А.А. Васин[1], Е.Г. Агаджанян[2], И.Ю. Серегина[3]

МОДЕЛЬ РАВНОВЕСИЯ РЫНКА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ С НАКОПИТЕЛЯМИ

Введение

Электроэнергетическая отрасль представляет собой сложную систему, включающую разные типы генераторов и потребителей, связывающую их сеть и экономические механизмы их взаимодействия. Развитие электроэнергетики является важной задачей с точки зрения ускорения темпов роста российской экономики. Ее решение связано с использованием новых экономических и технических инструментов для оптимизации производства и потребления электроэнергии. В настоящее время во многих странах мира происходит обновление электроэнергетики путем широкого внедрения возобновляемых источников (ВИЭ) и накопителей энергии (см. [1-6]). Для рынков электроэнергии характерны большие перепады цен между пиковыми периодами с большими объемами потребления и ночными периодами с низким потреблением. В этой ситуации полезную роль для потребителя может сыграть накопитель энергии: потребитель накапливает в нем энергию при низких ценах и использует ее при высоких ценах в тех периодах, когда у него большая потребность в энергии. Накопители позволяют также решать проблемы, связанные с нестабильностью генерации энергии на многих ВИЭ, для которых поставляемый ими объем мощности является случайной величиной, зависящей от погодных условий.

Цель настоящего исследования - разработать математическую модель для расчета оптимальных объемов внедрения накопителей разных типов, а также оптимального расширения электроэнергетической сети, исходя из заданной структуры мощностей и спроса на электроэнергию. Мы описываем и исследуем двухуровневую модель рынка. Первый уровень предназначен для анализа краткосрочных задач принятия решений экономическими агентами, действующими на рынке. При этом инфраструктура рынка, включая накопители энергии в его узлах и линии передачи между ними, считается заданной. Задачи выбора оптимальных стратегий и расчета конкурентного равновесия рассматриваются для короткого (обычно, суточного) интервала планирования. Значения

[1]Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: vasin@cs.msu.su
[2] Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: a_lizzi@mail.ru
[3] Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: irinaseregina00@gmail.com

случайных факторов, отражающих влияние внешних условий на потребности в энергии, предполагаются известными в этом интервале. Выводится система соотношений, позволяющая рассчитать оптимальные стратегии агентов и состояние конкурентного равновесия в зависимости от параметров модели первого уровня.

Далее для расчета оптимальных параметров инфраструктуры рынка предлагается модель экономического равновесия второго уровня. Она описывает долгосрочное функционирование данного рынка. В этой модели случайные внешние факторы характеризуются вероятностным распределением, отражающим их зависимость от времени года. Параметры накопителей и пропускные способности линий передачи энергии выбираются, исходя из максимизации средних значений прибылей соответствующих экономических агентов. Эти прибыли рассчитываются на основе модели первого уровня, с учетом затрат на строительство и ожидаемых сроков эксплуатации объектов инфраструктуры.

Предлагаемое решение задачи расчета оптимальных параметров инфраструктуры основано на известной теореме благосостояния [7,8], согласно которой оптимальная структура рынка соответствует состоянию конкурентного равновесия. Расчет конкурентного равновесия основан на решении задач оптимального управления накопителями и определения спроса на них, а также задачи оптимального расширения транспортной сети энергетического рынка. Последняя задача рассмотрена в работах [9,10]. Задача оптимального управления накопителем и расчета краткосрочного конкурентного равновесия подробно исследуется в работах [11-13]. В настоящей работе мы приводим упрощенную постановку и решение этой задачи. В отличие от статьи [11] мы исследуем также модель долгосрочного равновесия с учетом включения новых накопителей и расширения линий передачи электроэнергии. Эта модель отражает затраты на производство накопителей и позволяет найти оптимальные объемы производства накопителей различных типов, а также оценить их ожидаемое воздействие на рыночные цены и рост общественного благосостояния. Система уравнений и неравенств, описывающих оптимальную инфраструктуру отрасли, выводится, исходя из теоремы Лагранжа (см. [14,15]).

Далее в разделе 1 дается формальное описание модели сетевого рынка электроэнергии, включающего ВИЭ и накопители энергии. В разделе 2 для модели первого уровня формулируются и исследуются задачи оптимизации, решаемые потребителями, производителями, накопителями и транспортировщиками энергии в условиях совершенной конкуренции, когда действия отдельного агента не влияют на рыночные цены. В разделе 3 описывается состояние краткосрочного конкурентного равновесия для рынка, где накопитель может продавать накопленную энергию по текущей рыночной цене. Формулируется и доказывается теорема благосостояния, согласно которой решение задачи оптимизации общественного благосостояния соответствует конкурентному равновесию рынка. При этом функция благосостояния отражает разницу между суммарной полезностью потребления и суммарными затратами на производство, хранение и доставку энергии. В разделе 4 описывается модель экономического равновесия второго уровня. Формулируется задача оптимизации инфраструктуры электроэнергетического рынка с учетом накопителей и ВИЭ. В разделе 5 указывается система соотношений для расчета решения данной задачи. Компонентами решения являются оптимальные емкости накопителей разных типов для каждого узла сети, а также оптимальные пропускные способности линий передачи энергии между узлами.

