получили грид-системы из персональных компьютеров компьютеров (ГСПК). ГСПК основаны на наблюдении, что большую часть времени персональные компьютеры либо простаивают, либо загружены лишь на некоторую небольшую долю своей мощности. ГСПК обеспечивают возможность объединения свободных вычислительных мощностей домашних компьютеров и персональных компьютеров учреждений в единую распределенную систему для решения сложных вычислительных задач. В отличие от сервисных гридов, грид-системы из персональных компьютеров легко установить и поддерживать. Как правило, требуется одна рабочая станция, на которой запускается серверная часть инфраструктуры. Пользователи со всего мира имеют возможность подключать свои персональные компьютеры к этому ресурсу, предоставляя тем самым свободные ресурсы своих компьютеров для работы приложений, размещенных на центральном сервере.

Грид-системы из персональных компьютеров являются наиболее дешевым решением, обеспечивающим большую вычислительную мощность и обладают огромным потенциалом роста – в настоящее время в мире насчитывается более одного миллиарда персональных компьютеров и их число стремительно увеличивается. К сожалению, далеко не все распределенные приложения могут эффективно выполняться на подобных системах из-за серьезных ограничений, накладываемых возможностями по передаче данных и высокой вероятностью отказа узлов, участвующих в вычислениях. Вместе с тем, достаточно широкий класс практических задач укладывается в модель управляющий-рабочие, которая является основной моделью приложения в ГСПК. К этому классу относятся многие переборные и комбинаторные задачи, моделирование методом Монте-Карло, задачи идентификации и многие другие. Для таких задач использование ГСПК оправдано и позволяет разгрузить суперкомпьютеры и сервисные гриды. Резюмируя, можно сказать, что грид-системы персональных компьютеров являются дешевой альтернативой суперкомпьютерам и сервисным гридам и для ряда задач могут их успешно заменять.

В настоящее время широко известны следующие системы ГСПК: Condor, BOINC, XtremWeb, OurGrid, SARD, X-COM. Эти системы могут быть использованы для создания распределенных систем масштаба лаборатории, предприятия, города или всего мира.

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ 10–07–00640 и проектом DEGISCO 7-й рамочной программы Европейского Союза (контракт № 261561)

Деление целых чисел в троичной симметричной системе

Рамиль Альварес Хосе

НИЛ ЭВМ МГУ, e-mail: `ramil@cs.msu.su`

Первые алгоритмы деления чисел в троичной симметричной системе описаны Брусенцовым Н.П. [1] в предположении, что числа нормализованы в смысле [2], т.е. равны нулю или их модули принадлежат интервалу (0.5;1.5). В работе [3] предложена модификация этого алгоритма, основанная на использовании половины модуля делителя и введенной операции потритного сравнения чисел.

В докладе рассматриваются особенности алгоритма деления целых троичных чисел и необходимость учитывать в некоторых случаях знак необработанной части делимого. Использование в алгоритме потритного сравнения чисел и удвоенного модуля делителя позволяют уменьшить по сравнению с алгоритмом Брусенцова число необходимых операций типа сложения.

Для получения остатка от деления целых чисел необходимо произвести еще деление на два. Рассмотрены частные, но практически важные, случаи деления на 2, 8 и 10, в которых используется главная часть основного алгоритма.

Литература

1. Брусенцов Н.П. Алгоритмы деления для троичного кода с цифрами 0, 1, –1 // Вычислительная техника и вопросы кибернетики. Вып. 10. Л.: Изд–во ЛГУ, 1974. С. 39–44.
2. Брусенцов Н.П., Маслов С.П. и др. Малая цифровая вычислительная машина "Сетунь". М.: Изд–во МГУ, 1965.
3. Рамиль Альварес Х. Алгоритмы деления и извлечения квадратного корня в троичной симметричной системе // Вестн. Моск. ун –та. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2008. № 2. С. 42 –45.

Разработка систем программирования с помощью облачных технологий фирмы Google

Романов Владимир Юрьевич

Кафедра Автоматизации Научных Исследований, лаборатория Открытых информационных технологий, e-mail: `vromanov@cs.msu.su`, `vladimir.romanov@gmail.com`

В докладе рассматривается система программирования для визуализации программного обеспечения с использование облачных технологий фирмы Google [1]. Система выполняет визуализацию в виде UML-диаграмм программ, код которых расположен в сети Интернет. Применение средств разработки фирмы Google позволило реализовать систему с использованием облачных технологий этой фирмы.

В последнее время наметилась тенденция использования программного обеспечения через сеть Интернет. Программная система располагается не на компьютере пользователя, а на удаленных компьютерах-серверах (облаке) и доступна для использования через сеть интернет через интернет браузер. При таком подходе нет необходимости в установке системы на компьютер. Отпадает необходимость обновления системы новыми версиями. Система доступна с любого компьютера, через который есть выход в интернет.

Фирма Google стала одним из лидеров в предоставлении облачных технологий. Ей предоставляются сервисы поиска информации в интернете [2], сервис почты [3], сервис для хранения и редактирования документов [4], а также другие веб-сервисы. Распространению разработки приложений как веб-сервисов способствовало также предоставление специального инструментария для разработки приложений — App Engine[1] и GWT[5].

Сервис поиска программного кода позволяет выполнять поиск текстов программного кода в сети Интернет. Сервис работы с документами [4] предоставляет возможность работы с множеством документов через интернет браузер. Использование службы аккаунтов позволяет работать с приложением без необходимости проводить специальную регистрацию учётных данных пользователя. Для хранения информации приложения платформой App Engine предоставляется хранилище данных, которое позволяет выполнять запросы и сохранять данные, называемыми объектами.

В докладе рассматривается реализация как веб-сервиса системы программирования для визуализации кода программного обеспечения в виде диаграмм UML[6]. В докладе делается обзор этих сервисов, а затем дается описание реализации системы программирования для визуализации программного кода с использованием сервисов Google. Важным этапом работы с программным кодом является его поиск в интернете. Пользователь системы может явно задавать URL-ссылку на код в интернете, встретив ее, например, к какой либо статье. Для поиска кода может использоваться стандартный сервис для поиска информации [2]. Вместе с тем имеется возможность воспользоваться также веб-сервисом для поиска текста программного кода.

Литература

1. Инфраструктура Google. `http://code.google.com/intl/ru-RU/appengine/`
2. Поиск информации в интернете. `http://www.google.com`
3. Почта Google Mail. `http://gmail.com`
4. Сервис работы с документами фирмы Google. `http://docs.google.com`
5. Google Web Toolkit. `http://code.google.com/intl/ru-RU/webtoolkit/`
6. Object Management Group, UML 2.1 Superstructure Specification, OMG document. ptc-06-04-02.pdf `http://www.omg.org/uml`

Архитектура процессора троичной виртуальной машины

Сидоров Сергей Александрович

НИЛ ЭВМ МГУ, e-mail: `sidorov@niisi.msk.ru`

Архитектура процессора троичной виртуальной машины (ТВМ) основана на троичной симметричной системе счисления и наследует некоторые принципы троичных ЭВМ «Сетунь» и «Сетунь-70» [1], а также системы программирования ДССП [2]. ТВМ реализована как программный эмулятор и предполагает возможность воплощения троичной архитектуры в кремнии с предварительным моделированием в двоичных ПЛИС.

Основные форматы данных и понятия троичного процессора:

Трит — trit, принимает значения –1, 0 и 1.

Трайт — tryte, единица данных для обмена с памятью; состоит из 9 тритов, принимает 19683 различных значений; триты в трайте нумеруются справа налево, от 0 до 8.

Слово — word, группа из 3 смежных трайтов (27 тритов); принимает 7'625'597'484'987 различных значений; слово может начинаться с любого адреса трайта.

В ТВМ принята адресация little-endian, т.е. адресом слова является адрес младшего трайта.

Стек — основная структура данных троичного процессора.

Адресное пространство ограничено диапазоном целых чисел со знаком, представимых одним словом. Адресное пространство единое для команд и данных. Регистры внешних устройств отображаются также в адресное пространство.

Для обработки данных используется стек данных. Арифметические и логические команды потребляют свои аргументы из стека, туда же засылают результаты. Второй стек, называемый управляющим, предназначен для сохранения адреса возврата из подпрограммы, сохранения контекста. Элементом стека возвратов также является слово.

Наряду со стеками в процессоре имеются регистры для хранения указателей стеков и их границ, флагов и прочей служебной информации, все размером в одно слово. Есть также 4 регистра общего назначения. Регистры могут участвовать в формировании адреса данных в качестве индекса или базиса.

Система прерываний векторная. Определены несколько внутренних исключительных ситуаций (переполнение/исчерпание стека и т.п.), а также внешнее прерывание. Для простоты в данной реализации отсутствуют традиционные в современных микропроцессорах кеш-память, устройство управления виртуальной памятью, сопроцессоры.

Система команд включает команды пересылок данных, арифметические и логические операции, группу команд для работы со стеком, а также структурированные команды управления – вызов подпрограммы, условный вызов подпрограммы (1—3 ветви) и циклический вызов подпрограммы.

Литература

1. Брусенцов Н.П., Рамиль Альварес Х. Структурированное программирование на малой цифровой машине // Вычислительная техника и вопросы кибернетики. Вып. 15. М.: Изд-во МГУ, 1978, с.3-8.
2. Брусенцов Н.П., Захаров В.Б., Руднев С.А., Сидоров С.А., Чанышев Н.А. Развиваемый адаптивный язык РАЯ диалоговой

системы программирования ДССП. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1987 г. – 80 с.

Инструментарий поддержки разработки распределенных приложений для платформы BOINC

Храпов Николай Павлович

Центр грид-технологий и распределенных вычислений ИСА РАН, e-mail: nkhrapov@gmail.com

Основная идея добровольных вычислений состоит в том, что владелец современного компьютера предоставляет свою машину в качестве вычислительного ресурса для решения задач выбранного им общественно-полезного проекта. Персональный компьютер посредством сети интернет автоматически получает задания с сервера, выполняет их и отправляет результаты обратно на сервер. Задания общественно-полезного проекта запускаются на персональной машине с низким приоритетом и не препятствуют функционированию в качестве домашнего или офисного компьютера.

Наиболее известной в настоящее время платформой организации добровольных вычислений является BOINC (Berkeley Open Infrastructure for Network Computing)[1]. Темой данной работы является разработка инструментальных средств, облегчающих процесс работы с вычислительной инфраструктурой BOINC. Данный инструментарий состоит из двух основных компонентов: веб-интерфейса запуска распределенных приложений и средств мониторинга поведения вычислительной инфраструктуры. Веб-интерфейс запуска приложений позволяет в несколько кликов мыши через браузер запустить клиентскую и серверную части распределенного приложения. Данный интерфейс удобно использовать при разработке и отладке распределенного приложения, когда необходим многократный запуск. Инструментарий сбора статистики и мониторинга системы дает пользователю возможность отслеживать такие важные параметры как ускорение системы, число машин под различными платформами, а также просматривать динамику работы системы в виде графиков.

В настоящее время инструментарий успешно используется как при тестировании распределенных приложений, так и при работе с уже функционирующими общественными проектами. Кроме того используемый инструментарий оказался удобен для организации стендов и демонстраций. Разработанный инструментарий был успешно интегрирован в e-learning среду moodle[2].

Дальнейшее направление развития включает в себя расширение функциональности уже существующего инструментария. Также изучается возможность портирования системы на другие платформы добровольных вычислений (XtremWeb [3], Ourgrid [4] и др.), и интеграция с графическими IDE (eclipse, netbeanse, visual studio).

Литература

1. Официальный сайт проекта BOINC: http://boinc.berkeley.edu.
2. Официальный сайт интерактивной учебной среды moodle: http://moodle.org.
3. Cappello F., Djilali S., Fedak G., Herault T., Magniette F., Neri V. and Lodygensky O.: Computing on Large Scale Distributed Systems: XtremWeb Architecture, Programming Models,Security, Tests and Convergence with Grid FGCS Future Generation Computer Science, 2004.
4. Walfredo Cirne, Francisco Brasileiro, Nazareno Andrade, Lauro B. Costa, Alisson Andrade, Reynaldo Novaes and Miranda Mowbray. Labs of the World, Unite!!! // J. Grid Computing. 2006 4(3). P. 225–246.

Секция V
Кафедры общей математики и функционального анализа и его применений

О начально-краевой задаче для одного нелинейного нелокального по времени уравнения соболевского типа

Аристов Анатолий Игоревич[1], ***Шишмарев Илья Андреевич***[2]

[1] ООО «Мастердата», e-mail: `ai_aristov@mail.ru`
[2] Кафедра общей математики, e-mail: `komarovmik@gmail.com`

Работа посвящена изучению свойств решений задачи

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\Delta u - u - |u|^q u\right) + \mu(x,t)\,|u|^r u + \int\limits_0^t h(t-s)\,\Delta u(s)\,ds = 0,$$

$$u(x,0) = u_0(x)\,,\ \ u(x,t)|_{\partial\Omega} = 0$$

Здесь $u(x,t)$ – действительнозначная функция, $t > 0$, $x \in \Omega \subset R^3$, $\partial\Omega \in C^{(2,\delta)}$, $\delta \in (0;1]$, причем множество Ω ограничено. Пусть $1 \leqslant q \leqslant 4$, $1 < r \leqslant 2$, $\mu(x,\ t) \in C\left[0;\ T;\ L_{6/(2-r)}(\Omega)\right)$, $u_0(x) \in H_0^1(\Omega)$. Кроме того, сделаем следующие предположения: $h(\cdot) \in C^1[0;\ \infty)$, $\max\left(|h(t)|\,,\ |h'(t)|\right) \leqslant \chi'(t)\ \ \forall t \geqslant 0$, где $\chi(\cdot) \in C^1[0;\ \infty)$, причем $\chi(t) \leqslant 0\ \forall t \geqslant 0$, $\chi(t)$ и $\chi'(t)$ ограничены.

Задача описывает нестационарные процессы в полупроводниках.

Определение. *Обобщенным решением названной задачи будем называть такое $u \in C^1\left[0;\ T;\ H_0^1(\Omega)\right)$, что*

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t}\left(\Delta u - u - |u|^q u\right) + \mu\,|u|^r u + \int\limits_0^t h(t-s)\,\Delta u(s)\,ds,\ w \right\rangle = 0,\ u|_{t=0} = u_0$$

$\forall w \in H_0^1(\Omega)\,,\ \forall t \in [0;T)$.

Теорема 1. $\forall u_0 \in H_0^1(\Omega)$ *существует такое $T > 0$ (возможно, $T = \infty$), что задача имеет единственное обобщенное решение, причем если T конечно, то $\|u\|_{H_0^1(\Omega)} \to \infty$ при $t \to T-0$.*

Доказательство основано на принципе сжимающих отображений.

Теорема 2. *Для параметра T имеет место оценка $T \geqslant T_1 > 0$ (для T_1 найдено выражение в виде произвольного решения некоторого непротиворечивого неравенства).*

Теорема 3. *Дополнительно предположим, что $q < r$, $\partial\mu/\partial t \geqslant 0\ \forall t$ почти всюду на Ω,*

$$k\left(\|u_0\|^2_{L_2(\Omega)} + \|\nabla u_0\|^2_{L_2(\Omega)} + \frac{2(q+1)}{q+2}\|u_0\|^{q+2}_{L_{q+2}(\Omega)}\right) < \int\limits_{\Omega} \mu(x,0)\,|u_0|^{r+2}\,dx,$$

(k выражено через параметры задачи). Тогда для T имеет место оценка $T \leqslant T_2$ (для T_2 найдена явная формула).

Доказательства теорем 2 и 3 основаны на энергетических оценках.

Литература

1. Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д.. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит. 2007.
2. Корпусов М.О. Разрушение в неклассических нелокальных уравнениях. М.: URSS, 2010.
3. Аристов А.И. Оценки времени существования обобщенных решений начально-краевой задачи для одного нелинейного уравнения соболевского типа. // Сборник статей молодых ученых факультета ВМК МГУ 2011 г. М.: Макс-Пресс. 2011. С. 42–53.

