А.А. Васин, А.С. Шаманаев

РАВНОВЕСИЯ КУРНО В МОДЕЛИ ДВУХУЗЛОВОГО РЫНКА ОДНОРОДНОГО ТОВАРА*

1. Введение

Рынки однородных товаров, к которым относятся металлы, энергоресурсы, электроэнергия и др., играют важнейшую роль в современной экономике. Интерес к их исследованию связан, в частности, с тем, что в течение последних 30 лет в разных странах активно развиваются рынки электроэнергии и газа. Поэтому особый интерес представляет изучение различных моделей аукционов однородного товара, то есть возможных механизмов такого рынка.

Оптовые рынки упомянутых товаров, как правило, являются олигополиями, т.е. рынками, на которых действует небольшое количество фирм – продавцов. Каждая из фирм на таком рынке обладает *рыночной властью*, т.е. способна своими действиями влиять на рыночную цену. Математические модели олигополии обычно строятся в виде игры, описывающей олигополистическую конкуренцию. В литературе рассматриваются различные варианты организации рынка, обычно в форме аукциона, проходящего по определенным правилам. В каждом случае аукцион описывают как игру в нормальной форме, в которой игроками являются производители, а функции выигрыша определяют их прибыли в зависимости от стратегий. В качестве модели поведения участников аукциона обычно рассматривают равновесие по Нэшу соответствующей игры.

Простейший вариант аукциона однородного товара – аукцион Курно ([1]). В этом аукционе стратегией каждого участника является объем предлагаемого им товара, а цена определяется из условия баланса спроса и предложения.

Вопросы существования, единственности и вычисления равновесия Нэша для данного аукциона (далее называемого *равновесием Курно*) изучены в [2], [3]. Там же исследуются свойства равновесий Нэша для аукциона единой цены, который широко используется на практике. На таком

* Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации № 693.2008.1 и гранта РФФИ № 08-01-00249.

аукционе заявкой является ступенчатая неубывающая функция предложения. Оплата принятых заявок происходит по цене отсечения, уравнивающей спрос и суммарное фактическое предложение товара. Найдены и исследованы два типа равновесий Нэша, один из которых соответствует равновесию Курно. Для второго типа равновесные по Нэшу цены лежат между ценой конкурентного равновесия (ценой Вальраса) и ценой Курно для данного рынка. В упомянутых работах показано, что все равновесия 2-го типа являются неустойчивыми. В то же время равновесие, соответствующее исходу Курно, является устойчивым исходом, к которому в общих предположениях сходятся все траектории адаптивной динамики некоторого класса.

Для многих реальных рынков однородных товаров важную роль играет сетевая структура связей производителей и потребителей, ограничения пропускных способностей линий и потери или затраты при транспортировке. Для сетевых рынков в условиях совершенной конкуренции получены достаточно полные результаты относительно их равновесных состояний (см. [4], [5]). Однако для сетевых рынков – олигополий задача расчета равновесий Нэша и анализа их свойств не решена даже в простейшем случае – для рынка с двумя узлами. В общем виде модель двухузлового аукциона Курно рассмотрена в [2]. Предполагается, что два рынка соединены линией передачи, по которой с одного рынка на другой можно перебросить объем q товара, не превышающий Q. Линия передачи имеет заданный коэффициент λ потерь товара при переброске. Выявлены 3 возможных типа равновесий Нэша для данной модели:

Тип *a)* – равновесие с нулевым перетоком ($q=0$), в котором рынки остаются разделенными и переброска товара оказывается невыгодной с учетом потерь;

Тип *b)* – равновесие с положительным перетоком товара между рынками при неактивном ограничении пропускной способности линии передачи ($0<q<Q$);

Тип *c)* – равновесие с максимально допустимым перетоком товара между рынками ($q=Q$).

Критерии существования равновесий каждого из типов, сформулированные в [2], неудобны для анализа конкретных рынков, поскольку их использование связано с решением сложных экстремальных задач. Кроме того, они не исключают существования нескольких равновесий Нэша.