1. Модель сетевого рынка электроэнергии с накопителями

Укажем параметры и переменные, характеризующие рынок электроэнергии. Обозначим N — множество узлов, соответствующих локальным рынкам, $L \subseteq N \times N$ — множество ребер, соответствующих линиям связи. Опишем сначала модель с дискретным временем t краткосрочного взаимодействия в течение интервала планирования $t = \overline{1,T},$ соответствующего суткам. Обычно каждый период t – это час суток, $\mathrm{T} = 24$. Определим группы агентов, оперирующих на рынке.

Потребление описывается с учетом того, что множество всех потребителей B представляется в виде объединения множеств потребителей в отдельных узлах сетевого рынка: $B = \bigcup_{i=1}^{N} B_i$. У каждого потребителя есть потребности, связанные с конкретным временем (например, обогрев помещения и освещение), а также потребности, реализация которых может осуществляться в различное время (приготовление пищи, стирка и т.д.). В данной постановке рассмотрим случай, когда имеется одна сдвигаемая нагрузка такого рода. Для каждого потребителя b стратегия потребления определяется вектором $\vec{v}_b = (v_{b0}^t, v_{b1}^t, t = \overline{1,T}),$ где объем $v_{b0}^t \geq 0$ — это потребление, связанное с потребностями для данного часа t. Функции $u_{b0}^t(v_{b0}^t),\ t = \overline{1,T},$ показывают полезность такого потребления. Для сдвигаемой нагрузки $v_{b1}^t \geq 0, t = \overline{1,T}$, полезность потребления зависит от суммарного объема $\sum_{t=1}^{T} v_{b1}^t$ выделяемого на соответствующую цель, с учетом затрат e_b^t на перенос на менее удобное время t. Таким образом, функция полезности потребителя имеет вид

$$U_b(\vec{v}_b) = \sum_{t=1}^{T} u_{b0}^t(v_{b0}^t) + u_{b1}\left(\sum_{t=1}^{T} v_{b1}^t\right) - \sum_{t=1}^{T} v_{b1}^t e_b^t.$$

Обозначим $A(i)$ множество производителей в узле i, использующих традиционные технологии производства энергии. Каждый производитель $a \in A(i)$ характеризуется функцией издержек $C_a(v)$ и функцией предложения $SF_a(p_i) = \operatorname{Arg} \max_{v \geq 0} \big(vp_i - C_a(v)\big)$, зависящей от цены p_i. Суммарная функция предложения узла i задается равенством $SF_i(p_i) = \sum_{a \in A(i)} SF_a(p_i)$ и определяет суммарный производимый объем v_i^t в каждый период времени t в зависимости от рыночной цены $p_i(t)$. Ей соответствует функция затрат $c_i(v)$, для которой $SF_i(p_i) = \operatorname{Arg} \max_{v \geq 0} \big(vp_i - c_i(v)\big)$.

Объем энергии, поступающей от ВИЭ, является случайной величиной, зависящей от внешних (погодных) условий. Эти же условия влияют на спрос, меняя потребность в энергии на обогрев помещения, освещение и др. Совокупное воздействие внешних факторов в узле i в период t опишем величиной ψ_i^t итогового сокращения спроса на энергию. В модели первого уровня значения ψ_i^t при $t = \overline{1,T}$ предполагаются заданными.

Каждая линия передачи $(i,j) \in L$ характеризуется пропускной способностью Q_{ij} и коэффициентом потерь линии k_{ij}. Пусть q_{ij}^t – поток от рынка i к рынку j в период времени t. Тогда в любой момент времени $|q_{ij}^t| \leq Q_{ij}, q_{ij}^t = -q_{ji}^t$.

Всюду далее предполагается, что функции затрат и полезности соответствуют стандартным предположениям для микроэкономических моделей (см. [14]): они монотонно возрастают, функции затрат выпуклые, функции полезности вогнутые.

Технология накопления энергии в каждом узле i характеризуется следующими параметрами. Обозначим S_i – множество типов накопителей, которые могут быть использованы в узле i. Характеристиками каждого типа являются емкость, скорость и коэффициенты эффективности зарядки и разрядки. При исследовании решаемых ниже задач оптимизации все накопители одного типа s в данном узле можно рассматривать как один накопитель. Опишем его характеристики следующим образом. Обозначим через E_{is} объем накопителя, V_{is} – максимальную скорость его зарядки и разрядки, $\eta_{ch\,s}$ и $\eta_{dis\,s} > 1$ — обратные коэффициенты эффективности зарядки и разрядки соответственно, $v_{Bat\,is}^t$ — объем энергии, на который заряжается (если > 0) или разряжается (если < 0) накопитель в период t, а $v_{Bat\,is}^0$ — его начальный объем энергии.

Ниже основное внимание уделяется модели рынка, на котором каждый накопитель имеет возможность продать накопленную энергию обратно в сеть по текущей цене покупки. В этом случае стратегия управления накопителем $s \in S_i$ задается вектором $\vec{v}_{Bat\,is} = (v_{Bat\,is}^t, t = \overline{1,T})$, удовлетворяющим следующим ограничениям: $\forall t$

$$|v_{Bat\,is}^t| \le V_{is}; \quad (1)$$

$$0 \le \sum_{k=0}^{t} v_{Bat\,is}^k \le E_{is}; \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{T} v_{Bat\,is}^t = 0. \quad (3)$$

2. Условия краткосрочного конкурентного равновесия для каждого типа агентов.