О скорости стабилизации решения задачи Коши для параболического уравнения

Денисов Василий Николаевич

Кафедра общей математики, e-mail: vdenisov2008@yandex.ru

В полупространстве $R^2 \times [0, \infty)$ рассмотрим задачу Коши

$$\Delta u + c(x)u - u_t = 0, \tag{1}$$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \tag{2}$$

где $u_0(x)$ — заданная, непрерывная и ограниченная в R^2 начальная функция, а коэффициент $c(x)$ удовлетворяет условию:

$$c(x) \leq -1 \text{ при } |x| \leq 1,$$

$$c(x) \leq 0 \text{ при } |x| > 1.$$

Теорема. *При сформулированных условиях для решения задачи (1),(2) справедлива оценка*

$$|u(x,\, t)| \leq \frac{c}{ln(t)},\ t \geq t_0,$$

равномерная по x на каждом компакте K в R^2.

Этот результат уточняет теорему 1 на с. 169 нашей работы [1], в которой утверждается, что существует предел

$$\lim u(x,\, t) = 0,$$

равномерный по x на каждом компакте K (см. также [2]).

Благодарности

Автор горячо благодарит академика В.А.Ильина за ценные советы.

Литература

1. Денисов В.Н. О поведении решений параболических уравнений при больших значениях времени //Успехи матем. наук. 2005. 60. № 4, С. 146–212.
2. Hant G.A. Some theorems on Brownian motion //Trans. Amer. Math. Soc. 1956. 81. P. 294–319.

О разрешимости смешанных задач для волнового уравнения в пространстве W_p^1, $p \geq 1$

Моисеев Евгений Иванович, Холомеева Анна Андреевна

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: dean@cs.msu.su

В работе исследуется обобщенное решение смешанной задачи для волнового уравнения $u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) = 0$ в прямоугольнике $Q_T = [0 < x < l] \times [0 < t < T]$ с граничными условиями $u(0,t) = \mu(t)$ или $u_x(0,t) = \mu(t)$ на левой границе области и $u(l,t) = \nu(t)$ или $u_x(l,t) = \nu(t)$ на правой границе и начальными условими $u(x,0) = \varphi(x)$, $u_t(x,0) = \psi(x)$.

Начально-краевая задача

$$\begin{cases} u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) = 0 \;\text{ в } Q_T, \\ u(x,0) = \varphi(x),\; u_t(x,0) = \psi(x), \\ u(0,t) = \mu(t) \;\text{ или }\; u_x(0,t) = \mu(t), \\ u(l,t) = \nu(t) \;\text{ или }\; u_x(l,t) = \nu(t). \end{cases}$$

изучается в терминах обобщенного решения из $W_p^1(Q_T)$, $p \geq 1$ в смысле интегрального тождества.

Функции начальных и граничных условий берутся из классов

$$
\begin{aligned}
&\varphi(x) \in W_p^1[0,l],\ \psi(x) \in L_p[0,l],\\
&\mu(t) \in W_p^1[0,T] \ \text{ при } u(0,t) = \mu(t),\\
&\mu(t) \in L_p[0,T] \ \text{ при } u_x(0,t) = \mu(t),\\
&\nu(t) \in W_p^1[0,T] \ \text{ при } u(l,t) = \nu(t),\\
&\nu(t) \in L_p[0,T] \ \text{ при } u_x(l,t) = \nu(t).
\end{aligned}
$$

Кроме этого, мы будем требовать выполнения условий согласования $\varphi(l) = \nu(0)$ в случае граничного условия $u(l,t) = \nu(t)$ и $\varphi(0) = \mu(0)$ в случае граничного условия $u(0,t) = \mu(t)$.

Краевые задачи такого вида уже возникали в работах [1–3] при исследовании задач граничного управления колебаниями струны на двух ее концах. В указанных работах задачи рассматривались в терминах обобщенного решения из более узкого класса $\widehat{W}_2^1(Q_T)$ (для функций этого класса дополнительно предполагается, что обобщенные частные производные $u_x(x,t)$ и $u_t(x,t)$ принадлежат не только классу $L_2(Q_T)$, но и классу $L_2[0,l]$ при каждом t из сегмента $[0,T]$ и классу $L_2[0,T]$ при каждом x из сегмента $[0,l]$). Опираясь на результаты указанных работ, мы можем сформулировать теорему существования обобщенного из $W_p^1(Q_T)$ решения смешанной задачи, далее для каждой из четырех задач дополнительно доказана единственность обобщенного решения. Отметим, что в настоящее время указанные задачи актуальны в связи с исследованием задач граничного управления колебаниями струны на одном ее конце при заданном режиме на другом конце [4].

Теорема 1. *Обобщенное решение из $W_p^1(Q_T)$ смешанной задачи существует.*

Теорема 2. *Начально-краевая задача имеет единственное обобщенное решение из $W_p^1(Q_T)$ в смысле интегрального тождества.*

Литература

1. Ильин В.А., Моисеев Е.И. Оптимизация за произвольный достаточно большой промежуток времени граничных управлений смещениями на двух концах струны // Дифференц. уравн. 2007. 43. № 11. С. 1528–1544.
2. Ильин В.А., Моисеев Е.И. Оптимизация управления на двух концах струны упругими граничными силами за любой достаточно большой промежуток времени // Дифференц. уравн. 2008. 44. № 1. С. 89–110.
3. Блошанская Л.И., Смирнов И.Н. Оптимальное граничное управление упругой силой на одном конце и смещением на втором конце за произвольный достаточно большой промежуток времени для задачи колебания струны // Дифференц. уравн. 2009. 45. № 6. С. 860–870.

4. Холомеева А.А. Оптимальное граничное управление колебаниями струны с модельными нелокальными условиями одного из двух типов // Докл. РАН. 2011. 437. № 2. С. 164–167.

Об одной спектральной задаче с нелокальным граничным условием в теории оператора теплопроводности

Капустин Николай Юрьевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: n.kapustin@bk.ru

Решая методом разделения переменных смешанную задачу для уравнения теплопроводности с однородным граничным условием и граничным условием, записанным с помощью оператора теплопроводности, у которого "время"и "пространство"поменялись местами, получим следующую спектральную задачу (см. работу [1]):

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad 0 < x < 1, \tag{1}$$

$$X(1) = 0, \quad X'(0) = -d\lambda^2 X(0), \quad d = \text{const}, \tag{2}$$

с квадратом спектрального параметра в граничном условии. Решением этой задачи является система собственных функций

$$X_n(x) = \sqrt{2}\sin\sqrt{\lambda_n}(1-x), \quad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{3}$$

отвечающих собственным значениям λ_n из характеристического уравнения

$$\operatorname{ctg}\sqrt{\lambda} = d(\sqrt{\lambda})^3. \tag{4}$$

Уравнение (4) имеет счетное число положительных корней и при $d > 0$ один отрицательный корень, а при $d < 0$ пару корней на комплексной плоскости, сопряженных друг другу.

Обозначим через λ_1 и λ_2 любые два корня уравнения (4), а все остальные положительные корни занумеруем в порядке возрастания. Систему (3) при $n = 3, 4, 5, \ldots$, можно рассматривать как решение спектральной задачи для уравнения (1) с условиями

$$\int_0^1 [\sin\sqrt{\lambda_2}\sin\sqrt{\lambda_1}(1-x) - \sin\sqrt{\lambda_1}\sin\sqrt{\lambda_2}(1-x)]X(x)dx =$$

$$= d(\lambda_2 - \lambda_1)\sin\sqrt{\lambda_1}\sin\sqrt{\lambda_2}X(0), \quad X(1) = 0. \tag{5}$$

Теорема. *Система собственных функций задачи (1), (5) образует базис в пространстве $L_p(0,1), p > 1$, при $p = 2$ базис является безусловным, а функции биортогонально сопряженной системы* *определяются по формуле*

$$Y_n(x) = \frac{2}{1 + 3d\lambda_n \sin^2 \sqrt{\lambda_n}} \Big[X_n(x) -$$

$$- \frac{(\lambda_n - \lambda_2) X_n(0)}{(\lambda_1 - \lambda_2) X_1(0)} X_1(x) - \frac{(\lambda_n - \lambda_1) X_n(0)}{(\lambda_2 - \lambda_1) X_2(0)} X_2(x) \Big].$$

В связи с рассматриваемым вопросом отметим работы [2, 3].

Благодарности

Автор благодарит академиков В.А. Ильина и Е.И. Моисеева за полезное обсуждение полученных результатов.

Литература

1. Капустин Н.Ю. Об одной спектральной задаче в теории оператора теплопроводности // Дифференц. уравн. 2009. 45. № 10. С. 1509–1511.
2. Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. О базисности в пространстве L_p систем собственных функций, отвечающих двум задачам со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2000. 36. № 10. С. 1357–1360.
3. Капустин Н.Ю., Моисеев Т.Е. Об одной спектральной задаче для уравнения Бесселя нулевого порядка //Дифференц. уравн. 2008. 44. N 8. С. 1135–1137.

Существование и асимптотика решения периодической задачи для эволюционного уравнения с квадратичной и кубической нелинейностями

Комаров Михаил Владиславович

Кафедра общей математики, e-mail: `komarovmik@gmail.com`

Рассматривается периодическая задача для комплексного уравнения

$$u_t + \mathcal{N}(u) + \mathcal{L}\, u = 0, \quad t > 0,\ x \in \Omega, \qquad u(0,x) = \phi(x), \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

Ω — n-мерный куб с длиной ребра 2π, $\mathcal{L}\, u = \sum_p e^{i(p,x)} L_p u_p$, $\mathcal{N}(u) = \sum_p e^{i(p,x)} \Big(\sum_q A_{p,q} u_{p-q} u_q + \sum_{q,r} B_{p,q,r} u_{p-q} u_{q+r} \overline{u_r} \Big)$, $u_p = (2\pi)^{-n} \int_\Omega e^{-i(p,x)} u(t,x)\, dx$, $p = (p_1, \ldots, p_n)$. Линейный оператор $\mathcal{L}$ удовлетворяет условиям диссипации

$$\operatorname{Re} L_p \ge \operatorname{Re} L_0 + \mu |p|^\nu, \quad \mu \ge 0,\ \nu \ge 0,\ p \in \mathbb{Z}^n \setminus \{0\}. \qquad (2)$$

Коэффициенты $A_{p,q}(t), B_{p,q,r}(t) \in C[0,+\infty)$, при этом

$$|A_{p,q}(t)| \le C\langle p\rangle^{\sigma-\zeta}\langle p-q\rangle^{\zeta}\langle q\rangle^{\zeta}, \quad |B_{p,q,r}(t)| \le C\langle p\rangle^{\sigma-\zeta}\langle p-q\rangle^{\zeta}\langle q+r\rangle^{\zeta}\langle r\rangle^{\zeta}, \tag{3}$$

где $\sigma \ge 0$, $\zeta \ge 0$, $p,q,r \in \mathbb{Z}^n$, $\langle p\rangle = \sqrt{1+|p|^2}$. Параметр $\varkappa = 2$, если $B_{p,q,r} \equiv 0$, в противном случае $\varkappa = 3$. Обозначим $S_0 = \max\left\{\zeta-\sigma, n/2+\zeta-(\nu-\sigma)(\varkappa-1)^{-1}\right\}$.

Уравнение (1) является обобщением уравнения Колмогорова–Петровского–Пискунова [1], нелинейного уравнения Шредингера с диссипацией [2] и других известных уравнений математической физики. Периодическая задача для уравнения (1) в случае $x \in \mathbb{R}^1$ рассмотрена в работе [3].

Оператор $\mathcal{N}$ удовлетворяет условию симметрии нелинейности, если найдется такой линейный оператор J порядка r, что выполнено равенство

$$\mathrm{Re}\int_{\Omega} \overline{Ju} J(\mathcal{N}(u))dx = 0, \quad \forall u(x) \in h^r. \tag{4}$$

Получены следующие основные результаты.

Теорема. *Пусть линейный оператор $\mathcal{L}$ удовлетворяет неравенству (2) с $\mathrm{Re}\, L_0 > 0$, причем $\mu \ge 0$ в случае $\nu = 0$ или $\mu > 0$ в случае $\nu > 0$; нелинейный оператор $\mathcal{N}$ удовлетворяет неравенствам (3) с $\sigma = 0$ в случае $\nu = 0$ или с $\sigma \in [0,\nu)$ в случае $\nu > 0$ и условию (4) с оператором J порядка $r > S_0$; начальные данные $\phi \in h^r$ в случае $\nu = 0$ или $\phi \in h^s$, где $s > S_0$, в случае $\nu > 0$. Тогда для решения $u(t,x)$ задачи (1), которое в случае $\nu = 0$ принадлежит классу $C([0,+\infty); h^r)$, а в случае $\nu > 0$ — классу $C([0,+\infty); h^s) \cap C^1((0,+\infty); h^\infty)$, справедливо асимптотическое представление при $t \to \infty$, равномерное по $x \in \Omega$*

$$u(t,x) = Ue^{-L_0 t} + O\left(\exp(-[\mathrm{Re}\, L_0 + \min(\mathrm{Re}\, L_0, \mu) - \delta]t)\right),$$

где $U \in \mathbb{C}$, $\delta \ge 0$ — некоторые фиксированные числа.

Теорема. *Пусть линейный оператор $\mathcal{L}$ удовлетворяет неравенству (2) с $\mathrm{Re}\, L_0 = 0$, $\nu = 0$, $\mu > 0$; нелинейный оператор $\mathcal{N}$ удовлетворяет неравенствам (3) с $\sigma = 0$ и условиям $A_{0,0} = 0$, $B_{0,0,0} = i\theta(t)$, где $\theta(t)$ — вещественная, непрерывная функция, такая, что $|\theta(t)| \le Ce^{2\gamma_0 t}$, $0 < \gamma_0 < \mu$; начальные данные $\phi \in h^s$, $s > S_0$, $\|\phi\|_{h^s} \le \varepsilon$, ε — достаточно мало. Тогда для решения $u(t,x)$ задачи (1), принадлежащего классу $C([0,\infty); h^s)$, справедливо асимптотическое представление при $t \to \infty$, равномерное по $x \in \Omega$*

$$u(t,x) = U\exp\left(-L_0 t - i\Phi - i|U|^2\int_0^t \theta(\tau)\,d\tau\right) + O\left(e^{-\delta t}\right),$$

где U, Φ — вещественные постоянные, $\forall\delta \in (0, \min\{2(\mu-\gamma_0), \mu\})$.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества и его применение к одной биологической проблеме. Бюлл. МГУ. Мех. и мат. 1937. 1. Вып. 6, С. 1–26.
2. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. К теории сверхпроводимости. ЖЭТФ. 1950. 20. № 12. С. 1064–1082.
3. Kaikina E.I., Naumkin P.I., Shishmarev I.A. Periodic problem for a model nonlinear evolution equation // Advances in differential equations. 2002. 7. N 5. P. 581–616.

Неклассические постановки задач для вырождающихся дифференциальных уравнений в частных производных

Ломов Игорь Сергеевич

Кафедра общей математики, e-mail: `lomov@cs.msu.ru`

Известно, что для вырождающихся уравнений часть граничных условий может теряться. В этих случаях классические теоремы существования модифицируются и пополняют арсенал средств для создания общей теории уравнений с вырождением.

При применении метода регуляризации сингулярных возмущений для решения задачи с подвижной регулярной особой точкой

$$(\varepsilon+t)\dot{y} - A(t)y = h(t), \quad y(0,\varepsilon) = y^0, \quad t \in (0,T), \quad \varepsilon \to 0,$$

$\dot{y} = \dfrac{dy}{dt}$ возникла задача для уравнения с частными производными в полуполосе

$$t\frac{\partial u}{\partial t} + (1+\tau)\frac{\partial u}{\partial t} - A(t)u = h(t), \quad u(0,0) = u^0, \quad t \in (0,T), \quad \tau \in (0,+\infty),$$

с вырождением и с точечными начальными данными. Оператор $A(t)$ при каждом $t \in [0,T]$, действует в n-мерном банаховом пространстве B.

При определенных условиях на оператор $A(t)$ и правую часть уравнения $h(t)$ доказывается существование и единственность гладкого и ограниченного в окрестности вырождения решения задачи. Решение ищется в специальном классе функций. Установлена структура решения.