Цель настоящей статьи – изучить вопросы существования и единственности равновесия Курно для модели двухузлового рынка с аффинными функциями спроса. Наиболее полные результаты получены в случае, когда в каждом узле действуют одинаковые фирмы (*симметричная* *олигополия*) с постоянными предельными издержками. Для этого варианта в явном виде получены границы областей существования равновесий. Удается свести количество входных параметров модели к двум и на фазовой плоскости изобразить эти множества, выделив области сосуществования двух равновесий Нэша, а также область, где не существует ни одного равновесия.

Формальные определения и необходимые предыдущие результаты, касающиеся модели локального и сетевого аукционов Курно, даны в *разделе 2*. В *разделе 3* выводятся необходимые и достаточные условия для локальных и глобальных (т.е. настоящих) равновесий Курно каждого типа в случае аффинных функций спроса и постоянных предельных издержек. В *разделе 4* для этого случая выясняется структура равновесий (их количество и типы) в зависимости от параметров модели. *Раздел 5* посвящен обсуждению результатов и заключительным выводам из статьи.

2. Модель аукциона Курно

Рассмотрим рынок однородного товара с конечным множеством производителей A. Каждый производитель $a \in A$ характеризуется функцией затрат $C^a(v)$ с неубывающими предельными издержками для $v \in [0, V^a]$, где V^a – его максимальный вырабатываемый объем. Точный вид $C^a(v)$ – частная информация производителя.

Поведение потребителей характеризуется функцией спроса $D(p)$, которая непрерывно дифференцируема, убывает по p и известна всем производителям.

Рассмотрим модель конкуренции по Курно для такого рынка. Стратегией производителя a является его объем производства $v^a \in [0, V^a]$. Производители устанавливают свои объемы одновременно. Обозначим через $\vec{v} = (v^a, a \in A)$ набор стратегий всех производителей. Рыночная цена $p(\vec{v})$ уравнивает спрос и фактическое предложение: $p(\vec{v}) = D^{-1}(\sum_{a \in A} v^a)$. Функция выигрыша производителя a определяет его прибыль: $f^a(\vec{v}) = v^a p(\vec{v}) - C^a(v^a)$. Таким образом, взаимодействие в модели Курно соответствует игре в нормальной форме $\Gamma_C = \left\langle A, [0, V^a], f^a(\vec{v}), \vec{v} \in \bigotimes_{a \in A} [0, V^a], a \in A \right\rangle$, где игроками являются производители, и $[0, V^a]$ – множество стратегий производителя $a \in A$. Вектор $(v^{a*}, a \in A)$ объемов производства – *равновесие Курно*, если он является равновесием Нэша в игре Γ_C.

Обозначим через $(v^{a*}, a \in A)$ равновесные по Нэшу производственные объемы, а через $p^* = D^{-1}(\sum_{a \in A} v^{a*})$ соответствующую цену.

В [2] получено условие первого порядка для равновесия Курно:

$$\left(p^* - \inf C^{a'}\left(v^{a*}\right)\right)\left|D'\left(p^*\right)\right| \geq v^{a*} \geq \left(p^* - \sup C^{a'}\left(v^{a*}\right)\right)\left|D'\left(p^*\right)\right|,$$

$$\text{если } C^{a'}\left(0\right) < p^*; \tag{2.1}$$

$$v^{a*} = 0,\ \text{если } C^{a'}\left(0\right) \geq p^*. \tag{2.2}$$

Комбинация $\left(p^*, v^{a*}, a \in A\right)$ называется *локальным равновесием Курно*, если удовлетворяет условиям первого порядка (2.1)–(2.2). *Функция предложения Курно* $S_C^a(p)$ производителя a при $p > 0$ определяется как решение системы (2.1)–(2.2). Значением этой функции является локально равновесный по Курно объем выпуска производителя a при цене p.

