

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова

академик \_\_\_\_\_

Е.И. Моисеев



\_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Вариационные принципы механики и их использование в вычислительной гидродинамике.»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 09.06.01 «информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль) – «Математическое моделирование, численные методы, комплексы программ» (05.13.18)

2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Вариационные принципы механики и их использование в вычислительной гидродинамике.

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 09.06.01 «информатика и вычислительная техника» Направленность (профиль) «Математическое моделирование, численные методы, комплексы программ» (05.13.18)

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)	У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи. В2(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях

<p>Владением методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности</p> <p>(ОПК-1)</p>	<p>З1 (ОПК-1) ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики.</p> <p>У1 (ОПК-1) УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p> <p>В1 (ОПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>
<p>Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики</p> <p>(ПК-1)</p>	<p>З1 (ПК-1) ЗНАТЬ: Современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p> <p>У1 (ПК-1) УМЕТЬ: Применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p> <p>В1 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>

<p>Способность к реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, ориентированных на современную вычислительную технику (ПК-4)</p>	<p>З1 (ПК-4)ЗНАТЬ: современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенности современных вычислительных комплексов</p> <p>У1(ПК-4) УМЕТЬ: применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p> <p>В1 (ПК-4) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов</p>
---	--

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачётные единицы, всего 108 часов.

38 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 2 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

70 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, дифференциальным уравнениям, численным методам в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам на-

правлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используется программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются математические модели, основанные на различных вариационных формулировках и варианты их использования при построении дискретных моделей сплошной среды в вычислительной гидродинамике.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>

<p><b>Тема 1. Вариационные принципы для механических систем с конечным числом степеней свободы.</b>  Функционал и его первая вариация. Необходимое условие экстремума. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Задача о брахистохроне. Вариационный принцип Ферма в геометрической оптике. Условный экстремум функционала. Голономные и неголономные связи. Изопараметрические задачи. Задача о цепной линии. Постановка задачи о равновесной форме капли. Вариационные принципы механики. Принцип Гамильтона. Вариационные принципы механики. Принцип Мопертюи – Лагранжа. Вариационные принципы механики. Принцип стационарного действия в форме Якоби. Кинетические фокусы. Интегральные инварианты. Инвариант Пуанкаре-Картана. Теорема Лиувилля. Уравнения Лагранжа второго рода. Физический смысл неопределенных множителей Лагранжа. Диссипативная функция. Свойства Лагранжиана и законы сохранения. Теорема Э. Нетер</p>	10	6	-	-	-	-	6	4	-	4
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

<p><b>Тема 2. Уравнения механики сплошной среды в лагранжевых, эйлеровых и смешанных эйлерово – лагранжевых (СЭЛ) переменных.</b></p> <p>Вывод уравнений Эйлера в смешанных эйлерово – лагранжевых переменных. Частные случаи лагранжевых и эйлеровых переменных. Граничные условия. Уравнения Навье-Стокса. Тензор вязких напряжений и его свойства. Граничные условия, в том числе и на свободной границе. Гидростатическое приближение. Модель многослойной «мелкой воды». Уравнения динамики упругой среды с учетом пластичности.</p>	19	6	-	-	-	1	7	12	-	12
---	----	---	---	---	---	---	---	----	---	----

<p><b>Тема 3. Вариационные принципы в механике сплошной среды.</b>  Вариационный принцип Гамильтона – Остроградского для идеальной сжимаемой среды в лагранжевых переменных. Закон сохранения массы и энтропии в СЭЛ - переменных. Первая форма вариационного принципа для уравнений газовой динамики в смешанных эйлерово – лагранжевых переменных. Вторая форма вариационного принципа для уравнений газовой динамики в СЭЛ – переменных. Потенциалы Клебша. Вариационный принцип для уравнений магнитной гидродинамики с замороженными магнитными полями. Вариационный принцип для динамических уравнений упругости.</p>	21	10	-	-	-	11	10	10	-	10
---	----	----	---	---	---	----	----	----	---	----