Аналогичные вопросы рассмотрены для случая, когда правая часть уравнения $h(t)$ специальным образом зависит от переменной τ.

О задаче с отходом от характеристики для уравнения Геллерстедта

Полосин Алексей Андреевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: alexei-polosin@mail.ru

Рассмотрим уравнение Геллерстедта

$$\operatorname{sgn} y\, |y|^m\, u_{xx} + u_{yy} = 0,\ m > 0,$$

в области D, ограниченной при $y \geqslant 0$ простой дугой Жордана Γ с концами в точках $A(0;0)$ и $B(0;0)$, а при $y < 0$ - участком BC характеристики $x + (-y)^{m/2+1}/(m/2+1) = 1$, где $C(x_c; y_c)$, $1/2 < x_c < 1$, и гладкой кривой AC.

Задача. Найти в области D решение уравнения Геллерстедта, непрерывное в $\overline{D}$ и принимающее на кривых Γ и AC заданные непрерывные значения.

Теорема. *Решение задачи существует и единственно.*

Теоремы равносходимости для операторов Штурма–Лиувилля с сингулярными потенциалами

Садовничая Инна Викторовна

Кафедра общей математики, e-mail: ivsad@yandex.ru

Рассматривается оператор Штурма–Лиувилля $L = -d^2/dx^2 + q(x)$ с граничными условиями Дирихле $y(0) = y(\pi) = 0$ в пространсвте $L_2[0,\pi]$. Потенциал $q(x) = u'(x)$, где $u \in L_2[0,\pi]$ — комплекснозначная функция (производная понимается в смысле распределений). Такой класс операторов был впервые введен в работе А. М. Савчука и А. А. Шкаликова [1]. Рассматривается задача о равномерной (т.е. в норме пространства $C[0,\pi]$) равносходимости двух разложений в ряды некоторой функции f. Одно из разложений построено по системе собственных и присоединенных функций оператора L, другое представляет собой разложение в ряд Фурье по системе синусов.

Теорема. *Рассмотрим оператор L, действующий в пространстве $L_2[0,\pi]$, с граничными условиями Дирихле, потенциал которого удовлетворяет следующим условиям: $q(x) = u'(x)$, где комплекснозначная функция $u \in L_2[0,\pi]$. Пусть $\{y_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ — система собственных и присоединенных функций оператора L, $\{w_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ — биортогональная к ней система. Для произвольной функции $f \in L_2[0,\pi]$ обозначим $c_n = (f(x), w_n(x))$, $c_{n,0} = \sqrt{2/\pi}(f(x), \sin nx)$.*

Тогда

$$\lim_{m\to\infty}\left\|\sum_{n=1}^{m} c_n y_n(x) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{n=1}^{m} c_{n,0}\sin(nx)\right\|_{C[0,\pi]} = 0. \quad (1)$$

Если комплекснозначный потенциал $q(x) = u'(x)$, где $u \in L_\infty[0,\pi]$ и выполнено условие

$$\sup_{0\le x\le\pi}\ \sup_{0<h\le\pi}\int\limits_{h\le|t|\le\pi}\left|\frac{u(t+x+h)-u(t+x)}{t}\right|dt \le C < +\infty$$

(предполагаем, что u — π—периодическая функция), то равносходимость (1) имеет место для любой функции $f \in L_1[0,\pi]$.

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ 09–01–90408 и НШ 3514.2010.1.

Литература

1. Савчук А. М., Шкаликов А. А. Операторы Штурма–Лиувилля с потенциалами — распределениями // Труды ММО. 1956. 64. С.159–219.

Определение зон неустойчивой работы радиотехнической системы с активным ответом

Сазонов Василий Викторович

Кафедра общей математики, e-mail: sazonov@cs.msu.ru

Рассматривается задача моделирования зон возможной неустойчивой работы радиотехнической измерительной аппаратуры с активным ответом «Курс», установленной на Международной космической станции (МКС) и на космическом корабле для обеспечения его стыковки со станцией в автоматическом режиме. Предлагается метод решения рассматриваемой задачи, использующий приближение физической оптики для описания отражения электромагнитных волн, возбуждаемых излучающими антеннами измерительной системы, установленной на МКС, от поверхности станции. При моделировании учитывается отражение электромагнитных волн от элементов конструкции станции и возможное затенение.

Поверхность МКС предполагается идеально проводящей. Вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ отраженной волны может быть выражен через векторный потенциал $\mathbf{A}$ [1]:

$$\mathbf{E} = \frac{i}{k}\left(\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}) + k^2\mathbf{A}\right),$$

где k – волновое число, i — мнимая единица. Векторный потенциал рассеянного поверхностью МКС электромагнитного поля может быть вычислен так [2]:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{S'} (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \frac{e^{ikR}}{R} dS,$$

где $\mathbf{n}$ – вектор нормали к рассеивающей поверхности, $\mathbf{H}$ – магнитный вектор падающей на поверхность волны, R – расстояние от точки интегрирования до точки измерения, S' – часть поверхности облучаемой антенной видимая из точки измерения.

Для вычисления отраженной волны существенно используется геометрическая модель станции и модификация метода трассировки лучей. В 2010 г. на нескольких стыковках проводились испытания разработанного программного комплекса. Результаты испытаний показали, что разработанное программное обеспечение может быть использовано для приблизительной оценки зон интенсивных переотражений, влияющих на работу аппаратуры «Курс», тем самым позволяет оптимизировать траекторию сближения космического корабля с орбитальной станцией.

Литература

1. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
2. Уфимцев П. Я. Основы физической теории дифракции. М.: БИНОМ, 2009.

О колебаниях процесса, описываемого телеграфным уравнением, в случае системы, состоящей из двух участков с различными физическими параметрами

Смирнов Илья Николаевич

Кафедра общей математики, e-mail: ismirnov@cs.msu.ru

В терминах обобщенного решения телеграфного уравнения, допускающего существование конечной энергии, изучается вопрос об отыскании явного аналитического вида решений смешанных начально-краевых задач для граничных управлений, производимых на двух концах системы смещением или упругой граничной силой.

Для произвольных положительных чисел l_1 и l_2 рассмотрим первоначально покоящийся стержень, расположенный вдоль отрезка $-l_1 \leqslant x \leqslant l_2$ и состоящий из двух участков: участка $-l_1 \leqslant x \leqslant 0$, имеющего линейную плотность $\rho_1 = \mathrm{const}$ и коэффициент упругости $k_1 = \mathrm{const}$, и участка $0 \leqslant x \leqslant l_2$, имеющего линейную плотность $\rho_2 = \mathrm{const}$ и коэффициент упругости $k_2 = \mathrm{const}$. Если обозначить через $u(x,t)$ смещение точки стержня x в момент времени t, то процесс колебаний с коэффициентом диссипации c такого стержня, протекающий за промежуток времени $0 \leqslant t \leqslant T$, описывается разрывным телеграфным уравнением

$$u_{tt}(x,t) = \begin{cases} a_1^2 u_{xx}(x,t) - c^2 u(x,t) \text{ при } [-l_1 \leqslant x \leqslant 0] \times [0 \leqslant t \leqslant T], \\ a_2^2 u_{xx}(x,t) - c^2 u(x,t) \text{ при } [0 \leqslant x \leqslant l_2] \times [0 \leqslant t \leqslant T], \end{cases}$$

в котором $a_1 = \sqrt{\frac{k_1}{\rho_1}}$, $a_2 = \sqrt{\frac{k_2}{\rho_2}}$.

Настоящий доклад посвящен проблемам решения указанных задач в следующих случаях:

1. Система состоит из двух участков, имеющих разные плотности и упругости, но одинаковые импедансы;

2. Система состоит из двух участков, имеющих разные плотности и упругости, но их величины обеспечивают одинаковое время прохождения волны по каждому из этих участков.

Для всех изучаемых задач найден явный аналитический вид искомых граничных управлений.

Благодарности

Автор выражает благодраность академику В.А. Ильину за постановку задачи.

Литература

1. Ильин В. А. Смешанная задача, описывающая процесс успокоения колебаний стержня, состоящего из двух участков разной плотности и упругости, при условии совпадения времени прохождения волны по каждому из этих участков // Труды матем. института имени В. А. Стеклова. 2010.269. С.133–142.
2. Смирнов И. Н. Формула типа Даламбера для колебаний бесконечного стержня, состоящего из двух участков разной плотности, описываемых телеграфным уравнением // Докл. РАН. 2010. 433, № 1, С. 25–29.
3. Смирнов И. Н. Смешанные задачи для телеграфного уравнения, в случае системы, состоящей из двух участков, имеющих разные плотности и разные упругости, но одинаковые импедансы // Докл. РАН. 2010. 435. № 2. С. 173–177.

Об асимптотике собственных функций операторов Штурма–Лиувилля

Швейкина Ольга Александровна

Кафедра общей математики, e-mail: olgashveyk@gmail.com

Изучается оператор Штурма–Лиувилля

$$Ly = -\frac{d^2y}{dx^2} + q(x)y,$$

в пространстве $L_2[0,\pi]$. Предполагается, что потенциал $q(x) = u'(x)$, — комплекснозначная функция, где $u \in L_2[0,\pi]$. Производная здесь понимается в смысле распределений. Операторы такого (и более общего) вида были определены в работах [1]–[2].

Получены асимптотические формулы для собственных значений и собственных и присоединенных функций оператора для четырех видов краевых условий. Явно выписаны главные и вторые члены асимптотик, при этом доказана принадлежность остаточной последовательности пространству l_1. Полученные асимптотические формулы имеют приложения к задачам разного характера, например, в работах И.В.Садовничей [3–4] эти результаты использовались при доказательстве теорем равносходимости.

Литература

1. Савчук А. М., Шкаликов А. А. Операторы Штурма–Лиувилля с сингулярными потенциалами // Матем. заметки. 1999. 66. №6.
2. Савчук А. М., Шкаликов А. А. Операторы Штурма–Лиувилля с потенциалами — распределениями // Труды Московского мат. общества. 2003. 64.
3. Садовничая И. В. О скорости равносходимости разложений в ряды по тригонометрической системе и по собственным функциям оператора Штурма–Лиувилля с потенциалом–распределением // Дифф. уравн. 2008. 44, №5.
4. Садовничая И. В. О равносходимости разложений в ряды по собственным функциям операторов Штурма–Лиувилля с потенциалами — распределениями // Матем. сборник. 2010. 201, №9.

Секция VI
Кафедра оптимального управления

Дифференциальный экстрапроксимальный метод поиска точки равновесия в седловых играх двух лиц

Васильев Федор Павлович[1]***, Артемьева Людмила Анатольевна***[1]***, Антипин Анатолий Сергеевич***[2]

[1] Кафедра оптимального управления, e-mail: `artemieva.luda@gmail.com`,
[2] ВЦ им. А.А. Дородницына РАН, e-mail: `asantip@yandex.ru`

Пусть E^m – евклидово пространство размерности m, $\langle a,b\rangle = \sum_{i=1}^m a^i b^i$ – скалярное произведение векторов $a = (a^1,...,a^m)^\top$, $b = (b^1,...,b^m)^\top \in E^m$, $\top$ – знак транспонирования; $|a| = (\sum_{i=1}^m (a^i)^2)^{1/2}$ – норма в E^m; $E^m_+ = \{a \in E^m : a \geqslant 0\}$ – неотрицательный ортант в E^m; $W_0 \subseteq E^{m_3}$, $Y_0 \subseteq E^{m_4}$ – заданные выпуклые замкнутые множества; функции $S_1(w)$, $f_1(w) = (f_1^1(w),...,f_1^{m_1}(w))$, $g_1(w) = (g_1^1(w),...,g_1^{m_2}(w))$ определены и выпуклы на W_0; функции $S_2(y)$, $f_2(y) = (f_2^1(y),...,f_2^{m_2}(y))$, $g_2(y) = (g_2^1(y),...,g_2^{m_1}(y))$ определены и выпуклы на Y_0; векторы r, $r_* \in E^{m_1}_+$, p, $p_* \in E^{m_2}_+$.

Рассмотрим задачу: найти точку $(w_*,p_*,y_*,r_*) \in W_0 \times E^{m_2} \times Y_0 \times E^{m_1}$, удовлетворяющую следующим условиям:

$$w_* \in \mathrm{Argmin}\{S_1(w) + \langle r_*, f_1(w)\rangle \mid w \in W_0,\ g_1(w) + f_2(y_*) \leqslant 0\}, \quad (1)$$

$$\langle p - p_*, g_1(w_*) + f_2(y_*)\rangle \leqslant 0 \quad \forall p \in E^{m_2}_+, \quad (2)$$

$$y_* \in \mathrm{Argmin}\{S_2(y) + \langle p_*, f_2(y)\rangle \mid y \in Y_0,\ g_2(y) + f_1(w_*) \leqslant 0\}, \quad (3)$$

$$\langle r - r_*, g_2(y_*) + f_1(w_*)\rangle \leqslant 0 \quad \forall r \in E^{m_1}_+, \quad (4)$$

где $\mathrm{Argmin}\{f(z) \mid z \in Q\}$ – множество точек минимума функции $f(z)$ на множестве Q. Как показано в [1,2], задача (1)–(4) является математической моделью седловой игры двух лиц и описывает поведение, например, заемщика и кредитора на кредитном рынке, взаимодействие двух производственных единиц, продукция каждой из которых может служить ресурсом (сырьем) для другой, возникает при согласованном поиске точек Парето в двух связанных между собой многокритериальных задачах, когда каждая из сторон в качестве весовых коэффициентов в свертках берет множители Лагранжа другой стороны и т.п. В более общем контексте модель (1)-(4) позволяет связать в одной конструкции материальные и финансовые потоки в различных экономических ситуациях и изучать их взаимодействие с учетом противоречивых или совпадающих интересов сторон. Для поиска точки равновесия предлагается экстрапроксимальный метод в форме задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с прогнозом.

Литература

1. Антипин А.С., Попова О.А. О равновесной модели кредитного рынка: постановка задачи и методы решения // ЖВМиМФ. 2009. **49**. №3. С.465-481.
2. Антипин А.С. О моделях взаимодействия предприятий-производителей, предприятий-потребителей и транспортной системы // Автоматика и телемеханика. 1989. №10. С.105–113.
3. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: МЦМНО, 2011.

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

***Бондаренко Наталия Валерьевна*[1], *Хайлов Евгений Николаевич*[1], *Григорьева Эллина Валерьевна*[2]**

[1] Кафедра оптимального управления, e-mail: nataliabonda@mail.ru, khailov@cs.msu.su

[2] Техасский женский университет, США, e-mail: EGrigorieva@mail.twu.edu

Одним из возможных способов биологической очистки сточной воды является аутотермическая термофильная аэробная обработка (ATAD), которая основана на способности аэробных термофильных бактерий в определенных условиях использовать в качестве своего питания загрязняющие воду вещества. Процесс такой очистки является эффективным, но крайне дорогостоящим, так как он требует непрерывной аэрации. Возможность управления таким процессом приводит к постановке различных задач управления. Трем из них и посвящена данная работа.

Математическая модель процесса описывается химической реакцией с тремя реагентами: кислородом с концентрацией $x(t)$, загрязняющими воду веществами с концентрацией $y(t)$ и термофильными аэробными бактериями с концентрацией $z(t)$. Изменения концентраций реагентов во времени представляют собой систему трех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -x(t)y(t)z(t) + u(t)(m - x(t)),\ x(0) = x_0,\ x_0 \in (0, m),\ t \in [0, T], \\ \dot{y}(t) = -x(t)y(t)z(t),\ y(0) = y_0,\ y_0 > 0, \\ \dot{z}(t) = x(t)y(t)z(t) - bz(t),\ z(0) = z_0,\ z_0 > 0. \end{cases}$$

В качестве допустимых управлений $D(T)$ рассматриваются всевозможные измеримые по Лебегу функции $u(t)$ (скорость аэрации), которые для почти всех $t \in [0, T]$ удовлетворяют неравенству $0 \leq u(t) \leq u_{\max}$.

Доказывается, что решения исхожной системы определены на всем отрезке $[0, T]$, принимают положительные значения и ограничены.