Цена Курно p^* определяется из уравнения: $\sum_a S_C^a(p^*) = D(p^*)$.

Теперь рассмотрим простейший вариант сетевого аукциона Курно – два локальных рынка (узла), соединенных линией передачи. Каждый отдельный рынок $i = 1, 2$ характеризуется конечным множеством A_i производителей, $|A_i| = n_i$, их функциями затрат $C^a(v)$, $a \in A_i$, и функцией спроса $D_i(p)$ так же, как локальный рынок, рассмотренный ранее. Функции затрат – частная информация производителей, функция спроса и другие параметры рынка – общеизвестны. Стратегией производителя a является его объем производства $v^a \in \left[0, V^a\right]$. Производители устанавливают свои объемы одновременно. Обозначим через $\vec{v}_i = \left(v^a, a \in A_i\right)$ набор стратегий производителей рынка i; $\vec{v} = (v^a, a \in A_1, A_2)$ – профиль стратегий всех производителей на обоих рынках.

Пусть $k \in (0,1)$ – коэффициент потерь, который показывает долю утраченного товара (в частности, электроэнергии) при передаче с одного рынка на другой. Обозначим $\lambda \overset{def.}{=} (1-k)^{-1}$. Величина λ указывает количество товара, которое нужно передать с одного рынка на другой, чтобы на выходе (с учетом потерь) получить единицу. Пропускную способность линии передачи (максимальный объем товара, перебрасываемого с одного рынка на другой) обозначим через Q.

Определим правила, по которым происходит переброска товара между узлами рынка, следуя [2]. Обозначим через $p_i^{loc}(\vec{v}_i) = D^{-1}\left(\sum_{a\in A_i} v^a\right)$, $i = 1, 2$, цены на изолированных рынках; $p_i^{fin}(\vec{v})$, $i = 1, 2$ – итоговые узловые цены отсечения, q – объем товара, переброшенного с рынка 1 на рынок 2. Если $\lambda^{-1} \le p_2^{loc}(\vec{v}_2) / p_1^{loc}(\vec{v}_1) \le \lambda$, то $q = 0$ и $p_i^{fin}(\vec{v}) = p_i^{loc}(\vec{v}_i)$, $i = 1, 2$, т.е. рынки остаются изолированными. Если $p_2^{loc}(\vec{v}_2) / p_1^{loc}(\vec{v}_1) > \lambda$, то p_i^{fin} и q – решение следующей системы:

$$D_2(p_2^{fin}) = \sum_{a\in A_2} v^a + q/\lambda, \tag{2.3}$$

$$D_1(p_1^{fin}) = \sum_{a\in A_1} v^a - q, \tag{2.4}$$

$$p_2^{fin} = \lambda p_1^{fin}. \tag{2.5}$$

При $q < Q$ единственное решение системы (2.3)–(2.5) существует, поскольку функции спроса монотонны и непрерывны. Если полученный объем переброшенного товара превышает пропускную способность линии ($q > Q$), то ограничение на максимальный объем переброски становится активным: q принимается равным Q, а равенство (2.5) остается не выполненным ($p_2^{fin} > \lambda p_1^{fin}$). Случай $p_1^{loc}(\vec{v}_1) / p_2^{loc}(\vec{v}_2) > \lambda$ трактуется симметричным образом.

Функция выигрыша производителя $a \in A_i$ определяет его прибыль: $f^a(\vec{v}) = v^a p_i^{fin}(\vec{v}) - C^a(v^a)$.

Такое правило, определяющее переток товара, соответствует ситуации, когда на рынке транспортировки существует совершенная конкуренция. Если только выгодно перебрасывать товар с одного рынка на другой, он будет перебрасываться до тех пор, пока этот процесс не станет убыточным. По этим же правилам осуществляется переброска товара системным оператором на оптовом рынке электроэнергии.

2.1. Локальные равновесия Курно в модели двухузлового рынка

Следуя [2], рассмотрим 5 возможных типов локальных равновесий Курно для данного двухузлового рынка.