В ситуации конкурентного равновесия каждый агент максимизирует свою прибыль или полезность потребления, исходя из заданных рыночных цен.

Пусть цены $p_i^t, t = \overline{1,T}$, в интервале планирования известны потребителю $b \in B_i$ при выборе $\vec{v}_b$. В равновесии его стратегия является решением задачи оптимизации функции полной полезности с учетом затрат на покупку энергии:

$$\vec{v}_b^* = \max(U_b(\vec{v}_b) - \sum_{t=1}^{T} p_i^t (v_{b0}^t + v_{b1}^t)) \quad (4)$$

Для гладких функций условия первого порядка для задачи (4) принимают вид:

$$\forall t = \overline{1,T} \;\; {u_{b0}^t}'(v_{b0}^{t\,*}) = p_i^t, \quad (5)$$

то есть объем текущего потребления в период t для каждого потребителя определяется, исходя из равенства предельной полезности и цены на энергию;

$$(v_{b1}^{t\,*} > 0) \Rightarrow p_i^t + e_b^t = \min_{\tau=\overline{1,T}} (p_i^\tau + e_b^\tau) = u_{b1}'(\sum_{\tau=1}^{T} v_{b1}^{\tau\,*}), \quad (6)$$

то есть каждый потребитель b для сдвигаемой нагрузки выбирает вектор потребления, который максимизирует его полезность с учетом затрат на покупку электроэнергии и перевода нагрузки на менее удобное время. Из результата работы [7, теорема 1] вытекает следующее

Утверждение 1. Задача оптимизации (4) является задачей выпуклого программирования. Оптимальная стратегия потребителя b определяется из условий первого порядка (5,6).

Каждый производитель энергии $a \in A(i)$ определяет объем выпуска в период t, максимизируя свою прибыль и исходя из цены энергии p_i^t. Согласно определению функции предложения $SF_a(p_i)$, оптимальный объем составит $v_a^{t\,*} = SF_a(p_i^t)$. При этом общий объем производства в узле i соответствует значению суммарной функции предложения $SF_i(p_i^t)$ и удовлетворяет уравнению

$$c_i'(v_i^{t\,*}) = p_i^{t\,*} \;\; \forall t = \overline{1,T}, \quad (7)$$

то есть в каждый период времени предельные затраты на производство равны цене энергии.

Для каждой линии (i,j) транспортировщики энергии определяют потоки $q_{ij}^t, t=\overline{1,T}$, максимизируя прибыль от перепродажи энергии.

Утверждение 2. Оптимальные значения $q_{ij}^{t\,*}, t=\overline{1,T}$, определяются, исходя из следующих условий:

$$\forall t, (i,j) \in L \ \left(\frac{1}{1-k_{ij}} > \frac{p_i^t}{p_j^t} > 1-k_{ij}\right) \Rightarrow q_{ij}^{t\,*} = 0, \tag{8}$$

$$q_{ij}^{t\,*} \in \left(0, Q_{ij}\right) \Rightarrow p_i^t = \left(1-k_{ij}\right)p_j^t, \qquad p_j^t\left(1-k_{ij}\right) > p_i^t \Rightarrow q_{ij}^{t\,*} = Q_{ij}.$$

Оптимальная стратегия накопителя типа $s \in S_i$ максимизирует прибыль от перепродажи энергии при данных ценах $p_i^t, t=\overline{1,T},$ и ограничениях $(1-3)$:

$$\vec{v}_{Bat\ is}^{*} = arg \max_{\vec{v}_{Bat\ is}} \left(-\sum_{t=1}^{T} p_i^t v_{Bat\ is}^t \eta(v_{Bat\ is}^t)\right), \tag{9}$$

где $\eta^t(v_{Bat\ is}^t) = \begin{cases} \eta_{ch\ s}, & \text{если } v_{Bat\ is}^t > 0 \text{ (зарядка накопителя)}; \\ \frac{1}{\eta_{dis\ s}}, & \text{если } v_{Bat\ is}^t < 0 \text{ (разрядка накопителя)}. \end{cases}$

Обозначим $\hat{\eta}_s = \eta_{ch\ s} \cdot \eta_{dis\ s}$. Рассмотрим решения задачи (9) для некоторых частных случаев. Во-первых, предположим, что ограничение (2) на объем накопителя никогда не является активным. Пусть $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_T$ обозначает порядок периодов времени по возрастанию цен (то есть $\{p_i^{\tau_1} \le p_i^{\tau_2} \le \dots \le p_i^{\tau_T}\}$), а $\overline{\tau_1}, \overline{\tau_2}, \dots, \overline{\tau_T}$ обозначает порядок периодов времени по убыванию цен в интервале планирования $\overline{1,T},$ m обозначает максимальное число j такое, что $\hat{\eta}_s p_i^{t_j} \le p_i^{\bar{t}_j}$.