<b>Тема 4. Вариационно – разностные уравнения механики сплошной среды.</b> Вариационно – разностные уравнения газовой динамики в одномерном случае. Вариационно – разностные уравнения газовой динамики в случае нескольких пространственных переменных. Связь законов сохранения для вариационно – разностных уравнений со свойствами объемов расчетных ячеек. Принцип спектрального согласования для определения вида искусственной вязкости вариационно – разностных уравнений. Условия линейной устойчивости вариационно – разностных уравнений. Неявные и сверхнеявные вариационно – разностные схемы. Управление искусственной диссипацией. Локально – баротропные вариационно – разностные схемы. Вариационно – разностные схемы мультиплетным числом термодинамических степеней свободы.	22	10	-	-	2	-	12	5	5	10	
Подитог	72	32					36			36	
<b>Устный экзамен</b>			2					34			
<b>Итого</b>	108		38					70			

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ**

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом.

### **Тема 1 «Вариационные принципы для механических систем с конечным числом степеней свободы»**

1. Айзерман М.А. Классическая механика. –М.: Наука. 1980. 367 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
3. Полак Л.С. Вариационные принципы механики.-М.: Физматгиз, 1960. – 600 с.
4. Ланцош К. Вариационные принципы механики. –М.: Мир, 1965.-408 с.
5. Парс Л.А. Аналитическая динамика. –М.: Наука, 1971. -636 с.
6. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи. –М.:АН СССР, 1959,-386с.

### **Тема 2 «Уравнения механики сплошной среды в лагранжевых, эйлеровых и смешанных эйлерово – лагранжевых (СЭЛ) переменных»**

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.,Л.:Гос. Изд. Техничко-теоретической литературы. 1950, 676 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие: В 10 т., 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986.
3. Т. IV. Гидродинамика.
4. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. –М.: ИЛ, 1963.-225 с.

### **Тема 3 «Вариационные принципы в механике сплошной среды»**

1. Бердичевский В.А. Вариационные принципы механики сплошной среды. –М.: Наука, 1983. 448 с.
2. Вариационные принципы механики: Сб. статей/ Под ред. Л.С.Полака. -М.; Физматгиз, 1959. – 932с.
3. Михлин С.Г. Вариационные принципы в математической физике. –М.: Наука, 1970. – 512 с.
4. Селиджер Р.Л., Уиттем Г.Б. Вариационные принципы в механике сплошной среды. В сб. переводов «Механика». – М.:Мир, 1969, 5, 117, с. 99-123

5. Кильчевский Н.А., Кильчевская Г.А., Ткаченко Н.Е. Аналитическая механика континуальных систем. – Киев.: Наукова Думка, 1979, 168 с.

#### **Тема 4 «Вариационно – разностные уравнения механики сплошной среды»**

1. Головизнин В.М., Самарский А.А., Фаворский А.П. Вариационный подход к построению конечно-разностных математических моделей в гидродинамике. Доклады Академии наук, издательство Наука (М.), 1977 том 235, № 6, с. 1285-1288
2. Головизнин В.М., Самарский А.А., Фаворский А.П. Об использовании принципа наименьшего действия для построения дискретных математических моделей в магнитной гидродинамике. Докл. АН СССР, 1979 том 246, № 5.
3. Головизнин В.М. Об одном способе введения искусственной диссипации в вариационно-разностные схемы магнитной гидродинамики. Журнал вычислительной математики и математической физики, издательство Наука (М.), 1982 том 22, № 1, с. 144-150.
4. Головизнин В.М., Коптелова Н.А., и др. Метод динамических потенциалов для численного моделирования нестационарных задач гидродинамики со свободными границами. Дифференциальные уравнения, издательство Наука (М.), 1983 том 19, № 5, с. 870-878.
5. Головизнин В.М., Коршунов В.К., и др. Двумерные разностные схемы магнитной гидродинамики на треугольных лагранжевых сетках. Журнал вычислительной математики и математической физики, издательство Наука (М.), 1982 том 22, № 4
6. Головизнин В.М., Самарская Е.А. Локально-баротропные разностные схемы газовой динамики. в журнале Дифференциальные уравнения, издательство Наука (М.), 1981 том 17, № 7, с. 1227-1240
7. Головизнин В.М., Канюкова В.Д., Самарская Е.А. Сверхявные разностные схемы газовой динамики. в журнале Дифференциальные уравнения, издательство Наука (М.), 1983 том 19, № 7, с. 1122-1131