Первая задача оптимального управления заключается в минимизации концентрации загрязнений в конечный момент времени:

$$\widehat{J}(u) = y(T) \to \min_{u(\cdot)\in D(T)}.$$

Вторая задача оптимального управления состоит в минимизации суммарной концентрации загрязнений на заданном временном отрезке:

$$\widetilde{J}(u) = \int_0^T y(t)dt \to \min_{u(\cdot)\in D(T)}.$$

Третья задача оптимального управления заключается в минимизации энергетических затрат, необходимых на подкачку кислорода, при условии снижения концентрации загрязнений до заданного уровня y_T в конечный момент времени:

$$\bar{J}(u) = \frac{1}{2}\int_0^T u^2(t)\,dt \longrightarrow \min_{u(\cdot)\in D(T)},\; y(T) \le y_T.$$

Для анализа всех трех задач используется принцип максимума Понтрягина. Предлагаются алгоритмы решения этих задач, приводятся численные результаты.

Системный анализ последствий вымирания компонент экосистемы на всю экосистему

Вещинская Виктория Валерьевна,
Ровенская Елена Александровна

Кафедра оптимального управления, e-mail: v.veshchinskaya@gmail.com, erovenskaya@cs.msu.ru

Процесс исчезновения биологических видов является естественным феноменом, но в результате человеческой деятельности темпы сокращения биоразнообразия превышают естественные в десятки раз. Потеря биологических видов часто приводит к дестабилизации экосистемы и ослабляет их способность противостоять стихийным бедствиям, но возможны и случаи перехода системы в новое стабильное состояние. Поэтому важной задачей является моделирование поведения экосистемы в условиях исчезновения того или иного ее звена и последующая оценка ущерба, нанесенного оставшимся видам и всей системе в целом.

В данной работе экосистемы моделируются связными графами [1]. Запасенная в узлах графа энергия и энергетические связи между узлами являются основными переменными в задаче. Система предполагается открытой, т.е. существуют энергетические потоки между ее узлами и окружающей средой. Система функционирует в дискретном времени. В начальный момент времени для энергетических потоков в системе выполняется закон сохранения энергии, затем предполагается исчезновение одного узла системы вместе со всеми потоками, привязанными к этому узлу, и рассматривается динамика системы в условиях сделанного предположения. Такая динамика называется коллапсной. Для регуляции энергетических потоков в условиях коллапсной динамики используется стратегия снизу-вверх по трофическим уровням.

В работе приводятся результаты моделирования коллапсной динамики экосистем, проводится оценка влияния деградации отдельного вида пищевой сети на остальных членов сообщества и на функционирование системы методом дисконтированного оценивания ущерба, предложенным в работе [3], и методом сетевого анализа экосистем, описанном в работе [2], рассматриваются три уровня индикаторов состояния экосистемы: индивидуальный, уровень системы и уровень набора систем, проводится анализ корреляционной матрицы полученных значений индикаторов.

Модели рассматриваемых экосистем предоставлены Программой Evolution and Ecology Program, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria.

Литература

1. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
2. Patten B. C. Energy, emergy and environs // Ecol. Modell. 1992. 62. P. 29–69.
3. Rovenskaya E., Kryazhimskiy A. Collapse Assessment for Energy Networks (draft of a paper). 2009.

Неравенство наблюдаемости с оптимальным пороговым моментом для волнового уравнения с однородным граничным условием третьего рода

Потапов Михаил Михайлович,
Дряженков Андрей Александрович

Кафедра оптимального управления, e-mail: mpotapov@tochka.ru, andrja@yandex.ru

Рассматривается задача с односторонним граничным управлением для волнового уравнения с переменными коэффициентами:

$$\rho(x)y_{tt} = (k(x)y_x)_x - q(x)y, \quad 0 < t < T,\ 0 < x < l,$$

$$-ky_x + \sigma_0 y\,|_{\,x=0} = u(t), \quad ky_x + \sigma_1 y\,|_{\,x=l} = 0,\ \ 0 < t < T.$$

Требуется соответствующим выбором граничного управления $u(t)$ перевести систему из начального нулевого состояния в заданное конечное состояние

$$y\,|_{\,t=T} = f^0(x), \ \ y_t\,|_{\,t=T} = f^1(x), \ \ 0 < x < l,$$

причем, по возможности, с минимальными энергозатратами. Задачи в менее общей постановке с $q(x) = 0$ исследовались ранее [1, 2].

В [2] был описан и исследован на сходимость вариационный метод ее численного решения. В [1] методом мультипликаторов было получено конструктивное неравенство наблюдаемости, являющееся основополагающим элементом обоснования вычислительной процедуры. Одним из важнейших параметров в неравенствах наблюдаемости принято считать пороговый момент управляемости. В [1] даже при $q(x) = 0$ этот порог оставался далеким от известного оптимального значения

$$T_* = 2\int_0^l \sqrt{\frac{\rho(x)}{k(x)}}\,dx \tag{1}$$

и приближался к нему только при $\sigma_1 \to +0$ или $\sigma_1 \to +\infty$, когда правое граничное условие асимптотически переходило в условие Неймана или Дирихле. В докладе представлено новое конструктивное неравенство наблюдаемости с оптимальным пороговым моментом (1), полученное сочетанием энергетических оценок с заменами переменных, формулой Даламбера и леммой Гронуолла-Беллмана.

Литература

1. Потапов М.М. Наблюдаемость нерегулярных решений третьей краевой задачи для волнового уравнения с переменными коэффициентами // Докл. РАН. 2007. 414. № 6. С. 738–742.
2. Потапов М.М. Разностная аппроксимация задач Дирихле-наблюдения слабых решений волнового уравнения с краевыми условиями третьего рода // ЖВМиМФ. 2007. 47. № 8. С. 1323–1339.

Управление движением колесного робота в задаче терминального управления при наличии препятствия

Лукьянова Лиля Николаевна

Лаборатория обратных задач, e-mail: `lln@cs.msu.ru`

Рассматривается задача терминального управления для нелинейной управляемой системы при наличии фазового ограничения, содержащего препятствие [1,2]. Динамика системы, описывающей движение колесного робота [3], имеет вид:

$$\left\{\begin{array}{lcl} \dot{x} & = & u\,\cos\theta, \\ \dot{y} & = & u\,\sin\theta, \\ \dot{\theta} & = & \frac{u\ \operatorname{tg}\varphi}{\ell}, \end{array}\right. \tag{1}$$

где $x,\ y,\ \theta$ — фазовые переменные, принадлежащие цилиндрической фазовой поверхности $R^1 \times R^1 \times [0,\ 2\pi)$, в которой вектор $(x,\ y,\ \theta)$, где $\theta = 2\pi k + \theta_1,\ k \in Z,\ \theta_1 \in [0,\ 2\pi)$, отождествляется с вектором $(x,\ y,\ \theta_1)$; $u,\ \varphi$ — параметры управления, удовлетворяющие ограничениям:

$$0 \le u \le \rho, \qquad |\varphi| \le \varphi_0, \tag{2}$$

где ℓ, ρ, φ_0 — положительные константы. Допустимые управления — непрерывно дифференцируемые функции $u(t)$, $\varphi(t)$, удовлетворяющие ограничениям (2).

Задача терминального управления состоит в нахождении управления, переводящего систему (1) из начального положения $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, $\theta(0) = \theta_0$ в положение $x(T) = x_1$, $y(T) = y_1$, где T — некоторый конечный момент времени, при выполнении ограничений на компоненты x, y фазового вектора: $(x(t),\ y(t)) \in M_1$, $(x(t),\ y(t)) \notin M_2$. Здесь M_1, M_2 — непустые компактные множества, $M_2 \subset M_1$, $(x_0,\ y_0) \in M_1$, $(x_1,\ y_1) \in M_1$, $(x_0,\ y_0) \notin M_2$, $(x_1,\ y_1) \notin M_2$.

Используя подходы работ [1,2,4,5], получены достаточные условия существования решения задачи и предложен способ построения управления, решающего задачу выживания траектории при ее движении внутри ограничивающего множества, содержащего препятствие, к целевому множеству.

Литература

1. Никольский М.С.: Об одной задаче осуществления заданного движения. // Гибкие системы. ДАН СССР. 1996. 350, № 6, С.739—741.
2. Лукьянова Л.Н.: Задача уклонения от столкновения для линейной управляемой системы. Вест. Моск. ун-та. сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2005. № 3, С. 29—35.
3. Девянин Е.А., Буданов В.М. О движении колесных роботов // ПММ. 1996. 67, вып.2, С.244–255.
4. Martin Ph., Rouchon P. Feedback linearization and driftless systems // Math. Control Signal Syst. 1994. N 7. P.235–254.
5. Четвериков В.Н. Динамически лианеризуемые и плоские системы с управлением // Дифференц. уравн. 2006. 42. № 8. С.1143–1149.

Одношаговая оптимизационная модель экономического роста с учетом отрицательного влияния глобального потепления

Ровенская Елена Александровна

Кафедра оптимального управления, e-mail: `erovenskaya@cs.msu.ru`

В данной работе с помощью простой модели иллюстрируется влияние неопределенностей (чувствительности климата и функции ущерба) на стретегии по снижению выбросов парниковых газов через ограничение экономического роста. Рассматривается классическая односекторная модель мировой экономики, в которой часть текущего ВВП потребляется, остальная часть – инвестируется в рост.

Считается, что выбросы парниковых газов пророрциональны объему производства, и потому их снижение возможно через ограничение скорости прироста ВВП, т.е. меньшие инвестиции. Для простоты будем использовать линейные производственную функцию и функцию полезности потребления.

Следуя [2] будем рассматривать два момента времени: настоящее и будущее. Объединим два неопределенных параметра (чувствительность климата и функцию ущерба) и будем считать, что относительные потери ВВП моделируется случайной функцией суммарных выбросов. Тогда стратегия потребления/инвестиций строится исходя из предпосылки максимизации взвешенной суммы дисконтированного суммарного (по двум периодам) потребления и будущего ВВП (последнее необходимо для продолжения процесса развития дальше рассматриваемого временного интервала).

Математическая формулировка рассматриваемой задачи имеет вид

$$J(i) = \frac{1+w}{1+\rho}(1+i)\xi(i) - i \to \max_{i\in[0,1]}, \tag{1}$$

где $i \in [0,1]$ – часть текущего ВВП Y_0, направляемая на инвестиции; $\rho > 0$ – дисконтирующий множитель; $w > 0$ – весовой множитель будущего ВВП, $\xi(i) = 1 - F(i) - RG(i)$, где $F(i)$ – математическое ожидание ущерба, $G(i)$ – среднее квадратичное отклонение ущерба, описывающее риск, $R > 0$ – коэффициент, описывающий степень "неприятия" риска. Предполагаем, что $F''(i) > 0$ и $G''(i) > 0$ для всех $i \in [0,1]$.

Считается, что повышение средней мировой температуры вследстие промышленных выбросов парниковых газов влечет как рост ожидаемого ущерба, так и риска [1]. Однако при условии применения мер по адаптации, а также благодаря развитию климатологии, ущерб и риски могут снижаться даже при растущих ВВП и выбросах. Поэтому функция $\xi(\cdot)$ может быть как возрастающей, так и убывающей.

Теорема. Рассмотрим функции $\xi^+(\cdot)$ и $\xi^-(\cdot)$, такие, что ${\xi^+}'(i) > 0$ и ${\xi^-}'(i) > 0$ для всех $i \in [0,1]$. Предположим, что для обеих функций $\xi^+(\cdot)$ и $\xi^-(\cdot)$ задача (1) имеет решение $i_*^+ \in (0,1)$ и $i_*^- \in (0,1)$ соответственно. Кроме того, пусть для всех $i \in [0,1]$ выполняется $2{\xi^+}'(i) + {\xi^+}''(i) < 0$. Тогда для оптимальных значений функционала верно: $J_*^+ < J_*^-$, где $J_*^+ = J(i_*^+)$ и $J_*^- = J(i_*^-)$.

Литература

1. Tol R.S.J. Estimates of the damage cost of climate change // Environmental and Resource Economics. 2002. 21. P. 135–160.
2. Weitzman M.L. On modeling and interpreting the economics of catastrophic climate change //The Review of Economics and Statistics. 91(1). P. 1–19.

Пространственные и временные корреляционные функции в динамической теории спиновых флуктуаций

Мельников Николай Борисович
Кафедра оптимального управления, e-mail: melnikov@cs.msu.su

Основным достоинством метода функционального интегрирования в динамической теории спиновых флуктуаций (ДТСФ) магнетизма металлов [1] является возможность выразить спиновые корреляторы и моменты через соответствующие величины для внешнего случайного поля, флуктуирующего в пространстве и «времени». Вычисление функциональных интегралов в ДТСФ использует оптимальную гауссову аппроксимацию [2] и дает хорошее согласие с экспериментом в широком интервале температур. Однако при высоких температурах гауссова аппроксимация ДТСФ может приводить к скачкообразному фазовому переходу перового рода (на рисунке — слева [3]). Перенормировка гауссовой аппроксимации ДТСФ за счет членов высокого порядка в свободной энергии позволила получить непрерывный фазовый переход второго рода [4]. Наконец, учёт однородных флуктуаций в одноузельной функции Грина усиливает влияние нелокальных корреляций в рамках перенормированной гауссовой аппроксимации и позволяет добиться хорошего согласия с экспериментом при всех температурах (на рисунке — справа [5]).

Легенда рисунка. Намагниченность(—— расчёт, -o-o-o-o- эксперимент), среднеквадратичные флуктуации (— · · — поперечная и – – – продольная), обратная парамагнитная восприимчивость (— · —), и локальный магнитный момент (· · · · · ·) инварного сплава $Fe_{0.65}Ni_{0.35}$, рассчитанные в гауссовой аппроксимации (слева) и в перенормированной гауссовой аппроксимации с учётом однородных флуктуаций (справа), как функции приведённой температуры.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11–01–00795) и АВЦП Рособразования (грант № 2.1.1/2000).

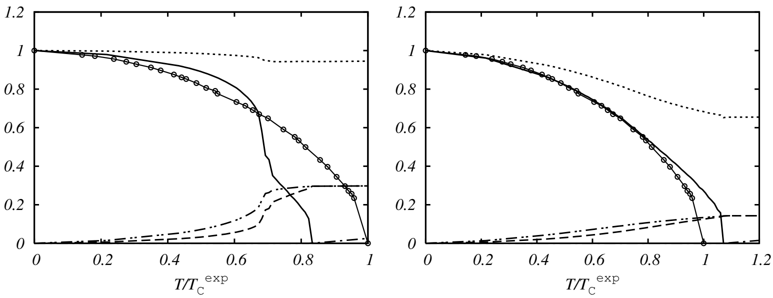
Литература

1. Rezer B. I., Grebennikov V. I. Effect of dynamic nonlocal spin fluctuations on the temperature dependence of magnetic properties of ferromagnetic metals // Phys. Met. Metallogr. 1998. 85. N 1 P. 20–27.
2. Мельников Н. Б., Резер Б. И. Оптимальное гауссово приближение в теории флуктуирующего поля. // Тр. математич. ин-та РАН. 2010. **271**. С. 159–180.
3. Reser B. I., Melnikov N. B. Problem of temperature dependence in the dynamic spin-fluctuation theory for strong ferromagnets // J. Phys.: Condens. Matter. 2008. **20**, 285205..
4. Melnikov N. B., Reser B. I., Grebennikov V. I. Spin-fluctuation theory beyond Gaussian approximation // J. Phys. A: Math.

Theor. 2010. **43**. 195004.

5. Melnikov N. B., Reser B. I., Grebennikov V. I. Extended dynamic spin-fluctuation theory of metallic magnetism // J. Phys.: Condens. Matter. 2011. 23. 276003.

Иллюстрации



Агентно-ориентированный подход в социально-экономическом и экологическом моделировании: от истоков к многофункциональным программным продуктам

Стрелковский Никита Витальевич,
Ровенская Елена Александровна

Кафедра оптимального управления, e-mail: `forlan@me.com`, `eroven@mail.ru`

Агентно-ориентированное моделирование и симуляция (Agent-based modeling and simulation – ABMS) представляет собой современный подход к моделированию систем, состоящих из нескольких взаимодействующих автономных агентов. ABMS рассматривается как метод, предоставляющий глубокую поддержку принятия решений, а также искусственную «лабораторию» для исследований из разных областей науки [1]. Некоторые эксперты даже утверждают, что ABMS – это новый способ развития науки.