Утверждение 3. Оптимальная стратегия для задачи (9) в этом случае:

$v_{Bat\ is}^{t\,*} = V_{is}$ при $t=\tau_1, \dots, \tau_m$; $v_{Bat\ is}^{t\,*} = -V_{is}$ при $t=\overline{\tau_1}, \dots, \overline{\tau_m}$,
$v_{Bat\ is}^{t\,*} = 0$ при прочих t. (10)

Рассмотрим также противоположный случай, когда ограничения (1) на скорость зарядки никогда не являются активными, в то время как ограничение (2) может быть активным. Определим существенные локальные экстремумы цен $t_1 < \bar{t}_1 < t_2 < \bar{t}_2 < \dots < t_k < \bar{t}_k$ такие, что $t_1, \dots, t_k$ это локальные минимумы, а $\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_k$ — локальные максимумы цен, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\forall t \in \left(t_j, \bar{t}_j\right) p_i^{\bar{t}_j} \ge p_i^t \ge p_i^{t_j}, \qquad \forall t' \in \left(t, \bar{t}_j\right) \ \hat{\eta}_s p_i^{t'} > p_i^t.$$

$$\forall t \in \left(\bar{t}_j, t_{j+1},\right) p_i^{\bar{t}_j} \ge p_i^t \ge p_i^{t_{j+1}}, \qquad \forall t' \in \left(t, t_{j+1}\right) p_i^{t'} \le \hat{\eta}_s p_i^t,$$

$$\forall j \ p_i^{\bar{t}_j} > \hat{\eta}_s p_i^{t_j}, \qquad p_i^{\bar{t}_j} > \hat{\eta}_s p_i^{t_{j+1}}, \text{где } k+1 := 1.$$

Утверждение 4. Оптимальная стратегия для задачи (9) в этом случае:

$$v_{Bat\ is}^{t\ *} = E_{is} \text{ при } t = t_1, \dots, t_k;\ v_{Bat\ is}^{t\ *} = -E_{is}, \text{при } t = \bar{t}_1, \dots, \bar{t}_k,$$
$$v_{Bat\ is}^{t\ *} = 0 \text{ при прочих } t. \qquad (11)$$

Итак, согласно этой стратегии, накопитель покупает максимально возможное количество энергии при каждом существенном локальном минимуме и продает ее при следующем существенном локальном максимуме.

Утверждения 3, 4 следуют из результатов [13]. Отметим, что в них, как и ниже в утверждении 5, периоды загрузки и разгрузки и их общее число в плановом интервале зависят в общем случае от i, s.

Рассмотрим теперь общий случай, когда оба ограничения, на скорость зарядки (1) и на объем накопителя (2), могут быть активными одновременно. Пусть $\bar{t}_{j,0} = \bar{t}_j, \bar{t}_{j,1}, \bar{t}_{j,2}, \dots$ — упорядочение периодов времени в интервале от локального минимума $\mathrm{t_j}$ до локального минимума $\mathrm{t_{j+1}}$ по убыванию цен; $t_{j,0} = t_j, t_{j,1}, t_{j,2}, \dots$ — упорядочение периодов по возрастанию цен в интервале от локального максимума $\bar{t}_{j-1}$ до локального максимума $\bar{t}_j$. Пусть $l^*(i,s) = [E_{is}/V_{is}] + 1$ — необходимое число периодов для полной загрузки или разгрузки накопителя. (Ниже зависимость l^* от i, s опускаем.) Найдем оптимальную стратегию управления накопителем при некоторых ограничениях на динамику цен.

Утверждение 5. Если $\forall j\ p_i^{\bar{t}_{j,l^*}} > \hat{\eta}_s \max\left(p_i^{t_{j,l^*}}, p_i^{t_{j+1,l^*}}\right)$, то оптимальная стратегия задачи (9) имеет вид:

$$\forall j = 1,..,k\ \ v_{Bat\ is}^{t_{j,r}\ *} = V_{is}\ ,\ \ v_{Bat\ is}^{\bar{t}_{j,r}\ *} = -V_{is} \text{ при } r = 1,..,l^* - 1,$$
$$v_{Bat\ is}^{t_{j,l^*}\ *} = -v_{Bat\ is}^{\bar{t}_{j,l^*}\ *} = E_{is} - (l^* - 1)V_{is}\ ,\ v_{Bat\ is}^{t\ *} = 0 \text{ при прочих } t. \qquad (12)$$

3. Конкурентное равновесие и теорема благосостояния для краткосрочного взаимодействия на рынке электроэнергии

Данной модели можно сопоставить сетевой конкурентный рынок нескольких товаров $g^t, t = \overline{1,T}$, где товар g^t соответствует энергии, потребляемой в период t. Каждый товар генерируется производителями из множеств A(i), определенных выше. Каждый узел $i \in N$ является точечным рынком совершенной конкуренции. Равновесная цена $p_i^{t\ *}$ в узле i в каждый период времени (час) t определяется, исходя из условия баланса спроса, предложения, притока и оттока энергии по линиям связи, а также работы накопителей. Накопитель энергии типа s в узле i рассматривается как агент, продающий и покупающий электроэнергию по рыночным ценам и преобразующий энергию, произведенную в одних периодах, в энергию, потребляемую в других периодах, с учетом ограничений (1—3).