Тип $a)$**:** цены Курно для изолированных рынков p_1^*, p_2^* удовлетворяют условию:

$$\lambda^{-1} < p_2^* / p_1^* < \lambda. \tag{2.6}$$

В данном случае передача товара оказывается невыгодной с учетом потерь ($q=0$). Условия первого порядка аналогичны условиям (2.1)–(2.2) для локального рынка:

$$v^{a*}=(p_i^*-C^{a\prime}(v^{a*}))\,|\,D_i^{\prime}(p_i^*)\,| \text{ для любого } a\in A_i \text{ такого, что}$$

$$C^{a\prime}(0)=c_1^a<p_i^*, \tag{2.7}$$

$$v^{a*}=0 \text{ при } c_1^a\ge p_i^*. \tag{2.8}$$

Условие баланса: $\sum\limits_{a\in A_i} v^{a*}=D_i\,(p_i^*),\ i=1,2.$ (2.9)

Тип $b_{1\to 2}$**).** Обозначим через $\overline{p}_1$ и $\overline{p}_2$ цены Курно на локальных рынках 1 и 2 в случае объединенного рынка; через $\overline{v}^a$ – равновесный по Курно объем производства производителя a. В этом случае переток с рынка 1 на рынок 2 происходит при неактивном ограничении пропускной способности, а цены Курно на рынках связаны соотношением:

$$\lambda\overline{p}_1=\overline{p}_2,\quad 0<q<Q. \tag{2.10}$$

Отметим, что при любом малом изменении стратегии v^{a*} производитель $a\in A_1$ остается на рынке с функцией спроса $D_1\,(p_1(\vec{v}))+\lambda\left(D_2(\lambda p_1(\vec{v}))-\sum\limits_{a\in A_2} v^a\right)$, где цена $p_1(\vec{v})$ удовлетворяет условию: $\sum\limits_{a\in A_1} v^a=D_1\left(p_1(\vec{v})\right)+\lambda\left(D_2\left(\lambda p_1(\vec{v})\right)-\sum\limits_{a\in A_2} v^a)\right)$. Эта «сложная» функция спроса отвечает объединенному рынку, с которым мы имеем дело в данном случае.

Для любого $a\in A_1$ выполнены условия первого порядка:

$$\overline{v}^a=(\overline{p}_1-C^{a\prime}(\overline{v}^a))\,|\,D_1^{\prime}(\overline{p}_1)+\lambda^2D_2^{\prime}(\lambda\overline{p}_1)\,| \text{ при } c_1^a<\overline{p}_1, \tag{2.11}$$

$$\overline{v}^a=0 \text{ при } c_1^a\ge\overline{p}_1. \tag{2.12}$$

Аналогично, производители на рынке 2 отвечают спросу $D_2\left(\lambda p_1(\vec{v})\right)+\dfrac{1}{\lambda}\left(D_1\left(p_1(\vec{v})\right)-\sum\limits_{a\in A_1} v^a\right)$, и для любого $a\in A_2$ выполнено:

$$\overline{v}^a=\left(\lambda\overline{p}_1-C^a{}'(\overline{v}^a)\right)\left|D_2{}'(\lambda\overline{p}_1)+D_1{}'(\overline{p}_1)/\lambda^2\right| \text{ при } c_1^a<\overline{p}_2, \tag{2.13}$$

$$v^{a*}=0 \text{ при } c_1^a\ge\overline{p}_2. \tag{2.14}$$

Тип $c_{1\to 2}$**).** Обозначим через $\hat{p}_1$ и $\hat{p}_2$ цены Курно на локальных рынках 1 и 2 в случае объединенного рынка с активным ограничением пропускной способности; через $\hat{v}^a$ – равновесный по Курно объем производства производителя a. В данном случае ограничение пропускной способности линии активно, а цены Курно на рынках связаны неравенством:

$$\lambda \hat{p}_1 < \hat{p}_2,\ q = Q. \tag{2.15}$$

Условия первого порядка имеют вид:

$$\hat{v}^a = (\hat{p}_i - C^{a'}(\hat{v}^a)) \,|\, D_i{}'(\hat{p}_i) \,| \text{ для любого } a \in A_i \text{ т., ч. } c_1^a < \hat{p}_i \tag{2.16}$$

$$\hat{v}^a = 0 \text{ при } c_1^a \geq \hat{p}_i\ . \tag{2.17}$$

Условия баланса в данном случае принимают вид:

$$\sum_{a \in A^1} \hat{v}^a = D(\hat{p}_1) + Q, \tag{2.18}$$

$$\sum_{a \in A^2} \hat{v}^a = D(\hat{p}_2) - Q/\lambda\ . \tag{2.19}$$

Аналогичные равновесия $b_{2\to1}$) и $c_{2\to1}$) с перетоком с рынка 2 на рынок 1 определяются симметричным образом.

Утверждение 2.1. [2] *Каждое равновесие по Нэшу в модели конкуренции Курно для двухузлового рынка принадлежит к одному из пяти вышеописанных типов.*

Условия первого порядка являются необходимыми, но не достаточными условиями существования равновесий Курно на двухузловом рынке. В отличие от локального рынка, в данном случае выполнение условий первого порядка даже при вогнутой функции спроса не является достаточным для того, чтобы игроку не было выгодно отклониться от локально равновесной по Курно стратегии. Критерии существования истинных (глобальных) равновесий Курно, которые приводятся далее в статье, основаны на сравнении выигрыша производителя в локальном равновесии и его потенциального выигрыша при сильном отклонении от локально равновесной стратегии.

2.2. Глобальные равновесия Курно в модели двухузлового рынка

Рассмотрим локальное равновесие типа a). Пусть цены Курно на локальных рынках удовлетворяют соотношению $\lambda^{-1} < p_2^* / p_1^* < \lambda$, т.е. переброска товара с одного рынка на другой невыгодна. В данном локальном равновесии сильное отклонение от своей стратегии может быть выгодно какому-либо производителю a рынка 1. При достаточно большом увеличении объема производства цена на рынке 1 может уменьшиться до уровня p_2^*/λ, и между рынками появится переток товара. Дальнейшее увеличение объема позволит производителю a продавать продукцию и на рынке 2. Функция остаточного спроса для этого производителя примет вид $D_1(p_1)-\sum\limits_{b\in A_1\backslash a} v^{b*}+\lambda\left(D_2(\lambda p_1)-\sum\limits_{b\in A_2} v^{b*}\right)$ (вместо $D_1(p_1)-\sum\limits_{b\in A_1\backslash a} v^{b*}$, как это было при разделенных рынках). В условиях новой функции спроса производитель a может добиться большего выигрыша, чем при отсутствии перетока товара между рынками (см. рис. 2.1).

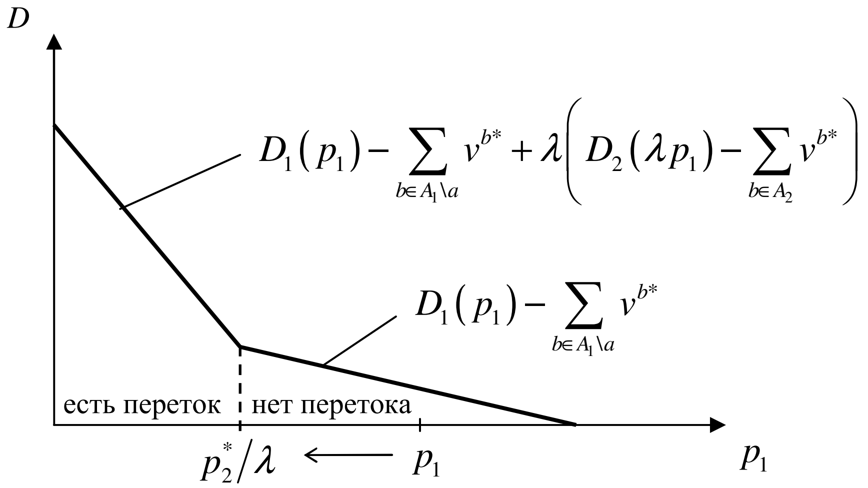

Рис 2.1. Функция остаточного спроса для производителя $a\in A_1$ в зависимости от цены на рынке 1.