В данной статье рассматриваются основы ABMS и описываются некоторые из широко используемых программных комплексов, поддерживающих ABMS. В частности, делается акцент на отечественную среду моделирования AnyLogic [2], которая сочетает простоту реализации с богатым арсеналом средств для моделирования и симуляции. Набор этих инструментов может быть использован как для агентно-ориентированного моделирования, так и для системной динамики и дискретно-событийного моделирования. В качестве примера рассматривается стилизованная социально-экологическая имитационная модель абстрактного региона.

Литература

1. Macal C.M. Introduction to Agent-based modeling and simulation. MCS LANS Informal Seminar materials, 2006
2. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование на AnyLogic 5. С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2005

Оптимальные стратегии вылова в одной модели рыбного хозяйства

Пучкова Алёна Игоревна, Орлов Михаил Владимирович

Кафедра оптимального управления, e-mail: `apuchkova@gmail.com`, `orlov@cs.msu.su`

Исследуется следующая нелинейная задача оптимального управления с фазовым ограничением:

$$\begin{cases} \dot{N}(t) = rN(t)\left(1 - \dfrac{N(t)}{N_{\max}}\right) - U(t)N(t), \\ N(t) \geq N_{\min}, \\ N(0) = N_0 > 0, \\ J = \displaystyle\int_0^T e^{-\delta t}[p(t)U(t)N(t) - c(U(t))]dt \ \to \max_{u(\cdot)}, \\ 0 \leq U(t) \leq U_{\max}. \end{cases}$$

Первое уравнение описывает динамику изменения численности популяции рыб, где $N(t)$ — численность популяции в момент времени t, r — удельная скорость роста, $N_{\max}$ — максимально возможная величина популяции в данном водоеме, которая в реальности никогда не достигается. Управление $U(t)$ — доля выловленной рыбы.

Предполагается, что численность популяции ограничена снизу, для того, чтобы предотвратить возможное вымирание популяции. Функционал характеризует прибыль, полученную при продаже выловленной рыбы, δ — коэффициент дисконтирования, $p(t)$ — функция цены, $c(U)$ — затраты на вылов рыбы.

Изучается вопрос о существовании особых режимов, исследуются различные режимы управления и соответствующие траектории задачи, оптимальные стратегии вылова находятся в аналитическом виде.

Также рассматривается модифицированная задача с дополнительным терминальным ограничением $N(T) = N_0$, смысл которого - создание устойчивого рыбного хозяйства.

Данная модель исследовалась многими авторами для различных функций $p(t)$ и $c(U)$, см., например, работы [3–5], однако решение в них находится численно.

Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1961.
2. Clark C.W. Mathematical Bioeconomics. N.Y.: Wiley, 1976.
3. Goh C.J. and Teo K.L. Species preservation in an optimal harvest model with random prices // Mathematical Biosciences. 1989. 95. P. 125–138.
4. Jennings L.S., Teo K.L. A numerical algorithm for constrained optimal control problems with applications to harvesting // Proc. of Dynamics of Complex Interconnected Biological Systems Workshop. Eds. T.L. Vincent, A.I. Mees and L.S. Jennings. Boston: Birkhauser, 1990, P. 218–234.
5. Ryan D. Effort fluctuations in a farvest model with random prices // Mathematical Biosciences. 1987. 86. P. 171–181.

Секция VII
Кафедры алгоритмических языков, автоматизации систем вычислительных комплексов, квантовой информатики

Методы и средства построения программных систем для анализа текста с использованием лингвистических шаблонов

Большакова Елена Игоревна, Ефремова Наталья Эрнестовна, Носков Алексей Анатольевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: `bolsh@cs.msu.su`, `nvasil@list.ru`, `alexey.noskov@gmail.com`

Современные прикладные системы по автоматической обработке текстов на естественном языке, решающие задачи извлечения информации из текстов, реферирования и аннотирования текстов и др. [1], базируются в основном на частичном синтаксическом анализе для распознавания в тексте определенных языковых конструкций. Стремительный рост количества таких приложений делает актуальным разработку специализированных средств, упрощающих их построение; к числу таких средств относятся языки формализации лингвистических свойств распознаваемых конструкций и поддерживающие их инструментальные системы.

Для автоматической обработки русскоязычных текстов был предложен язык лексико-синтаксических шаблонов LSPL и разработаны поддерживающие его программные средства [2]. Шаблон специфицирует входящие в распознаваемую конструкцию слова с учетом их морфологических характеристик и условий грамматического согласования. Ядром разработанного программного комплекса является компонент поиска и выделения в тексте конструкций по их лексико-синтаксическим шаблонам.

В докладе характеризуются особенности построения приложений по обработке текстов с использованием языка LSPL и созданного программного комплекса, включающего также средства интеграции языка в приложения и визуальную среду для просмотра и анализа текстов с использованием шаблонов. Шаблоны подготавливаются лингвистом или специалистом по предметной области анализируемых текстов; набор шаблонов хранится отдельно от кода приложения и может модифицироваться без участия программиста. Программный комплекс был применен для построения нескольких приложений, в том числе процедур терминологического анализа научно-технического текста и модуля генерации программных тестов по комментариям программного кода [3].

В докладе обсуждается также дальнейшее развитие исследований в направлении построения инструментальной среды для быстрой разработки более широкого класса приложений, которая допускает использование сторонних модулей анализа текста на базе общей модели текстовых данных и позволяет настраивать процесс выполнения приложений.

Литература

1. Grishman R. Information extraction // The Oxford Handbook of Computational Linguistics. Ed. R. Mitkov. Oxford University Press. 2003. P. 545–559.
2. Большакова Е.И., Носков А.А. Система для поиска и выделения конструкций в текстах на естественном языке // Двенадцатая национ. конференция по искусств. интеллекту с междунар. участием (КИИ-2010): Труды конференции. Т. 4. М., 2010. С.63–71.
3. Bolshakova E., Efremova N., Noskov A. LSPL-Patterns as a tool for information extraction from natural language texts // New Trends in Classification and Data Mining. Eds. K.Markov et al. Sofia: ITHEA, 2010. P. 110–118.

О подклассах графовых представлений формальных языков

Вылиток Алексей Александрович,
Ростовский Артем Владимирович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylitok@cs.msu.su, rost-av@mail.ru

Исследование конечных описаний формальных языков и изучение их свойств составляют значительную часть теории формальных языков. Классические описания — формальные грамматики и автоматы — не всегда удобны для анализа структуры цепочек языка из-за разрозненности нужной информации в протоколах вычислений и формальных выводах. В докладе рассматриваются L-графы (от language graph) — обобщение предложенного в [1–3] подхода к представлению языков графами. L-графы сочетают в себе свойства как распознающих так и порождающих описаний, что обеспечивает единообразный подход к оперированию языками. Важной составляющей L-графов являются языки, обобщающие ограниченные языки Дика. Описывается иерархия подклассов L-графов, устанавливается соответствие выделенных подклассов языкам из иерархии Хомского. Для рекурсивно-перечислмых языков устанавливается аналог известного представления регулярного языка морфическим образом локального языка [4].

Литература

1. Вылиток А.А. О построении графа магазинного автомата // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 1996. №3. С. 68–73.
2. Станевичене Л.И. О некоторых определениях класса КС-языков // Программирование. 1999. №5. С.15–25
3. Станевичене Л.И. К теории бесконтекстных языков. М., МГУ им. М.В. Ломоносова. 2000. Деп. в ВИНИТИ РАН 29.05.2000, № 1546-В00.

4. Саломаа А. Жемчужины теории формальных языков. М.: Мир, 1986.

Модели в разработке и анализе программных систем

Иванников Виктор Петрович,
Петренко Александр Константинович

Кафедра системного программирования ВМК МГУ, Институт системного программировании РАН, e-mail: ivan@ispras.ru, petrenko@ispras.ru

1. Введение. Модели в разработке программ — «Ничто не ново под луною...» или приход новой технологии программирования?

Первыми задачами программирования ЭВМ были задачи выполнения математических расчетов, моделирующих физические процессы. Поэтому использованию моделей в программировании столько же лет, сколько и самому программированию на ЭВМ.

Однако, когда программирование стало оформляться как отдельная научная и инженерная дисциплина, моделирование не вошло в эту дисциплину как неотъемлемая часть — объектом моделирования были все те же физические или какие-либо другие процессы реального мира, а не программы сами по себе.

Важность изучения программ и программирования — процессов и технологий создания и анализа программ, давно уже стала очевидной. Это, в конечном итоге, и обусловливает все нарастающее внимание к вопросам моделирования программ, парадигмам моделирования, методам работы с моделями программ. Программирование, как и другие науки, видит в моделировании мощнейший инструмент познания. Программа — это новый объект изучения. До сих пор идут дебаты по поводу того, является программа материальной сущностью или это лишь форма существования и функционирования других сущностей, например, компьютеров. Такая неоднозначность понятия «программы», с одной стороны, затрудняет изучение этого объекта исследования, с другой стороны, дает возможность моделировать программу в различных аспектах. На аспектах моделирования мы остановимся позже.

Для того, чтобы более четко показать современное понимание места моделей в программировании, мы сначала остановимся на «традиционном» понимании моделей в программировании, а уже потом более подробно остановимся на *моделях программ* и на исследованиях и разработках наших сотрудников в этой области.

2. Традиционные области программирования, использующие модели

Начнем с моделей, которые совсем не являются моделями программ, но занимают важное место среди программных инструментов. Это практически все так CAD/CAM (Computer Aided Design /

Computer Aided Manufacturing) – комплексы программных средств для разработки сложных технических систем: двигатели, все виды транспорта, энергетические установки и так далее. Наиболее известных из зарубежных систем можно назвать AUTOCAD, из российских – Компас. Ближе к средствам моделирования программ так называемы CASE системы (Computer Aided Software Engineering). Некоторые CASE-средства имеют возможности близкие к CAD. Например, Simulink/MATLAB имеют можные средства математического моделирования для решения задач управления, расчета прочности и так далее. При этом Simulink в дополнение к возможностям анализа непрерывных и дискретных математических моделей позволяет генерировать программу для управления целевым объектом и анализировать свойства сгенерированной системы управления.

Отдельный класс средств моделирования – это инструменты проектирования микропроцессоров. Современные технологии разработки микропроцессоров позволили автоматизировать многие элементы процесса создания микропроцессора. Однако за человеком остались две задачи, которые еще не освоены компьютером: дизайн логики (проектирование логической структуры микропроцессора) и верификация – проверка корректности дизайна, которая, по сути, состоит в анализе моделей, составляющих дизайн логики. В данной области доминирующее положение занимают инструменты моделирования логики микропроцессоров, использующие языки Verilog и VHDL.

И в завершение этого короткого обзора вернемся к CASE средствам, но уже полностью нацеленных на создание программ, в частности, средствам моделирования программ. Исторически первыми зрелыми инструментами моделирования программ, которые получили широкое распространение, стали инструменты проектирования и тестирования телекоммуникационного программного обеспечения. Лидером в этой области долгое время были языки SDL, MSC, TTCN и инструменты, которые поддерживали разработки с их помощью. Язык моделирования UML обобщил опыт разработки моделей на SDL и MSC, а опыт использования TTCN лег в основу UML Testing Profile (UTP) – достаточно общую концепцию построения систем тестирования с использованием моделей.

Сфера распространения языка UML существенно расширилась по сравнению с его предшественниками – это традиционные бизнес-приложения, встроенные системы и системы реального времени и многое другое. Этот успех дал толчок идее построения некоторого универсального каркаса из набора обобщенных моделей и инструментов, позволяющих методом настройки/конкретизации уточнять «библиотечные» модели и генерировать из них готовые программы. Подход получил название Model Driven Architecture (MDA).

Все перечисленные выше инструменты и языки моделирования получили широкое распространение среди практиков. Вместе с тем, уже, по крайней мере, с середины 60-х годов широко развернулись работы по созданию математических основ науки о программах, которая, в частности, ставила задачу об описании семантики программы (формальной модели, определяющей результат или наблюдаемого поведения программы) и задачу верификации программы, т.е. проверки соответствия программы и ее модели, которая задает ее семантику – функциональность или отдельные свойства ее поведения, например, дисциплину использования разделяемых ресурсов или протоколы синхронизации. В итоге развитие технологий использования моделей программ привело к осознанию необходимости рассматривать (и моделировать) программную систему как минимум в трех аспектах:

- структура – совокупность компонентов и статических и динамических связей между ними;
- алгоритм – схема функционирования программной системы;
- поведение – наблюдаемые (или моделируемые скрытые) свойства системы в ее динамике.

Комплексное рассмотрение первых двух аспектов было предложено еще в языках типа SDL. Введение в рассмотрение поведения как самостоятельного аспекта – это вклад работ по формальным методам. В языке UML уже можно увидеть комплексный подход, позволяющий моделировать систему во всех трех перечисленных аспектах.

3. Современные тенденции. Model Based Software Engineering – MBSE

Идея тотальной автоматизации разработки программ живет столько же, сколько само программирование. Моделирование – это неотъемлемая часть автоматизации, поскольку, если нет заданной цели и заданных ограничений (модели цели и модели ограничений), то трудно рассчитывать на чудо, что нужная программа появится сама собой. Однако в ходе развития программирования ожидания от возможностей перспективных средств моделирования меняются – бывают периоды оптимизма (например, первые годы разработки MDA) и периоды скептицизма, которые одновременно являются временем поиска новых подходов.

Современный период можно охарактеризовать как период бурного развития разнонаправленных методов моделирования программ, в рамках которого пока не видно некоторой объединяющей эти методы парадигмы. Вместе с тем, в отличие от предыдущих лет исследователи, экспериментаторы и даже разработчики коммерческих инструментов уже используют разработку формальных моделей, анализ моделей и анализ соответствия моделей и программных реализаций не только в лабораторных условиях, но и в крупных ответственных проектах.

В качестве примера можно привести такие подходы, как *программная инженерия на основе моделей* (*Model Based Software Engineering — MBSE*) и *тестирование на основе моделей* (*Model Based Testing – MBT*).

Подход MBSE предполагает использование разнообразных моделей программных систем на всех фазах жизненного цикла – от анализа требований до приемо-сдаточных испытаний. MBSE, в частности, активно продвигается концерном Airbus в проектах по разработке авионики. Одним из преимуществ MBSE в области авионики, а также других критических по безопасности приложений, является то, что модели позволяют строго описать требования к системе управления и далее, опираясь на строгое описание требований, дать столь же строгое доказательство его выполнения в готовой системе. Именно в этом состоит процесс сертификации авионики на соответствие требованиям как отечественных, так и международных стандартов. Во многом подготовленность разработчика авиационной техники к современным технологиям разработки и сертификации является решающей для вывода продукции на международный рынок. В связи с этим MBSE – одно из важнейших направлений для развития технологий отечественных отраслей, разрабатывающих системы со сложными программными системами управления.

Как составляющую MBSE можно рассматривать тестирование на основе моделей – MBT. Однако сфера применимости MBT существенно шире и успешно используется при тестировании самых разных видов программ. MBT предлагает при проектировании тестов и оценке полноты/качества тестирования исходить не из анализа структуры собственно программной системы, а из структуры ее модели или различных моделей, описывающих разные как структурные, так и поведенческие свойства целевой системы. Очевидно, что MBT – не альтернатива методам тестирования, которые опираются на структуру реализации – MBT дополняет традиционные техники. Интересно, что при планировании работ по тестированию в большом проекте целесообразно стартовать как раз с MBT, так как на ранних фазах реализации еще нет, а некоторые модели уже могут появиться. Уже за счет опережающей разработки тестов удается существенно сократить суммарные сроки проектов. Кроме того опыт внедрения MBT показывает, что этот подход позволяет выявлять больший процент дефектов, чем традиционные подходы. При этом MBT часто позволяет обнаруживать неполноту и другие проблемы не только в программном коде, но и в требованиях и другой проектной документации. Такие дефекты часто являются самыми серьезными и трудными в устранении, если их не обнаружить на ранних фазах жизненного цикла – здесь MBT находится вне конкуренции со всеми другими техниками верификации и валидации. В настоящее время наши исследования уже давно вышли за рамки экспериментальных работ и успешно используются в проектах по разработке авионики и встроенных систем автомобилей [1, 9, 10, 11], отечественных микропроцессоров [2, 6], операционных систем и компиляторов [7, 8, 9, 10, 11].