Конкурентным равновесием данного рынка называется совокупность, состоящая из вектора равновесных цен $\vec{p}^* = (p_i^{t\,*}, i \in N, t = \overline{1,T})$, вектора объемов потребления $\vec{v}^* = (v_{b0}^{t\,*}, v_{b1}^{t\,*}, b \in B_i, i \in N, t = \overline{1,T})$, вектора объемов обмена энергией с накопителями $\vec{v}_{Bat} = (v_{Bat\,is}^{t\,*}, i \in N, s \in S_i, t = \overline{1,T})$, и вектора перетоков $\vec{q}^* = (q_{ij}^{t\,*}, t = \overline{1,T}, (i,j) \in L)$, удовлетворяющих условиям (5-12). Кроме того, в каждом узле сети в каждый период времени имеет место баланс спроса и предложения энергии: $\forall t, i$

$$\sum_{b\in B_i}(v_{b0}^t + v_{b1}^t) + \sum_{s\in S_i} v_{Bat\,is}^t \eta_s^t(v_{Bat\,is}^t) - \psi_i^t -$$
$$- \sum_{j:(i,j)\in L} q_{ji}^t\left(1 - k_{ij}\left(q_{ji}^t\right)\right) = v_i^t = SF_i(p_i^{t\,*}). \qquad (13)$$

Сформулируем теорему благосостояния для данного рынка. Рассмотрим детерминированную задачу оптимизации общественного благосостояния относительно объемов потребления, накопления, производства и передачи энергии с известными значениями случайных факторов и параметров инфраструктуры рынка:

$$W(\vec{v}, \vec{v}_{Bat}, \vec{q}) = \sum_{i\in N}\left(\sum_{b\in B_i} U_b(\vec{v}_b) - \sum_{t=1}^{T} c_i\left(\sum_{b\in B_i}(v_{b0}^t + v_{b1}^t) +\right.\right.$$
$$\left.\left.\sum_{s\in S_i}\eta_s^t(v_{Bat\,is}^t)v_{Bat\,is}^t - \psi_i^t - \sum_{l:(l,i)\in L} q_{li}^t\left(1 - k_{li}(q_{li}^t)\right)\right)\right) \longrightarrow \max \qquad (14)$$

при ограничениях (1-3) и $|q_{ij}^t| \le Q_{ij}$ для каждых $(i,j) \in L, t = \overline{1,T}$.

Функция благосостояния W отражает разницу между суммарной полезностью потребления и суммарными затратами на производство, хранение и доставку энергии с учетом возможностей накопителей и линий связи.

Теорема 1. *Задача (14) является задачей выпуклого программирования, а ее решение соответствует конкурентному равновесию указанного выше рынка, заданному соотношениями (5 – 13). При этом равновесная цена* $p_i^{t\,*}$ *для каждых* $i \in N, t = \overline{1,T}$ *соответствует предельным затратам на производство энергии в узле* i *в период* t.

Доказательство. Исходя из ограничений на объемы потребления, накопления и передачи энергии, множество стратегий в задаче (13.27) является выпуклым. Из свойств функций полезности и затрат следует, что функция благосостояния является вогнутой на этом множестве. Таким образом, данная теорема следует из общей теоремы благосостояния для рынка в условиях совершенной конкуренции (см. Arrow, Debreu, 1954, Ашманов, 1984). Доказательство последней основано на использовании теоремы Лагранжа для задач выпуклого программирования.

Далее обозначим как $(\vec{v}^*, \vec{v}^*_{Bat}, \vec{q}^*, \vec{p}^*)(\vec{\psi}, \vec{V}, \vec{E}, \vec{Q})$ решение задачи (14) в зависимости от параметров модели краткосрочного взаимодействия. Для каждого узла i и накопителя типа s совокупность периодов загрузки и разгрузки в этом решении, определяемая согласно утверждениям 3 – 5, также зависит от этих параметров.

4. Конкурентное равновесие и теорема благосостояния для модели долгосрочного взаимодействия

Поскольку в рамках этой модели (модели второго уровня) рассматривается формирование инфраструктуры рынка, то активными агентами являются накопители и транспортировщики энергии. Долгосрочное взаимодействие происходит в течение нескольких длинных (годовых) интервалов, каждый из них включает D интервалов краткосрочного взаимодействия. (Обычно $D = 365$, но возможны и другие варианты разбиения года на интервалы краткосрочного взаимодействия, см. [11].) Для каждого короткого интервала $d = \overline{1, D}$ внешние условия характеризуются вектором $\vec{\psi}(d)$, как указано выше. В модели второго уровня этот вектор является случайным: задано множество Ψ его возможных значений и вероятностное распределение $\pi^d(\vec{\psi})$ на этом множестве для каждого d.

В конкурентном равновесии этой модели каждый активный агент выбирает стратегию, максимизируя математическое ожидание своей прибыли и исходя из распределений $\pi^d(\vec{\psi})$, $d = \overline{1, D}$. При этом предполагается, что поведение всех агентов в каждом интервале d соответствует конкурентному равновесию модели краткосрочного взаимодействия, а прибыль в будущих интервалах дисконтируется с заданным коэффициентом $\sigma \in (0,1)$.

В модели второго уровня каждая линия передачи $(i, j) \in L$ характеризуется начальной пропускной способностью Q^0_{ij}, коэффициентом потерь k_{ij} и средним сроком эксплуатации D_{ij} (в сутках). Пусть $Q_{ij} \geq Q^0_{ij}$ – итоговая пропускная способность линии. Предполагается, что для увеличения пропускной способности до Q_{ij} необходимы разовые капитальные вложения $(Q_{ij} - Q^0_{ij})C_{ij.}$ Тогда $e_{cap\,ij} = C_{ij}(1 - \sigma)/(1 - \sigma^{D_{ij}})$ – приведенная к суточному интервалу предельная стоимость увеличения пропускной способности Q_{ij} . Исходя из (8), зависимость среднего годового дохода Pr_{ij} от Q_{ij} описывается уравнением

$$\frac{\partial Pr_{ij}}{\partial Q_{ij}} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left[\sum_{t: q^{t\,*}_{ij}(.) = Q_{ij}} \left(p^{t\,*}_j(.)(1 - k_{ij}) - p^{t\,*}_i(.) \right) + \sum_{t: q^{t\,*}_{ji}(.) = Q_{ij}} \left(p^{t*}_i(.)(1 - k_{ji}) - p^{t\,*}_j(.) \right) \right] - e_{cap\,ij} \right).$$