Утверждение 2.2. [2] *В предположении несущественности ограничения пропускной способности линии передачи (формально, $Q=\infty$) точка локального равновесия типа а) является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда ни для какого производителя $a\in A_1$ выигрыш при спросе $D_1(p_1)-\sum\limits_{b\in A_1\backslash a} S_C^b(p_1^*)+\lambda\left(D_2(\lambda p_1)-\sum\limits_{b\in A_2} S_C^b(p_2^*)\right)$ по оптимальной цене p_1^{**}, удовлетворяющей уравнению $D_1(p_1^{**})-\sum\limits_{b\in A_1\backslash a} S_C^b(p_1^*)+$ $+\lambda\left(D_2(\lambda p_1^{**})-\sum\limits_{b\in A_2} S_C^b(p_2^*)\right)=v^{a**}$, где v^{a**} определяется из условия $v^{a**}\in\left(p_1^{**}-C^{a\prime}(v^{a**})\right)\left|D_1'(p_1^{**})-\lambda^2 D_2'(\lambda p_1^{**})\right|$, не превышает его выигрыш в локальном равновесии а) по оптимальной цене p_1^*.*

На реальных сетевых рынках однородного товара (в частности, на рынке электроэнергии) уровень потерь в линиях передач обычно невелик и составляет менее 10%. В [7] показано, что при типичных малых значениях коэффициента потерь равновесия Нэша на рынке с потерями могут быть аппроксимированы равновесиями аналогичного рынка без потерь. Далее мы приведем необходимые и достаточные условия существования истинных равновесий Курно типов $b_{1\to2})$ и $c_{1\to2})$, полагая $\lambda = 1$. Для равновесий $b_{2\to1})$ и $c_{2\to1})$ эти условия полностью симметричны.

Утверждение 2.3. *В предположении отсутствия потерь товара при передаче точка локального равновесия $b_{1\to2})$ является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда ни для какого производителя $a \in A_2$ выигрыш при спросе $D_2(p_2) - Q - \sum_{b \in A_2 \setminus a} \overline{v}^b$ по оптимальной цене $\overline{\overline{p}}_2$, удовлетворяющей соотношению $D_2(\overline{\overline{p}}_2) - Q - \sum_{b \in A_2 \setminus a} \overline{v}^b = \overline{\overline{v}}^a$, где $\overline{\overline{v}}^a$ определяется из условия $\overline{\overline{v}}^a \in \left(\overline{\overline{p}}_2 - C^{a\prime}\left(\overline{\overline{v}}^a\right)\right)\left|D_2'\left(\overline{\overline{p}}_2\right)\right|$, не превышает его выигрыш в локальном равновесии $b_{1\to2})$ при оптимальной цене $\overline{p}_2$.*

В случае локального равновесия $b_{1\to2})$ некоторой фирме $a \in A_2$ может быть выгодно уменьшить свое предложение и тем самым увеличить объем q_{12} перебрасываемого товара, доведя его до максимально допустимого. Ограничение пропускной способности станет активным, и функция остаточного спроса для производителя a изменится, что может сулить ему больший выигрыш.