4. Модели и формализация

Неверно думать, что в программировании работают только формальные модели. В реальной, массовой, практике разработки программ как раз неформальные модели, которые часто набрасываются на «салфетке в ресторане» или чем-то подобном, применяются абсолютно, включая самые «критические» области. Основная ниша неформальных моделей – анализ неформальных, плохо структурированных сущностей. Работа с такими сущностями происходит как на ранних фазах жизненного цикла, так и на всех последующих – все по-настоящему новые идеи сначала появляются в нечетком, тем более в неформальном виде.

Формализация программных моделей важна, поскольку формальный результат более точен по сравнению с результатами анализа системы, полученными при помощи эмпирических методов. Кроме того, и в практическом плане это часто важнее – формализация это основа любой автоматизации, поскольку компьютер неформальные постановки задачи не воспринимает [3]. Так, один из крупнейших специалистов в области тестирования Robert Binder говорит: *«Any (automated) testing is a Model Based Testing»*.

За последние 10 лет в области формальных методов моделирования и анализа программ заметен существенный прогресс. Развиваются классические направления, например, методы верификации программ на основе метода Флойда и логики Хоара. Для поддержки этих методов достаточно широко используются инструменты, которые пока не обеспечивают полностью автоматическое доказательство корректности (или некорректности) программы, но существенно помогают верификатору, контролируя корректность отдельных шагов доказательства. Наибольший успех достигнут в области так называемой *верификации моделей* (*model checking)*. Важно, что работы в этом направлении позволяют проверять корректность не только тех моделей, которые специально разрабатываются таким образом, чтобы упросить их анализ в рамках данной технологии. Уже активно используется итеративный механизм автоматического построения соответствующих моделей непосредственно из текста программы с автоматическим анализом адекватности модели – так называемый подход CEGAR (Counter Example Guided Abstract Refinement).

Выше уже отмечалось, что методы моделирования программ активно развиваются в разных направлениях. Например, в задачах анализа информационной безопасности компьютерных систем используется очень широкий спектр подходов, объектов и методов моделирования. Поскольку проблема информационной безопасности носит комплексный характер, большое внимание уделяется разработке и анализу крупноблочных моделей, моделей политик безопасности, моделей угроз и так далее. С другой стороны, так как нарушение средств защиты, как правило, сводится к нахождению и злонамеренному использованию так называемых уязвимостей в программном коде, такие уязвимости зачастую не отличимы от обычных программных дефектов. Для их выявления приходится создавать модели уязвимостей или модели, описывающие типовые сценарии взаимодействия компонентов программных систем, опасные в плане возникновения уязвимостей. Такого рода модели можно использовать как так называемые «анти-паттерны» — шаблоны, помогающие выявлять потенциально опасные фрагменты программ.

В области формализации требований и построения формальных моделей требований значимые результаты получены в работах по формализации интерфейсов системных библиотек, определенных стандартами POSIX, LSB, ARINC-653 [7, 8, 9, 11]. В направлении формализации требований безопасного программирования (safety and security rules) можно назвать проект верификации драйверов операционной системы Linux, где активно используются и развиваются инструменты, следующие CEGAR-подходу [4].

5. Модели и языки программирования

Достаточно широкое использование моделей в программировании было связано с появлением специальных (часто графических) языков моделирования (например, SDL, MSC, UML). Вместе с тем, разработка модели может и должна рассматриваться как неотъемлемая часть создания программы. Вопрос – могут ли современные языки программирования и интегрированные среды разработки программ обеспечить возможности построения и анализа моделей? На этот вопрос и 20-30 лет назад можно было отвечать положительно, но в последнее время в языках и средах разработки уже появилась специальная поддержка построения и анализа моделей. При этом, как правило, предполагается, что неформальная работа с моделями выполняется без компьютера. В компьютере модель появляется уже в формальном виде, а именно, в форме исполнимых моделей (прототипов), абстрактных (обобщенных) описаний программных компонентов, в виде описания свойств поведения системы в терминах некоторых соотношений между объектами программы или событиями, происходящими в программе. Важным классом таких свойств являются так называемые *«программные контракты»* - формальные соотношения в форме пред- и постусловий функций (процедур) и инвариантов типов данных.

Для поддержки описаний свойств, которые в совокупности представляют собой описание модели программы в форме *ограничений* (constraints) или в форме других формализмов (например, Abstract State Machines — ASM), в ряде языков программирования были введены так называемые спецификационные расширения. Примерами таких расширений являются JML для языка Java, Spec# для языка C#, JavaTESK, CTESK, PyTESK, соответственно для Java, C и Python. Вместе с тем современные языки программирования, особенно объектно-ориентированные языки, позволяют создавать модели, описывающие свойства поведения, пользуясь стандартным языком, т.е. только средствами библиотек этого языка. Примерами такого использования языков программирования можно назвать: систему SystemC (моделирование логики микропроцессоров средствами языка C++), библиотеку языка C# Code Contracts, библиотеку языка Java Summer [5], C++TESK – библиотеку языка C++ для моделирования логики микропроцессоров.

Исследования сотрудников кафедры и ИСП РАН в этом направлении наилучшим образом представлены в сети Интернет на сайтах: `http://unitesk.ispras.ru` и `http://forge.ispras.ru`.

6. Заключение

Перед программированием встают новые задачи, многие из них невозможно решить должным образом без использования моделей. Примерами таких задач являются:

- информационная безопасность (моделирование угроз, моделирование типовых уязвимостей);
- надежные системы, критичные по безопасности (транспорт, энергетика, технологий процессы;
- сертификация ответственных систем, требующая явного представления доказательств (evidence) обеспечения требований.

Все эти задачи требуют развития методов построения и анализа моделей, методов интеграции процессов моделирования в технологии разработки программ и разработки инструментальной поддержки как собственно моделирования, так и всех фаз жизненного цикла.

Литература

1. Khoroshilov A.V., Koverninskiy I.V, Petrenko A.K., and Ugnenko A.A. Integrating AADL-based tool chain into existing industrial processes //Proc. of IEEE ICECCS 2011, Las Vegas, April, 2011
2. Kamkin A.S., Kornykhin E.V., and Vorobyev D.. Reconfigurable model-based test program generator// Proc. of A-MOST Workshop, Berlin, March 2011
3. Barbosa L.S., Cerone A., Petrenko A.K., Shaikh S.. Certification of open-source software: A role for formal methods // Intern. J. of Computer Systems Science and Engineering (IJCSSE). 2010. 25. N 4.
4. Khoroshilov A.V., Mutilin V.V., Petrenko A.K., Zakharov V.A.. Establishing Linux driver verification process // Proc. of the PSI 2009. LNCS. 5947/2010. P.165–176.
5. Кулямин В.В. Компонентная архитектура среды для тестирования на основе моделей. Программирование, 36(5):54-75, 2010
6. Иванников В.П., Камкин А.С., Косачев А.С., Кулямин В.В., Петренко А.К. Использование контрактных спецификаций для представления требований при функциональном тестировании аппаратуры // Программирование. 2007. 33. № 5. С. 47–61
7. Кулямин В.В., Рубанов В.В., Хорошилов А.В., Петренко А.К.. Формализация интерфейсных стандартов и автоматическое построение тестов соответствия // Информационные технологии. 2007. № 8. С. 2–7.
8. Иванников В.П., Петренко А.К. Задачи верификации ОС Linux в контексте ее использования в государственном секторе // Труды ИСП РАН. Том 10. М., 2006. С. 9–14
9. Grinevich A., Khoroshilov A.V., KuliaminV.V., Markovtsev D., Rubanov V.V. Formal methods in industrial software standards enforcement // PSI'2006. Novosibirsk, Russia. 2006. LNCS 4378:459-469.
10. Zelenov S.V, Petrenko A.K., Silakov D.V., Conrad M., Fey I. Automatic test generation for model-based code generators

// IEEE ISoLA 2006 Second Intern.Symposium on Leveraging Applications of Formal Methods, Verification and Validation. Paphos, Cyprus, 2006. P. 68–75.

11. Maximov A.V. Model-based Conformance Testing of ARINC 653 Real-Time Operating Systems. Proc. of DASIA 2010. Budapest, 2010.

Исследование эффективности решения задачи оптимального развития транспортной сети с непрерывным потоком на высокопроизводительных вычислительных системах

Григоренко Николай Леонтьевич[1], Пивоварчук Денис Геннадьевич[1], Жарков Александр Валерьевич[2], Попова Нина Николаевна[2]

[1] Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.su, dpivovartchuk@gmail.com

[2] Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: zhalex@yandex.com, popova@cs.msu.ru

Под транспортной сетью в данной работе понимается сеть поставок, объединяющая некоторое количество поставщиков, потребителей и распределителей. Поставщики генерируют некоторый поток, под которым, в каждом конкретном случае, можно понимать, например, энергию, энергоносители, товары и т.п. Потоки от поставщиков либо доходит непосредственно до потребителей, либо достигает распределителей, которые перераспределяют входящие в них потоки по нескольким направлениям, после чего потоки доходят до потребителей. Поток, дошедший до потребителя, поглощается им. Параметры транспортной сети непостоянны во времени, а меняются стохастически заданным образом. Необходимо оптимизировать распределение потоков в транспортной сети по критерию качества. Более подробно математическая модель рассмотрена в [1].

В рамках данной формальной модели могут решаться различные прикладные задачи, такие как управление автотранспортными потоками, электрическими сетями, нефте- и газопроводами.

В работе предлагается алгоритм решения задачи оптимизации на основе динамического программирования для построения оптимального управления и алгоритме Эдмондса-Карпа для решения подзадач распределения потока по критерию его максимальности.

Реальные транспортные сети имеют достаточно большое количество вершин и дуг, а задачи, возникающие при оптимизации имеют достаточно большие параметры моментов модельного времени и количества марковских процессов развития. Для решения таких задач предложенным алгоритмом необходимо разработать его параллельную реализацию.

Реализован параллельный алгоритм решения задачи оптимального развития транспортной сети. Определены его характеристики с точки зрения требуемого объёма оперативной памяти, допустимые параметры модели. Проведён численный эксперимент для различных тестовых моделей на суперкомпьютерах BlueGene/P, СКИФ МГУ, Lomonosov. Получены оценки эффективности и масштрабируемости алгоритма на тестовых задачах. Проведён сравнительный анализ алгоритма при использовании пакета GLPK в качестве решателя подзадач поиска максимального потока.

Численные эксперименты, проведённые на суперкомпьютерах, показали высокую эффективность алгоритма на объёмных задачах (большой граф сети и большое количество вариантов развития транспортной системы).

Благодарности

Работы выполнена при поддержке грантов РФФИ № 11–07–00756 и №11–07–00614.

Литература

1. Жарков А.В., Пивоварчук Д.Г.. Разработка и исследование параллельного алгоритма решения задачи оптимизации развития инфраструктуры типа поставщик-потребитель // Труды Пятой международной конференции “Параллельные вычисления и задачи управления” (PACO’2010). М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, 2010.

Двухпараметрические протоколы квантового распределения ключей

Кронберг Дмитрий Анатольевич,
Молотков Сергей Николаевич

Кафедра квантовой информатики, e-mail: kronberg@cs.msu.su, molotkov@issp.ac.ru

В основе квантовой криптографии лежит фундаментальный запрет квантовой механики на точное различение неортогональных квантовых состояний. Из этого следует, что если сигнал передается с помощью квантовых состояний, то любые попытки его измерить приводят к помехам на приемной стороне. Результаты из области квантовой теории информации позволяют дать верхнюю оценку информационному содержанию набора квантовых состояний, что позволяет оценить доступную перехватчику информацию и, более того, гарантировать секретность передаваемых ключей при ошибке на приемной стороне, меньшей определенного порогового значения, зависящего от протокола. Важным является то, что секретность ключа обеспечивается законами квантовой механики, а не предположениями о вычислительных способностях перехватчика, как это происходит в классической криптографии.

В квантовой криптографии не существует способа отличить ошибки, возникающие из-за несовершенства линии связи от ошибок, вызванных действиями перехватчика. Поэтому важной задачей является разработка протоколов, способных генерировать секретный ключ при как можно больших значениях ошибки на приемной стороне: такие протоколы будут значительно более устойчивыми по отношению к шумам в канале связи и несовершенству аппаратуры легитимных пользователей.

Поэтому возникает вопрос: возможно ли обеспечение секретности передаваемых ключей при ошибке на приемной стороне, близкой к 50%? На первый взгляд ответ на этот вопрос отрицательный, так как величина в 50% соответствует пределу для безошибочной передачи каких-либо данных вообще, без обеспечения секретности. Однако оказывается, что существует такая конфигурация сигнальных состояний, при которой эта задача может быть решена.

Двухпараметрический протокол с фазово-временным кодированием представляет собой нетривиальную комбинацию двух протоколов квантового распределения ключей BB84, в каждом из которых используются либо первое и второе («левые» базисы), либо второе и третье («правые» базисы) временные окна. На приемной стороне становится возможен также отсчет в контрольном временном окне — третьем для левых базисов и первом для правых. Для перехватчика такая конфигурация означает необходимость различать также квантовые состояния в левых и правых базисах, что неизбежно будет вести к появлению контрольных отсчетов. Поэтому, если легитимные пользователи решают прерывать выполнение протокола при достаточно большом количестве подобных отсчетов, то это будет означать, что перехватчик не может получать информацию о передаваемом ключе, и в этом случае критическая величина ошибки, до которой возможно распределение секретного ключа, становится сколь угодно близкой к 50 %.

Таким образом, использование двух параметров для оценки информации перехватчика позволяет разработать протоколы квантовой криптографии, способные значительно лучше обеспечивать секретность передаваемых ключей.

Литература

1. Bennett C.H., Brassard G. Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing // Proc.of IEEE Int. Conf. on Comput. Sys. and Sign. Proces. Bangalore, India. 1984, P.175.
2. Молотков С.Н. О криптографической стойкости системы квантовой криптографии с фазово-временным кодированием // ЖЭТФ. 2008. **134**. 39.
3. Кронберг Д.А., Молотков С.Н. Двухпараметрическая квантовая криптография на временных сдвигах, устойчивая к атаке с расщеплением по числу фотонов //ЖЭТФ. 2009. 136. Вып. 4. С. 650.
4. Кронберг Д.А., Молотков С.Н. Усиление стойкости фазово-временной квантовой криптографии блочным исправлением ошибок.// Письма в ЖЭТФ. 2010. 92. Вып. 7. С. 539.

Система синтаксического анализа русскоязычных текстов TREETON

Мальковский Михаил Георгиевич,
Старостин Анатолий Сергеевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: `malk@cs.msu.su`, `anatoli.starostin@gmail.com`

В докладе обсуждается система морфо-синтаксического анализа TREETON, созданная на кафедре алгоритмических языков факультета ВМК МГУ [1, 2].

Система TREETON во многом воплощает подход к синтаксическому анализу, сформулированный Н.В. Перцовым и С.А. Старостиным в их докладе на Международном семинаре Диалог'99 [3]. Там излагалась концепция синтаксического анализатора, работающего без использования богатой словарной информации о сочетаемости слов. Можно сказать, что помимо основной задачи синтаксического анализа, в рамках системы TREETON решается еще один прикладной вопрос – какого уровня точности и полноты синтаксического анализа в принципе можно достичь для русского языка, не строя формального синтактико-семантического описания лексики?

Важным свойством системы TREETON является универсальность заложенной в нее модели описания синтаксических структур. Эта модель согласуется с двумя основными подходами к описанию синтаксиса в лингвистике: деревьями зависимостей и системами составляющих. Обсуждению этой модели посвящена часть доклада. Кроме того, в докладе рассматривается используемый в TREETON декларативный язык для описания базовых синтаксических правил (строящихся только на морфологических характеристиках слов).