В этом уравнении $(.)$ обозначает совокупность параметров, от которых зависит равновесие модели краткосрочного взаимодействия в интервале d. (Далее эта зависимость опускается.) Пока величина в правой части положительна, выгодно увеличивать Q_{ij}. Поскольку речь идет о конкурентном равновесии, то при оптимизации агенты не учитывают зависимость цен от стратегий. Таким образом, справедливо следующее

Утверждение 6. В равновесии второго уровня для каждой линии $(i,j) \in L$ оптимальная пропускная способность Q_{ij}^{*} удовлетворяет условиям:

если $Q_{ij}^{*} > Q_{ij}^{0}$, то

$e_{cap\, ij} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^{D}} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^{d} \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^{d}(\vec{\psi}) \left[\sum_{t: q_{ij}^{t*} = Q_{ij}^{*}} \left(p_j^{t*}(1-k_{ij}) - p_i^{t*} \right) + \sum_{t: q_{ji}^{t*} = Q_{ij}^{*}} \left(p_i^{t*}(1-k_{ji}) - p_j^{t*} \right) \right] \right);$

если $Q_{ij}^{*} = Q_{ij}^{0}$, то

$e_{cap\, ij} \geq \frac{1-\sigma}{1-\sigma^{D}} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^{d} \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^{d}(\vec{\psi}) \left[\sum_{t: q_{ij}^{t*} = Q_{ij}^{*}} \left(p_j^{t*}(1-k_{ij}) - p_i^{t*} \right) + \sum_{t: q_{ji}^{t*} = Q_{ij}^{*}} \left(p_i^{t*}(1-k_{ji}) - p_j^{t*} \right) \right] \right).$ (15)

Опишем оптимальные стратегии накопителей в модели второго уровня. Следуя работам Denzau, 1992, Gellings, 1985, и др., предельные затраты на увеличение емкости и скорости зарядки и разрядки будем считать фиксированными. Пусть V_{is}^{0}– исходная максимальная скорость зарядки и разрядки накопителя, V_{is}^{0}— его исходный объем, $e_{int\, is}$ и $e_{vol\, is}$ — приведенные предельные стоимости увеличения максимальной интенсивности обмена V_{is} и объема E_{is} накопителя данного типа $s \in S(\,i)$.

Рассмотрим сначала задачу оптимизации с учетом ограничения (1) на интенсивность обмена, но без ограничения (2) на объем накопителя. Исходя из утверждения 3, в модели первого уровня оптимальный вектор $\vec{v}_{Bat\, is}^{*}$ определяется согласно (10). В модели второго уровня зависимость прибыли от V_{is} имеет вид:

$$\frac{\partial Pr_{is}}{\partial V_{is}} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^{D}} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^{d} \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^{d}(\vec{\psi}) \Big(\sum_{r=1}^{m(.)} \Big(\frac{p_i^{\bar{\tau}_r(.)\,*}}{\eta_{dis\, s}} - p_i^{\tau_r(.)\,*} \cdot \eta_{ch\, s} \Big) - e_{int\, is} \Big) \right).$$

Здесь $\bar{\tau}_r(.)$ и $\tau_r(.)$, $r = \overline{1, m(.)}$, – периоды времени разгрузки и загрузки накопителя в равновесии модели первого уровня. В зависимости от параметров и внешних условий они определяются согласно утверждению 3 и теореме 1.

Утверждение 7. Пусть при любых внешних условиях в равновесии первого уровня ограничение (2) на объем накопителя $s \in S(i)$ не является активным. Тогда в равновесии второго уровня оптимальная интенсивность обмена V_{is}^* удовлетворяет условиям:

Если $V_{is}^* > V_{is}^0$, то

$$e_{int\,is} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \sum_{r=1}^{m(.)} \left(\frac{p^{\bar{\tau}_r(.)\,*}}{\eta_{dis\,s}} - p^{\tau_r(.)\,*} \eta_{ch\,s} \right) \right);$$

если $V_{is} *= V_{is}^0$, то

$$e_{int\,is} \geq \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \sum_{r=1}^{m(.)} \left(\frac{p^{\bar{\tau}_r(.)\,*}}{\eta_{dis\,s}} - p^{\tau_r(.)\,*} \eta_{ch\,s} \right) \right). \qquad (16)$$

Рассмотрим теперь обратную ситуацию: ограничение на емкость накопителя является существенным, а на скорость обмена энергией с ним — нет. Исходя из утверждения 4, в модели первого уровня оптимальный вектор $\vec{v}_{Bat\,is}^*$ определяется согласно (11). В модели второго уровня зависимость прибыли от E_{is} имеет вид:

$$\frac{\partial Pr_{is}}{\partial E_{is}} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(\sum_{j=1}^{k(.)} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_j(.)\,*}}{\eta_{dis\,s}} - p_i^{t_j(.)\,*} \cdot \eta_{ch\,s} \right) - e_{vol\,is} \right) \right).$$

Здесь периоды времени разгрузки и загрузки накопителя в равновесии модели первого уровня $\bar{t}_j(.)$ и $t_j(.)$, $j = \overline{1, k(.)}$, соответствуют существенным для данного накопителя локальным максимумам и минимумам равновесных цен $p_i^{t\,*}, t = \overline{1,T}$, в узле i. В зависимости от параметров и внешних условий они определяются согласно утверждению 4 и теореме 1.