Утверждение 2.4. [2] *В предположении отсутствия потерь товара при передаче точка локального равновесия типа $c_{1\to2})$ является равновесием Нэша тогда и только тогда, когда для каждого производителя $a \in A_2$ выигрыш при спросе $D_2(p_2) - \sum_{b \in A_2 \setminus a} \hat{v}^b + D_1(p_2) - \sum_{b \in A_1} \hat{v}^b$ по цене $\hat{\hat{p}}_2$, удовлетворяющей уравнению $D_2\left(\hat{\hat{p}}_2\right) - \sum_{b \in A_2 \setminus a} \hat{v}^b + D_1\left(\hat{\hat{p}}_2\right) - \sum_{b \in A_1} \hat{v}^b = \hat{\hat{v}}^a$, где $\hat{\hat{v}}^a$ определятся из условия $\hat{\hat{v}}^a \in \left(\hat{\hat{p}}_2 - C^{a\prime}\left(\hat{\hat{v}}^a\right)\right)\left|D_1'\left(\hat{\hat{p}}_2\right) + D_2'\left(\hat{\hat{p}}_2\right)\right|$, не превышает его выигрыш в локальном равновесии $c_{1\to2})$ по оптимальной цене $\hat{p}_2$.*

В данном случае отклонение может быть выгодно некоторой фирме $a \in A_2$. Увеличивая свое предложение, этот производитель может понизить рыночную цену на 2-м рынке и довести ее до порогового уровня, после которого переток товара q_{12} станет меньше Q. Ограничение пропускной способности станет неактивным, и производитель a будет работать на объединенном рынке.

3. Модель двухузлового рынка с аффинными функциями спроса

3.1. Существование локальных равновесий Курно

В данном пункте рассматриваются необходимые и достаточные условия существования локальных равновесий Курно в модели двухточечного рынка, на каждом из локальных рынков которого – симметричная олигополия, т.е. конечный набор производителей с одинаковыми постоянными предельными издержками. Максимальный объем выработки товара каждым производителем не ограничен. Рынки соединены линией передачи с пропускной способностью Q и коэффициентом потерь λ. Через m_i, c_i и $D_i(p)=\max\{\bar{D}_i-d_i p,0\}$, где $i=1,2$, обозначим соответственно количество производителей на рынке i, предельные издержки всех производителей $a\in A_i$ и функции спроса на рынках.

В случае **изолированных рынков** для каждой фирмы $a\in A_i$, $i=1,2$, исходя из условий первого порядка (2.7)–(2.8), функция предложения Курно имеет вид:

$$S_C^i(p)=\max\{0,(p-c_i)d_i\}. \tag{3.1}$$

Пользуясь условием баланса (2.9), мы получаем следующую формулу, по которой рассчитывается цена Курно на каждом из изолированных рынков:

$$p_i^*=\frac{\bar{D}_i+m_i d_i c_i}{d_i(m_i+1)}. \tag{3.2}$$

Оговоримся, что здесь и далее мы предполагаем ненулевой объем выпуска продукции на обоих рынках. Строго это описывается двумя следующими условиями:

$$p_i^*>c_i,\ \ D_i(p_i^*)>0,\ \text{где}\ i=1,2. \tag{3.3}$$

Утверждение 3.1. *В предположениях (3.3) необходимым и достаточным условием существования локального равновесия типа a) является выполнение неравенства*

$$\lambda^{-1}<\frac{\bar{D}_2+m_2 d_2 c_2}{d_2(m_2+1)}\Big/\frac{\bar{D}_1+m_1 d_1 c_1}{d_1(m_1+1)}<\lambda.$$

Доказательство следует из определения (2.6) локального равновесия типа a) с учетом (3.2).