Основным компонентом системы, «заменившим» детальное описание лексики в системе TREETON, стал аппарат лингвистически-содержательных штрафных функций, поддерживаемый с алгоритмической стороны принципом динамического ранжирования гипотез. В докладе обсуждаются штрафные функции и алгоритм работы анализатора. До последнего времени одной из главных проблем системы TREETON был анализ эллиптических предложений. Дело в том, что как только мы позволяем анализатору предполагать, что те или иные слова во входном предложении пропущены, перед нами сразу же встает проблема ограничения анализатора в его предсказаниях. В противном случае он получает возможность восстанавливать элементы в любом месте предложения, что неизбежно приводит к комбинаторному взрыву.

В докладе демонстрируется разработанный авторами подход к анализу эллиптических предложений, базирующийся на механизме штрафов и динамическом ранжировании.

Литература

1. Мальковский М.Г., Старостин А.С. Система Treeton: Анализ под управлением штрафной функции // Программные продукты и системы. 2009. №1. С. 33–35.

2. Арефьев Н.В., Мальковский М.Г., Старостин А.С. Синтаксический анализатор «Treevial». Принцип динамического ранжирования гипотез // Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: По материалам ежегодной Международной конференции «Диалог», вып. 9 (16). М.: Изд-во РГГУ, 2010. С. 477–490.
3. Перцов Н.В., Старостин С.А. О синтаксическом процессоре, работающем на ограниченном объеме лингвистических средств // Труды международной конференции Диалог'1999, т.2. Таруса: 1999. С. 224–230.

Исследование и разработка методов построения аннотаций и классификации текстовых данных

Царёв Дмитрий Владимирович, Петровский Михаил Игоревич, Машечкин Игорь Валерьевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: dima.tsarev@gmail.com, michael@cs.msu.su, mash@cs.msu.su

Настоящий доклад посвящен одним из наиболее популярных на сегодняшний день задачам, решаемым методами интеллектуального анализа текстовых данных, — задаче автоматического аннотирования текста и задаче классификации текстовых данных.

Рассматриваемые в данной работе методы автоматического аннотирования строят аннотации в форме выдержек, т.е. результирующая аннотация документа полностью состоит из последовательности фрагментов исходного текста. В качестве фрагментов обычно выбирают предложения текста. Кроме того, предполагаем, что аннотация строится для широкого круга читателей, т.е. освещаются все главные темы исходного текста, а не делается акцент на определенные темы, связанные с интересами конкретных читателей.

Наиболее популярные методы автоматического аннотирования, которые строят аннотации описанного класса, основаны на использовании латентно-семантического анализа для выделения основных тематик текста. На основе полученных тематик данные методы осуществляют выбор фрагментов текста для аннотации.

В работе представлен новый алгоритм автоматического аннотирования, основанный на использовании неотрицательной матричной факторизации в качестве матричного разложения для латентно-семантического анализа. Разработанный алгоритм был экспериментально проверен на эталонных тестовых наборах данных DUC 2001, DUC 2002 и показал лучшие результаты в качестве получаемых аннотаций и скорости работы по сравнению с актуальными на сегодняшний день алгоритмами.

В рамках данной работы также проводится исследование подхода, заключающегося в использовании аннотаций текстовых документов вместо их оригинальных текстов в задаче классификации.

Один документ может принадлежать более чем одной тематике, поэтому в качестве задачи классификации была выбрана задача классификации многотемных документов (англ. multi-label classification). Проведена верификация предлагаемого подхода на эталонном наборе документов Reuters-21578, которая показала улучшение качества классификации при использовании аннотаций, получаемых предложенным алгоритмом. Тем самым, можно сделать вывод, что построенные аннотации содержат предложения текста, которые наиболее полно описывают его основные тематики и не содержат предложений, слабо относящихся к ним.

Литература

1. Petrovskiy Mikhail, Glazkova Valentina. Linear methods for reduction from ranking to multilabel classification // Lecture Notes in Artificial Intelligence. Springer-Verlag, 2006
2. Mashechkin I.V., Petrovskiy M.I., Popov D.S., Tsarev D.V. Automatic text summarization using latent semantic analysis. Programming and Computer Software, 2011

Алгоритм Залки–Визнера

Ожигов Юрий Игоревич

Кафедра квантовой информатики, e-mail: ozhigov@cs.msu.su

Алгоритм Залки - Визнера предназначен для моделирования унитарной эволюции квантовой системы n частиц на квантовом компьютере с памятью $O(n)$ и временем порядка квадрата реального времени. Алгоритм основан на представлении гамильтониана системы как суммы кинетической и потенциальной энергии: $H = H(kin)+H(pot)$. Оператор потенциальной энергии имеет диагональный вид в базисе пространственных состояний, а оператор кинетической энергии приводится к такому виду преобразованием Фурье. Последнее легко реализуется на квантовом компьютере по схеме П.Шора, что и дает искомый алгоритм. На обычном компьютере или суперкомпьютере для задач с небольшим числом частиц ($n < 4$) для любого положительного e существует классическая модификация данного алгоритма, которая имеет сложность вида t в степени $1 + e$, где e - любое положительное число.

Литература

1. Zalka C. Efficient simulation of quantum systems by quantum computers // Proc.Roy.Soc.Lond. 1998. A454. P.313–322.
2. S.Wiesner, Simulations of Many-Body Quantum Systems by a Quantum Computer. http://xxx.lanl.gov/format/quant-ph/9603028.
3. Ю.И.Ожигов. Конструктивная физика. Ижевск: РХД, 2010.

Моделирование и анализ кодов коррекции квантовых ошибок

Чернявский Андрей Юрьевич

Физико-технологический институт РАН, Кафедра квантовой информатики, e-mail: andrey.chernyavskiy@gmail.com

Одним из важнейших факторов успеха информационных технологий является развитая теория коррекции ошибок. В приложениях же квантовой информатики возникают сложности, не имеющие аналогов в классической теории: множество квантовых ошибок бесконечно, отсутствует возможность узнать текущее состояние системы. Несмотря на это существуют коды, исправляющие и квантовые ошибки [1,2].

Рассмотрена теория, необходимая для моделирования квантовых шумов, а также методика моделирования квантовых преобразований с учетом определенного типа шумов, вызванных декогерентизацией. Приводятся некоторые результаты моделирования известных кодов коррекции квантовых ошибок с учетом зашумления используемых квантовых гейтов.

Литература

1. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. М.:Мир, 2006.
2. Preskill J. Quantum information and computation //Lecture Notes for Physics. 229. 1998. California Institute of Technology.

Секция VIII
Кафедра математической физики, лаборатории вычислительной электродинамики, моделирования процессов тепломассопереноса, обратных задач

Относительная эффективность МНК- и МНМ- оценок

Белов Андрей Григорьевич, Щедрин Борис Михайлович
Кафедра математической физики, e-mail: belov@cs.msu.su, bshchedr@cs.msu.su

Рассматривается общая задача точечного оценивания параметра сдвига θ по независимым и равноточным с аддитивными случайными погрешностями e_i наблюдениям $y_i = \theta + e_i, i = 1, ..., n$, интерпретируемым как значения случайной величины (с.в.) η с функцией плотности $f_\eta(y)$. Ее решение методом максимального правдоподобия сводится к методу наименьших модулей (МНМ) или методу наименьших квадратов (МНК) при первом (Паскаля) или втором (Гаусса) законе ошибок измерений, соответственно. В рамках общей задачи ставится вопрос [1]: какому методу, МНМ или МНК, отдать предпочтение при оценке параметра сдвига в случае, когда теоретически предполагаемое нормальное распределение ошибки на практике фактически является распределением Лапласа, и наоборот? Для ответа на поставленный вопрос предлагается использовать «оптимальные» свойства медианы $\mathrm{Med}\,\eta$ и математического ожидания (м.о.) $E\eta$, которые приводят к наилучшим в среднем абсолютном и в среднем квадратичном оценкам параметра θ

$$\theta^{MHM} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}}\, E|\eta - \theta| = \mathrm{Med}\,\eta,\ \theta^{MHK} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}}\, E(\eta - \theta)^2 = E\eta,$$

или их соответствующим выборочным аналогам

$$\theta_n^{MHM} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} |\eta - \theta| = \overline{m}_n,\ \theta_n^{MHK} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} (\eta - \theta)^2 = \overline{y}_n.$$

Тогда ответить на вопрос о том, какая из оценок θ_n^{MHM} и θ_n^{MHK} лучше приближает θ^{MHM} и θ^{MHK}, можно, оценив их относительную эффективность, которая равносильна относительной эффективности выборочных медианы $\overline{m}_n$ и среднего $\overline{y}_n$ [2]

$$\frac{E(\overline{y}_n - E\eta)^2}{E(\overline{m}_n - \mathrm{Med}\,\eta)^2} \approx 4 f_\eta^2(\mathrm{Med}\,\eta) D\eta,$$

где $D\eta$ — дисперсия с.в. η. На примере рассматриваемых симметричных распределений, для которых $\theta = \theta^{MHM} = \theta^{MHK}$, показано, что в предположении распределения Лапласа ошибок измерений МНК дает оценку в 2 раза хуже, чем МНМ, а в предположении нормального распределения ошибок измерений МНК дает оценку в 1.57 раза лучше, чем МНМ. Выводы подтверждают ранее полученные результаты [1] при более трудоемком способе исследования, а предложенный подход может быть распространен на более сложные параметрические модели изучаемых явлений.

Литература

1. Мудров В.И., Кушко В.Л. Метод обработки измерений: Квазиправдоподобные оценки. М.: Радио и связь, 1983.
2. Королев В.Ю. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Проспект, 2006.

Моделирование выработки электроэнергии солнечными батареями российского сегмента Международной космической станции

Березин Сергей Борисович[1], Сазонов Василий Викторович[2], Скоблов Никита Александрович[3]

[1] Кафедра математической физики, e-mail: `s_berezin@cs.msu.su`

[2] Кафедра общей математики, e-mail: `sazonov@cs.msu.su`

[3] Кафедра математической физики, e-mail: `mtgrhox@gmail.com`

Международная космическая станция (МКС) совершает полет по околоземной орбите с высотой около 400 км. Станция совершает один виток по орбите примерно за 92 минуты. Электроэнергия для обеспечения работы бортовых систем станции, а также для проведения экспериментов на борту вырабатывается солнечными батареями при пролете станции на освещенном Солнцем участке орбиты. Во время нахождения в тени Земли электропитание обеспечивается за счет бортовых аккумуляторов. Для составления графика проведения экспериментов на борту МКС необходимо учитывать количество доступной электроэнергии на время планирования, поэтому важной задачей является прогнозирование выработки электроэнергии солнечными батареями МКС за различные временные интервалы.

Мощность, вырабатываемая солнечными батареями, зависит, в том числе, от интенсивности потока световой энергии, угла его падения на плоскость батареи и площади освещенного участка поверхности батареи [1]. Основной вклад в интенсивность светового потока вносит прямое освещение блока батарей от Солнца. В данной работе предлагается геометрический метод решения задачи определения освещаемых Солнцем участков солнечных и расчет вклада прямого солнечного излучения в общую выработку электроэнергии. Разработан метод для определения затенения поверхности станции элементами конструкции, Землей и другими объектами, например, пристыкованными к станции космическими кораблями. Данный метод может быть применен и для определения освещенной части элементов других космических аппаратов. Создано программное обеспечение для моделирования выработки электроэнергии солнечными батареями российского сегмента МКС на заданном участке траектории с учетом выбранной ориентации станции, её состава и положения подвижных элементов.

Литература

1. Раушенбах Г. Справочник по проектированию солнечных элементов. М.:Энергоатомиздат, 1983.

Об обратной двумерной задаче магнитотеллурического зондирования

***Березина Нина Ивановна*[1],**
***Мерщикова Наталья Александровна*[1],**
***Дмитриев Владимир Иванович*[2]**

[1] Лаборатория математической физики, e-mail: lmf@cs.msu.su
[2] Кафедра математической физики, e-mail: mf@cs.msu.su

В докладе анализируются результаты применения предложенного в [1] итерационного метода для численного решения обратной задачи восстановления электропроводности двумерной среды по измеренным значениям импеданса электромагнитного поля для двумерных моделей, характерных для морских зондирований.

Рассматриваются обратные задачи, в которых значения импеданса для набора частот электромагнитного поля измерены в некотором множестве точек наблюдения на нижней границе верхнего слоя, моделирующего море.

Предложенный в [1] итерационный численный метод решения обратной задачи состоит в минимизации функционала, в котором суммируются невязки для всех частот электромагнитного поля по всем точкам измерений электромагнитного поля. При численном решении обратной задачи на каждой итерации выполняется минимизация функционала невязки, при этом для решения прямой задачи в каждой точке наблюдения используется одномерное приближение.

Так как для одномерных сред импедансы электромагнитного поля для E- и H-поляризаций совпадают, метод удобно применять в двумерных обратных задачах, в которых одновременно используются два импеданса – для E- и H-поляризованных полей.

В варианте для одновременной интерпретации результатов измерения импедансов для E- и H-поляризаций, невязки для обоих импедансов суммируются в одном минимизируемом функционале.

Проведен анализ применения метода для различных двумерных моделей строения среды, в частности, для квазислоистой модели с медленно изменяющейся толщиной слоев и для двумерной модели среды, в которой неоднородность имеет форму прямоугольника.

Литература

1. Березина Н.И., Дмитриев В.И., Мерщикова Н.А. Квазиодномерный метод решения двумерной обратной задачи магнитотеллурического зондирования // Прикладная математика и информатика. № 35. М.: МАКС Пресс, 2010., С. 5–16.

Моделирование нового класса течений сжимаемого газа

Лебедев Михаил Глебович,
Ситник Василий Владимирович,
Бочарова Ольга Витальевна

Лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса, e-mail: `somniac@rambler.ru`

Во многих течениях жидкости и газа можно выделить преимущественное направление скорости. К таким течениям, ниже называемым ориентированными, относятся течения в сверхзвуковых струях при перепадах давления в начальном сечении струи и в окружающем пространстве порядка единицы, а также течения в сужающихся каналах. Эти течения характеризуются ярко выраженной ударно-волновой структурой с многократными отражениями ударных волн от оси симметрии.

Обычно имеют место два типа отражения ударной волны от оси симметрии: регулярное и маховское. Отражения этих типов наблюдались в многочисленных физических и вычислительных экспериментах. В обоих случаях при торможении газового потока в системе ударных волн не происходит изменения направления течения. В ряде работ по экспериментальному и численному моделированию ориентированных течений было обнаружено отражение необычного вида. В этом случае при отражении ударной волны от оси симметрии наблюдается образование либо застойной зоны, либо зоны циркуляционного течения, с существенными значениями скорости противотока.

В данной работе приводятся результаты численного исследования на основе уравнений Эйлера некоторых модельных ориентированных течений, в частности, течений газа, создаваемым гиперзвуковым источником внутри цилиндрического канала, а также некоторых струйных течений. В ходе моделирования удалось установить наличие развитых зон циркуляционного течения в окрестности оси симметрии; наличие или отсутствие таких зон может зависеть от определяющих параметров задачи. Обсуждаются возможные механизмы формирования застойных и циркуляционных зон за отраженной от оси симметрии ударной волной, связанные с глобальной неравномерностью рассматриваемых течений. Сопоставление результатов, полученных в рамках моделей невязкой и вязкой (турбулентной) среды показывает, что рассматриваемое явление вряд ли может быть объяснено действием диссипативных механизмов.

Расчеты проводились методом С.К.Годунова. Необходимость расчета в протяженных областях (для исключения влияния граничных условий) и на подробных сетках потребовала использования массивно-параллельных высокопроизводительных вычислительных систем.