Утверждение 8. Пусть при любых внешних условиях в равновесии первого уровня ограничение (1) на скорость обмена энергией накопителя $s \in S(i)$ не является активным. Тогда в равновесии второго уровня оптимальный объем E_{is}^* удовлетворяет условиям:

если E_{is}*>E_{is}^0, то

$$e_{vol\,is} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(\sum_{j=1}^{k(.)} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_j(.)\,*}}{\eta_{dis\,s}} - p_i^{t_j(.)\,*} \cdot \eta_{ch\,s} \right) \right) \right);$$

если E_{is}*=E_{is}^0, то

$$e_{vol\,is} \geq \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(\sum_{j=1}^{k(.)} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_j(.)\,*}}{\eta_{dis\,s}} - p_i^{t_j(.)\,*} \cdot \eta_{ch\,s} \right) \right) \right). \qquad (17)$$

Рассмотрим теперь общий случай, когда оба ограничения: на скорость зарядки (1) и на объем накопителя (2) - могут быть активными одновременно. Пусть $\bar{t}_{j,0} = \bar{t}_j, \bar{t}_{j,1}, \bar{t}_{j,2}, \ldots$ — упорядочение периодов времени в интервале от локального минимума t_j до локального минимума t_{j+1} по убыванию равновесных цен; $t_{j,0} = t_j, t_{j,1}, t_{j,2}, \ldots$ — упорядочение периодов по возрастанию этих цен в интервале от локального максимума $\bar{t}_{j-1}$ до локального максимума $\bar{t}_j$. Исходя из утверждения 5, в модели первого уровня оптимальный вектор $\vec{v}^*_{Bat\, is}$ определяется согласно (12). Пусть при любых внешних условиях равновесные цены удовлетворяют его условию: $\forall j \;\; p_i^{\bar{t}_{j,l^{**}}} > \hat{\eta}_s \max\left(p_i^{t_{j,l^*}{}^*}, p_i^{t_{j+1,l^*}{}^*}\right)$.

Утверждение 9. В указанных предположениях оптимальный объем E^*_{is} и оптимальная интенсивность обмена V^*_{is} удовлетворяют условиям:

если $E_{is} > E^0_{is}$, то

$$e_{vol\, is} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi}\in\Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_{j,l^*}{}^*}}{\eta_{dis\, s}} - p_i^{t_{j,l^{**}}} \cdot \eta_{ch\, s} \right)\right);$$

если $E^*_{is} = E^0_{is}$, то

$$e_{vol\, is} \geq \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi}\in\Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(\sum_{j=1}^{k} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_{j,l^*}{}^*}}{\eta_{dis\, s}} - p_i^{t_{j,l^{**}}} \cdot \eta_{ch\, s} \right)\right)\right);$$

если $V^*_{is} > V^0_{is}$, то

$$e_{int\, is} = \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi}\in\Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(\sum_{j=1}^{k} \sum_{r=1}^{l*-1} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_{j,r}{}^*}}{\eta_{dis\, s}} - p_i^{t_{j,l^{**}}} \cdot \eta_{ch\, s} \right)\right)\right);$$

если $V^*_{is} = V^0_{is}$, то

$$e_{int\, is} \geq \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \left(\sum_{\vec{\psi}\in\Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(\sum_{j=1}^{k} \sum_{r=1}^{l*-1} \left(\frac{p_i^{\bar{t}_{j,r}{}^*}}{\eta_{dis\, s}} - p_i^{t_{j,r}{}^*} \cdot \eta_{ch\, s} \right)\right)\right). \tag{18}$$

Сформулируем теорему благосостояния для модели второго уровня. Рассмотрим задачу оптимизации среднего значения общественного благосостояния при заданном распределении случайных факторов относительно параметров инфраструктуры рынка: пропускных способностей Q_{ij} линий передачи $(i,j) \in L$, объемов E_{is} и максимальных скоростей V_{is} зарядки и разрядки накопителей $s \in S(i),\ i \in N$. Предполагается, что при заданных параметрах инфраструктуры и случайных факторах поведение агентов соответствует конкурентному равновесию модели первого уровня и, согласно теореме 1, максимизирует общественное благосостояние. Формально задача состоит в поиске

$$\left(\vec{V}^*, \vec{E}^*, \vec{Q}^*\right) = \underset{\vec{V} \geq \vec{V}^0, \vec{Q} \geq \vec{Q}^0, \vec{E} \geq \vec{E}^0}{\arg\max} \frac{1-\sigma}{1-\sigma^D} \sum_{d=0}^{D-1} \sigma^d \cdot$$

$$\left(\sum_{\vec{\psi} \in \Psi} \pi^d(\vec{\psi}) \left(W\left((\vec{v}^*, \vec{v}^*_{Bat}, \vec{q}^*)(\vec{\psi}, \vec{V}, \vec{E}, \vec{Q})\right) - \sum_{(i,j) \in L} e_{cap\, ij}\left(Q_{ij} - Q^0_{ij}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left.\sum_{i \in N} \sum_{s \in S(i)} \left(e_{vol\, is}\left(E_{is} - E^0_{is}\right) + e_{int\, is}\left(V_{is} - V^0_{is}\right)\right)\right)\right), \qquad (19)$$

где $(\vec{v}^*, \vec{v}^*_{Bat}, \vec{q}^*)(\vec{\psi}, \vec{V}, \vec{E}, \vec{Q})$ определяется как решение задачи (14).