## **11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **Основная литература**

1. Айзерман М.А. Классическая механика. –М.: Наука. 1980. 367 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
3. Селиджер Р.Л., Уиттем Г.Б. Вариационные принципы в механике сплошной среды. В сб. переводов «Механика». –М.:Мир,

1969, 5, 117, с. 99-123

4. Головизнин В.М., Самарский А.А., Фаворский А.П. Вариационный подход к построению конечно-разностных математических моделей в гидродинамике. Доклады Академии наук, издательство Наука (М.), 1977 том 235, № 6, с. 1285-1288
5. Головизнин В.М., Самарский А.А., Фаворский А.П. Об использовании принципа наименьшего действия для построения дискретных математических моделей в магнитной гидродинамике. Докл. АН СССР, 1979 том 246, № 5.
6. Головизнин В.М. Об одном способе введения искусственной диссипации в вариационно-разностные схемы магнитной гидродинамики. Журнал вычислительной математики и математической физики, издательство Наука (М.), 1982 том 22, № 1, с. 144-150.
7. Головизнин В.М., Коптелова Н.А., и др. Метод динамических потенциалов для численного моделирования нестационарных задач гидродинамики со свободными границами. Дифференциальные уравнения, издательство Наука (М.), 1983 том 19, № 5, с. 870-878.
8. Головизнин В.М., Коршунов В.К., и др. Двумерные разностные схемы магнитной гидродинамики на треугольных лагранжевых сетках. Журнал вычислительной математики и математической физики, издательство Наука (М.), 1982 том 22, № 4
9. Головизнин В.М., Самарская Е.А. Локально-баротропные разностные схемы газовой динамики. в журнале Дифференциальные уравнения, издательство Наука (М.), 1981 том 17, № 7, с. 1227-1240
10. Головизнин В.М., Канюкова В.Д., Самарская Е.А. Сверхневянные разностные схемы газовой динамики. в журнале Дифференциальные уравнения, издательство Наука (М.), 1983 том 19, № 7, с. 1122-1131

#### Дополнительная литература

1. Кильчевский Н.А., Кильчевская Г.А., Ткаченко Н.Е. Аналитическая механика континуальных систем. – Киев.: Наукова Думка, 1979, 168 с.
2. Бердичевский В.А. Вариационные принципы механики сплошной среды. –М.: Наука, 1983. 448 с.
3. Вариационные принципы механики: Сб. статей/ Под ред. Л.С.Полака. -М.; Физматгиз, 1959. – 932с.
4. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи. –М.:АН СССР, 1959,-386с.
5. Ланцош К. Вариационные принципы механики. –М.: Мир, 1965.-408 с.
6. Михлин С.Г. Вариационные принципы в математической физике. –М.: Наука, 1970. – 512 с.
7. Полак Л.С. Вариационные принципы механики.-М.: Физматгиз, 1960. – 600 с.
8. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. –М.: ИЛ, 1963.-225 с.
9. Парс Л.А. Аналитическая динамика. –М.: Наука, 1971. -636 с.

### **Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://elibrary.ru>
2. [www.scopus.com](http://www.scopus.com)

### **Информационные технологии, используемые в процессе обучения**

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.