Метод решения квазитрехмерных задач электродинамики

***Дмитриев Владимир Иванович*[1], *Кругляков Михаил Сергеевич*[2]**

[1] Кафедра Математической Физики, e-mail: dmitriev@cs.msu.su
[2] НИЦ “Курчатовский Институт” , e-mail: m.kruglyakov@gmail.com

Рассмотрена задача электромагнитного зондирования морского дна с помощью горизонтального кабеля конечной длины. Базовой моделью электромагнитного зондирования является слоистая среда, содержащая аномалию — тело, проводимость которого σ_a отлична от проводимости объемлющей среды $\sigma_b(z)$. Если это тело сильно вытянуто в направлении x и однородно в этом направлении, а измерения поля проводятся вблизи середины тела, то аномалию можно считать бесконечно протяженной в направлении x. Таким образом получаем квазитрехмерную задачу: трехмерное электромагнитное поле в двумерной среде.

Согласно [1] полное электрическое поле $\overline{\mathbf{E}}(M_0)$ в этой задаче подчиняется следующему интегральному соотношению:

$$\overline{\mathbf{E}}(M_0)-\iint\limits_S \left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} \widehat{G}_E(x-x_0, y-y_0, z, z_0)\overline{\mathbf{E}}(M)dx\right]\Delta_\sigma dydz = \overline{\mathbf{E}}^0(M_0), \tag{1}$$

где S — сечение аномалии в плоскости YZ, $\overline{\mathbf{E}}^0$ — первичное поле, созданное кабелем в слоистой среде, $\widehat{G}_E$ — электрический тензор Грина для этой среды [1], $\Delta_\sigma = \Delta_\sigma(y,z) = \sigma_a(y,z) - \sigma_b(z)$, $M(x,y,z)$ — точка интегрирования.

Интеграл по переменной x в формуле (1) является интегралом типа свертки. Это позволяет применить интегральное преобразование Фурье по переменной x к уравнению (1) и перейти к параметрическому семейству двумерных уравнений:

$$\overrightarrow{e}(y_0, z_0; \xi) - \int\limits_S \widehat{g}_E(y-y_0, z, z_0; \xi)\Delta_\sigma \overrightarrow{e}(y, z; \xi)\, dy\, dz = \overrightarrow{e}^0(y_0, z_0; \xi). \tag{2}$$

Решать двумерное уравнение вида (2) значительно проще, чем трехмерное уравнение вида (1). В задачах зондирования поле нужно вычислять только в точках наблюдения. Поэтому при определении множества параметров $\{\xi\}$, для которых решается уравнение

(2), нужно следить за точностью расчета только в этих точках, что позволяет существенно уменьшить объем вычислений.

Расчеты, основанные на DE-методе вычисления преобразования Фурье [2], проведенные для квазитрехмерной задачи зондирования морского дна, показали, что для получения поля на одном профиле перпендикулярном x с точностью до 1% достаточно решить не более 30 двумерных уравнений (2).

В ходе этих расчетов было показано, что наибольшей чувствительностью к аномалиям расположенным под морским дном обладает вертикальная компонента электрического поля.

Литература

1. Дмитриев В.И., Захаров Е.В. Метод интегральных уравнений в вычислительной электродинамике. М.: МАКС Пресс, 2008.
2. Ooura T. A double exponential formula for the fourier transforms // Publ. RIMS. 2005. 41. Kyoto Univ. P. 971-–977.

Анализ резонансов плазмонных структур методом дискретных источников

Еремин Юрий Александрович

Лаборатория Вычислительной электродинамики, e-mail: `eremin@cs.msu.ru`

Непрерывное совершенствование в технологии синтеза и использования металлодиэлектрических наноструктур и возможность определения их оптических свойств выдвинуло плазмонику на передний край современной нанооптики и нанотехнологии. Среди многочисленных применений плазмоники в различных отраслях науки и технологии исследование рассеивающих свойств наночастиц из благородных металлов имеет огромный потенциал для практических применений. Наночастицы, сделанные из серебра и золота, демонстрируют уникальные оптические свойства благодаря локализованному поверхностному плазмонному резонансу (ПР), который дает возможность их использования в качестве средства для изучения биологических молекулярных структур, в сверхразрешающих оптических микроскопах, компактных газоанализаторах и оптических антеннах. Кроме того, чрезвычайно высокая интенсивность электрического поля, возникающая в результате ПР в частотной области, приводит к сильному возрастанию сигнала от молекулы, расположенной вблизи наночастиц. Подобное, на несколько порядков, усиление сигнала дает возможность обнаруживать и изучать отдельные молекулы [1-2].

Современное состояние технологий синтеза наноразмерных структур требует наличия адекватных средств математического моделирования для предсказания их оптических свойств. В настоящее время существует множество методов, в том числе и строгих, для определения ПР как локальных, так и периодческих структур. Такие распространенные приближенные методы, как метод Конечных разностей во временной области или метод Конечных элементов сталкиваются с определенными трудностями, связанными с необходимостью адекватной оценки погрешности результатов, что зачастую приводит к появлению артефактов. Строгие методы, основанные на поверхностных или объемных интегральных уравнениях, не позволяют моделировать сверхсильное взаимодействие металлических частиц, расположенных на расстояниях порядка 1нм.

В данной работе Метод дискретных Источников (МДИ) [3] был адаптирован для анализа ПР структуры, состоящей из 2х серебряных сфероидов, расположенных на расстояниях порядка 1нм друг от друга. Выполненная модификация МДИ существенно отличается от схемы, использованной ранее при анализе линейных кластеров [4]. Проведено исследование возрастания интенсивности поля в зазоре между сфероидами. Установлено наличие ПР в частотной области, как для интенсивности поля, так и для сечения рассеяния поляризованного светового излучения. Показано, что усиление интенсивности электрического поля может превышать 10^6 в пике ПР. Исследована зависимость ПР от поляризации возбуждающего света, соотношения осей сфероидов, расстояния между ними и материала сфероидов [5].

Литература

1. Sarid D., Challener W. Modern Introduction to Surface Plasmons Theory, Mathematica Modeling, and Applications. Cambridge Univ. Press, 2010.
2. Климов В.В. Наноплазмоника. М.:Физмалит, 2009.
3. Eremin Yu.A. The method of discrete sources in electromagnetic scattering by axially symmetric structures//J. Commun. Techn. Electron. 2000. 45 (Suppl.2). S269-S280.
4. Eremin Yu.A., Orlov N.V., and Rozenberg V.I. Multiple electromagnetic scattering by a linear array of electrified raindrops//J.Atmosph. Terr. Phys. 1995. 57 (3). P. 311–319.
5. Гришина Н.В., Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Исследование плазмонных резонансов локальных структур на основе метода дискретных источников//Вестн. МГУ, сер. Физика, Астрономия. 2011, №6.

Исследование отраженного электромагнитного поля в задачах зондирования поверхности Земли

Ильинский Анатолий Серафимович[1], ***Галишникова Тамара Николаевна***[2]

[1] Кафедра математической физики, e-mail: `celd@cs.msu.su`
[2] Лаборатория вычислительной электродинамики, e-mail: `tgalish@cs.msu.su`

В работе исследуется фундаментальная проблема современной науки по изучению поверхности Земли. Рассмотрена задача дистанционного электромагнитного зондирования локально неоднородной цилиндрической поверхности в случае, когда падающее поле имеет трехмерный характер. Для ее изучения использован метод сингулярных интегральных уравнений, успешно используемый в решении задач дифракции на бесконечно тонких идеально проводящих незамкнутых поверхностях [1]. Рассматриваемая авторами математическая модель, описывающая задачи отражения электромагнитных волн от земной поверхности, сводится к решению системы уравнений Максвелла в полупространстве с нерегулярной границей. Для построения численного алгоритма исследования рассматриваемой математической модели краевая задача сведена к эквивалентным системам гиперсингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных распределений электромагнитного поля на нерегулярном участке границы раздела сред. Решение систем полученных интегральных уравнений сводится к решению комплексных систем линейных алгебраических уравнений, порядок которых напрямую зависит от протяженности локально неоднородного участка границы раздела сред. Учитывая сильную особенность ядер интегральных уравнений, разработан специальный численный алгоритм для расчета элементов матрицы [2,3]. Проведена программная реализация разработанного численного метода, позволяющая рассчитывать характеристики электромагнитного поля как на поверхности границы раздела сред, так и диаграммы направленности поля в дальней зоне, являющейся интегральной характеристикой наводимого на поверхности неоднородности тока. Эти исследования представляет интерес для специалистов в области космической радиолокации.

Проведены вычислительные эксперименты, демонстрирующие возможности созданного программного комплекса, позволяющего исследовать конкретные электродинамические модели для различных форм отражающей поверхности в области широкого частотного диапазона при различных характеристиках среды.

Литература

1. Давыдов А.Г., Захаров Е.В., Пименов Ю.В. Гиперсингулярные интегральные уравнения в вычислительной электродинамике // Прикладная математика и информатика. № 9. М.: МАКС Пресс, 2001. С. 5–22.
2. Il'inskii A.S., Galishnikova T.N. Scattering of the electromagnetic field on a finite impedance section of an interface // Computational Mathematics and Modeling. 2008. 19. N. 2. P. 176–185.
3. Ильинский А.С., Галишникова Т.Н. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции на конечном импедансном участке границы раздела сред // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычислит. матем. и киберн. 2008. № 4, С. 5–10.

Применение проекционного метода с использованием функций Гаусса-Лагерра в обработке изображений

Крылов Андрей Серджевич,
Сорокин Дмитрий Васильевич
Кафедра математической физики, e-mail: `kryl@cs.msu.ru`, `dsorokin@cs.msu.ru`

Одной из наиболее актуальных задач локального анализа и обработки изображений является задача поиска и параметризации ключевых точек. В работе рассмотрен метод поиска и параметризации ключевых точек на изображении на основе проекционного метода с использованием круговых гармонических функций Гаусса-Лагерра. Рассмотренный метод поиска ключевых точек и построения их локальных дескрипторов основан на многомасштабном анализе коэффициентов разложения по круговым гармоническим функциям Гаусса-Лагерра. Круговые гармонические функций Гаусса-Лагерра определяются следующим образом [1]:

$$\Psi(r, \gamma; \sigma) = \psi_n^{|\alpha|}(r^2/\sigma)e^{i\alpha\gamma} ,$$

где $\psi_n^{|\alpha|}$ — функции Лагерра, σ — параметр масштаба, r, γ — полярные координаты, n — радиальный порядок, α — угловой порядок.

Поскольку круговые гармонические функции Гаусса-Лагерра являются комплексными, коэффициенты разложения изображения по этим функциям в окрестности некоторой точки позволяют учитывать не только структурные особенности областей изображения, но и их ориентацию.

В работе рассмотрен метод ускорения вычисления коэффициентов разложения по круговым гармоническим функциям Гаусса-Лагерра. Идея ускорения основана на переходе от круговых гармонических функций Гаусса-Лагерра к двумерным функциям Эрмита, которые являются сепарабельными, что значительно ускоряет вычисления [1]. Предложен метод дальнейшего ускорения алгоритма за счет аппроксимации проекционных коэффициентов с помощью быстрого проекционного метода с использованием функций Эрмита [2]. Этот метод, имея достаточно хорошую точность аппроксимации, позволяет ускорить вычисления еще в несколько раз. Рассмотрена адаптация предложенные алгоритмов в случае цветных изображений.

Эффективность предложенных методов продемонстрирована на примере задачи сопоставления ключевых точек изображений.

Литература

1. Sorokin D.V., Mizotin M.M., Krylov A.S. Gauss-Laguerre keypoints extraction using fast hermite projection method // Lecture Notes in Computer Science. 6753. 2011. P. 284–293.
2. Krylov A., Korchagin D. Fast Hermite projection method //

Lecture Notes in Computer Science. 4141. 2006. P. 329–338.

Функциональные свойства решений уравнений математической физики

Петрова Людмила Ивановна

Кафедра математической физики, e-mail: ptr@cs.msu.su

Исследование дифференциальных уравнений математической физики было проведено с помощью кососимметричных дифференциальных форм. При этом кроме внешних форм использовались кососимметричные дифференциальные формы, которые в отличие от внешних форм определены на неинтегрируемых многообразиях (таких как касательные многообразия дифференциальных уравнений, Лагранжевые многообразия и т.д.).

Кососимметричные формы позволяют определить сопряженность различных элементов дифференциальных уравнений (сопряженность частных производных, производных искомых функций и начальных данных и т.д.) и согласованность уравнений, входящих в систему дифференциальных уравнений. От этого зависят функциональные свойства решений дифференциальных уравнений.

Изучение интегрируемости уравнений математической физики показало, что дифференциальные уравнения, описывающие реальные физические процессы, без дополнительных условий оказываются неинтегрируемыми. Это следует из анализа эволюционного соотношения, которое получается из дифференциальных уравнений и содержит дифференциал от функционала, характеризующего состояние описываемой системы. (Энтропия, волновая функция, функционал действия, вектор Пойтинга и т.д. являются примерами таких функционалов.) Это соотношение оказывается нетождественным, что указывает на неинтегрируемость исходных уравнений. В этом случае решение уравнений является функционалом, а не функцией. Однако при реализации условий вырожденного преобразования из нетождественного соотношения получается соотношение, тождественное на некоторой структуре. Это указывает на локальную интегрируемость исходных уравнений и реализацию обобщенного решения, которое является функцией, то есть зависит только от переменных.

Проведенные исследования имеет принципиальное значение для качественной теории дифференциальных уравнений и играют существенную роль при описании физических процессов.

Об одной задаче управляемой фурье-фильтрации

Разгулин Александр Витальевич,
Сазонова Софья Викторовна, Волков Григорий Олегович
Кафедра математической физики, e-mail: `razgulin@cs.msu.su6` `sofia-s@304.ru`, `gigagrig@gmail.com`

Методы фурье-фильтрации широко используются в нелинейной оптике для компенсации искажений и обработки изображений (см. [1, 2]). Простейший фурье-фильтр представляет собой систему из двух тонких линз с общей фокальной плоскостью, в которую установлен управляемый пространственный модулятор света. В работах [3, 4, 5] разработаны модели дискретной фурье фильтрации, в которых осуществлялось поточечное воздействие на фурье-образ искомой функции $g \in H$ с помощью дискретного фильтра-мультипликатора $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots) \in \ell_\infty$: $\Phi_\rho(g) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} \rho_n \langle g, e_n \rangle\, e_n$, где $\{e_n\}_{n=1}^{+\infty}$ — полная ортонормированная система элементов в гильбертовом пространстве H.

В настоящей работе рассматривается новая модель операторной фурье-фильтрации, в которой управляемое воздействие на дискретный фурье-образ функции g происходит с помощью бесконечной матрицы $\rho = \{\rho_{ij}\}_{i,j=1}^{+\infty}$ по формуле $\Phi_\rho(g) = \sum\limits_{i=1}^{+\infty} \sum\limits_{j=1}^{+\infty} \rho_{ij} \langle g, e_j \rangle\, e_i$. Обсуждаются результаты о разрешимости начально-краевой задачи для ФДУ диффузии, моделирующей динамику фазовой модуляции в нелинейной оптической системе с операторной фурье-фильтрацией в контуре обратной связи. Приводятся некоторые результаты численного моделирования, показывающие специфику данного вида фильтрации.

Благодарности

Работа первых двух авторов выполнена при поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 годы.

Литература

1. Larichev A.V., Nikolaev I.P., Violino P. LCLV-based system for high resolution wavefront correction: phase knife as a feedback intensity producer // Optics Communications. 1997. 138. P. 127–135.
2. Just E.W., Vorontsov M.A., Garhart G., Beresnev L.A., Krishnapasad P.S. Adaptive optics with advanced phase contrast techniques. Part II: High resolution wavefront control // JOSA, ser. A. 2001. 18. № 6. P. 1300–1311.
3. Потапов М.М., Чечкина К.А. Об одной модели амплитудно-фазовой фильтрации в нелинейной оптической системе с обратной связью // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем.

и киберн. 1997. № 4. С. 31–36.

4. Разгулин А.В., Чушкин В.А. О задаче оптимальной Фурье фильтрации для одного класса моделей нелинейных оптических систем с обратной связью. // ЖВМиМФ 2004. 44. № 9. С. 1608–1618.
5. Разгулин А.В. Проекционно-разностный метод в задаче управляемой фурье-фильтрации // Прикладная математика и информатика. 2010. № 36. С. 74–90.

Указатель по авторам