Теорема 2. Решение задачи (19) соответствует конкурентному равновесию модели второго уровня, заданному соотношениями (15 – 18).

Доказательство. Необходимые условия максимума для задачи (19) состоят в том, что производная по каждой переменной не положительна, если оптимальное значение совпадает с исходным, либо равна 0, если оптимальное значение больше исходного. Исходя из утверждений 6 — 9, эти условия совпадают с условиями конкурентного равновесия (15-18).

Заключение

В данной работе исследованы задачи оптимального принятия решений экономическими агентами, действующими на рынке электроэнергии. В разделах 2,3 получены системы уравнений и неравенств, позволяющие находить оптимальные решения для задач оперативного управления производством, транспортировкой, накоплением и потреблением электроэнергии. В разделе 4 исследованы задачи оптимизации инфраструктуры рынка как с позиций агентов, владеющих транспортными линиями и накопителями энергии, так и с точки зрения роста общественного благосостояния. Для них также указаны соотношения для расчета оптимальных стратегий.

Отметим несколько направлений дальнейшего развития исследований в данной области.

1) В рамках модели второго уровня имеет смысл исследовать возможности создания новых ВИЭ и определить оптимальные стратегии для агентов и для рынка в целом.

2) На практике суточный интервал не всегда подходит как основной параметр модели краткосрочного принятия решений. Иногда имеет смысл накапливать энергию в течение более длительного времени (см. [11]). Представляет интерес обобщение предложенных моделей в этом случае.

3) На многих реальных рынках у собственников накопителей нет возможности продавать избытки энергии по текущим рыночным ценам. В этом случае представляет интерес исследовать возможности оптимального

функционирования и развития рынка за счет формирования микро-гридов: локальных экономических структур, каждая из которых включает группу потребителей, ВИЭ и накопитель энергии. Следует выяснить, при каких условиях на таком рынке может быть достигнут максимум общественного благосостояния.

Литература

1. *Reza M.S. et al*. Optimal algorithms for energy storage systems in microgrid applications: an analytical evaluation towards future directions //IEEE Access. 2022. 10. P. 10105–10123.
2. *Eseye A.T., Lehtonen M., Tukia T., Uimonen S., Millar R.J.* Optimal energy trading for renewable energy integrated building microgrids containing electric vehicles and energy storage batteries //IEEE Access. 2019. 10. P. 106092–106101.
3. *Nguyen N.T.A. et al.* Optimal Power Flow with energy storage systems: Single-period model vs. multi-period model. // 2015 IEEE Eindhoven PowerTech, PowerTech 2015.
4. *Jabr R.A., Karaki S., Korbane J.A.* Robust Multi-Period OPF with Storage and Renewables. // IEEE Transactions on Power Systems, 2015, vol. 30, № 5, pp. 2790–2799.
5. *Krishnamurthy D. et al.* Energy Storage Arbitrage Under Day-Ahead and Real-Time Price Uncertainty Reduced number of DA price forecast scenarios. // IEEE Transactions on Power Systems. 2017, vol. 33, № 1, pp. 84–93.
6. *Castillo A., Gayme D.F.* Profit Maximizing Storage Integration in AC Power Networks. //Energy Markets and Responsive Grids. Modeling, Control, and Optimization. Springer, 2018, pp. 251–280.
7. *Arrow, K.J., Debreu, G.* (1954) “Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy” // Econometrica, 22, 265-290.
8. *Debreu, G.* Valuation Equilibrium and Pareto Optimum // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. Vol. 40, No. 7, 1954, pp. 588-592
9. *Vasin A.A., Grigoryeva O.M., Tsyganov N.I.* Optimization of an Energy Market Transportation System // Doklady Mathematics. 2017. V. 96. №1, P. 1—4.
10. *Vasin A.A., Grigoryeva O.M., Tsyganov N.I.* Energy Markets: Optimization of Transmission Networks //Intern. J. Public Administration. 2019. V. 42, P. 1311—1322.
11. *Васьковская Т.А., Клюс Б.А.* Проектирование рынка электроэнергии с н акопителями энергии //Электричество, 2020, № 12, с. 31-43

12. *Vasin A., Grigoryeva O*. Optimal strategies of consumers with energy storages in electricity market // Communications in Computer and Information Science, издательство Springer International Publishing AG , Cham, Switzerland, 2022. P. 300–312
13. *Васин А.А., Григорьева О.М., Серегина И.Ю.* Оптимизация параметров накопителей для потребителей на рынке электроэнергии //Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2023, № 1, с. 21-27.
14. *Ашманов С.А*. Введение в математическую экономику — М.: Наука, 1984.
15. *Xu B. et al.* A Lagrangian Policy for Optimal Energy Storage Control. //Proceedings of the American Control Conference, 2020. pp. 224–230