### **Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

### **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

### **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ЛЕКТОР**

**Профессор, д.ф.-м.н. Головизнин Василий Михайлович**

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Вариационные принципы механики и их использование в вычислительной гидродинамике.»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов У1 (УК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов	В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов	доклады на научных семинарах

<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях В1 (УК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>	<p>доклады на научных семинарах</p>
<p><b>ЗНАТЬ:</b> современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий <b>Код 31 (ОПК-1)</b></p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Устный экзамен</p>

<p>УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики <b>Код У1 (ОПК-1)</b></p>	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	Сформированное умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	Устный экзамен
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики <b>Код В1 (ОПК-1)</b></p>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	реферат
<p>ЗНАТЬ: Современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. <b>Код З1 (ПК-1)</b></p>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задачи и основанных на дифференциальных уравнениях.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Устный экзамен

<p>УМЕТЬ: Применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. <b>Код У1 (ПК-1)</b></p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>Контрольные работы</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. <b>Код В1 (ПК-1)</b></p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>Сформированное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	<p>Контрольные работы, реферат</p>

<p><b>ЗНАТЬ:</b> современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенности современных вычислительных комплексов <b>Код 31 (ПК-4)</b></p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p><b>УМЕТЬ:</b> применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов <b>Код У1 (ПК-4)</b></p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>отчет</p>

<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов <b>Код В1 (ПК-4)</b></p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов</p>	<p>отчет</p>
--	---------------------------	---	--	---	--	--------------

### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

#### 5. Список вопросов выносимых на экзамен

1. Функционал и его первая вариация. Необходимое условие экстремума.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
3. Задача о брахистохроне. Вариационный принцип Ферма в геометрической оптике.
4. Условный экстремум функционала. Голономные и неголономные связи.
5. Изопараметрические задачи. Задача о цепной линии. Постановка задачи о равновесной форме капли.
6. Вариационные принципы механики. Принцип Гамильтона.
7. Вариационные принципы механики. Принцип Мопертюи – Лагранжа.
8. Вариационные принципы механики. Принцип стационарного действия в форме Якоби.
9. Кинетические фокусы.
10. Интегральные инварианты. Инвариант Пуанкаре-Картана. Теорема Лиувилля.
11. Уравнения Лагранжа второго рода. Физический смысл неопределенных множителей Лагранжа. Диссипативная функция.

12. Свойства Лагранжиана и законы сохранения. Теорема Э. Нетер
13. Вывод уравнений Эйлера в смешанных эйлерово – лагранжевых переменных. Частные случаи лагранжевых и эйлеровых переменных.
14. Граничные условия.
15. Уравнения Навбе-Стокса. Тензор вязких напряжений и его свойства. Граничные условия, в том числе и на свободной границе.
16. Гидростатическое приближение. Модель многослойной «мелкой воды».
17. Уравнения динамики упругой среды с учетом пластичности.
18. Вариационный принцип Гамильтона – Остроградского для идеальной сжимаемой среды в лагранжевых переменных.
19. Смешанные эйлерово – лагранжевы (СЭЛ) переменные. Закон сохранения массы и энтропии в СЭЛ - переменных.
20. Первая форма вариационного принципа для уравнений газовой динамики в смешанных эйлерово – лагранжевых переменных.
21. Вторая форма вариационного принципа для уравнений газовой динамики в СЭЛ – переменных. Потенциалы Клебша.
22. Вариационный принцип для уравнений магнитной гидродинамики с замороженными магнитными полями и динамическими уравнениями упругой среды.
23. Вариационно – разностные уравнения газовой динамики в одномерном случае.
24. Вариационно – разностные уравнения газовой динамики в случае нескольких пространственных переменных.
25. Связь законов сохранения для вариационно – разностных уравнений со свойствами объемов расчетных ячеек.
26. Принцип спектрального согласования для определения вида искусственной вязкости вариационно – разностных уравнений.
27. Условия линейной устойчивости вариационно – разностных уравнений.
28. Неявные и сверхнеявные вариационно – разностные схемы. Управление искусственной диссипацией.
29. Локально – баротропные вариационно – разностные схемы.
30. Вариационно – разностные схемы с мультиплетным числом термодинамических степеней свободы.

### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции, придумать примеры, иллюстрирующие основные утверждения, прочитать и дополнить свои конспекты.

### **Структура и график контрольных мероприятий**

Устный экзамен в конце семестра.