При **объединенном рынке** производители имеют дело со «сложными» функциями остаточного спроса, учитывающими переброску товара. Пусть с рынка 1 на рынок 2 перебрасывается объем q_{12} товара ($0<q_{12}<Q$). Функции предложения Курно в этом случае (обозначим их

через $S_C^{1,12}(p)$ и $S_C^{2,12}(p)$ для производителей 1-го и 2-го рынка соответственно) определяются из условий первого порядка (2.11)–(2.14) с учетом функций спроса для объединенного рынка:

$$S_C^{1,12}(p) = \max\left\{0, (p - c_1)\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right)\right\},$$

$$S_C^{2,12}(p) = \max\left\{0, (p - c_2)\left(d_1/\lambda^2 + d_2\right)\right\}.$$

Цена Курно на 1-м рынке определяется из равенства спроса и фактического предложения $m_1 S_C^{1,12}(\overline{p}_1) = D(\overline{p}_1) + \lambda\left(D_2(\lambda\overline{p}_1) - m_2 S_C^{2,12}(\lambda\overline{p}_1)\right)$:

$$\overline{p}_1 = \frac{\overline{D}_1 + \lambda\overline{D}_2 + (c_1 m_1 + c_2 m_2/\lambda)\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right)}{(m_1 + m_2 + 1)\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right)}. \tag{3.4}$$

Цена Курно на 2-м рынке может быть найдена из условия $\overline{p}_2 = \lambda\overline{p}_1$.

Как и ранее, объемы выпуска товара на обоих рынках предполагаются ненулевыми, т.е.:

$$\overline{p}_i > c_i, \quad D_i(\overline{p}_i) > 0, \text{ где } i = 1, 2. \tag{3.5}$$

Переданный с 1-го на 2-й рынок объем q_{12} находится по формуле:

$$\begin{aligned} q_{12} &= \lambda\left(D_2(\lambda\overline{p}_1) - m_2 S_C^{2,12}(\lambda\overline{p}_1)\right) = \\ &= \lambda\overline{D}_2 + \frac{c_2 m_2}{\lambda}\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right) - \left(m_2\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right) + \lambda^2 d_2\right)\overline{p}_1. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Утверждение 3.2. *В предположениях (3.5) необходимым и достаточным условием существования локального равновесия $b_{1\to2}$) является выполнение неравенства*

$$0 < \lambda\overline{D}_2 + \frac{c_2 m_2}{\lambda}\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right) - \left(m_2\left(d_1 + \lambda^2 d_2\right) + \lambda^2 d_2\right)\overline{p}_1 < Q,$$

где $\overline{p}_1$ определяется согласно (3.4). Условие существования локального равновесия $b_{2\to1}$) описывается симметричным неравенством.

Доказательство следует из определения (2.10) локального равновесия $b_{1\to2}$) с учетом (3.6).

Наконец, при **активном ограничении пропускной способности** ($q_{12} = Q$) функции предложения Курно для производителей 1-го и 2-го рынков снова имеют вид (3.1), как это следует из условий первого порядка (2.16)–(2.17). Пользуясь уравнениями баланса (2.18)–(2.19), получим следующие формулы расчета цен Курно на рынках в равновесии $c_{1\to2}$):

$$\hat{p}_1 = \frac{\overline{D}_1 + Q + m_1 d_1 c_1}{d_1(m_1 + 1)}, \qquad \hat{p}_2 = \frac{\overline{D}_2 - Q/\lambda + m_2 d_2 c_2}{d_2(m_2 + 1)}. \tag{3.7}$$

Как и ранее, мы предполагаем $\hat{p}_i > c_i$ и $D_i(\hat{p}_i) > 0$. (3.8)

Утверждение 3.3. *В предположениях (3.8) локальное равновесие* $c_{1\to 2}$) *существует тогда и только тогда, когда выполнено неравенство*

$$\frac{\bar{D}_2 - Q/\lambda + m_2 d_2 c_2}{d_2(m_2+1)} > \lambda \cdot \frac{\bar{D}_1 + Q + m_1 d_1 c_1}{d_1(m_1+1)}.$$

Условие существования локального равновесия $c_{2\to 1}$) *описывается симметричным неравенством.*

Доказательство следует из определения (2.15) локального равновесия $c_{1\to 2}$) с учетом (3.7).

3.2. Существование глобальных равновесий Курно

Как уже говорилось ранее, локальные равновесия в общем случае не являются настоящими равновесиями Нэша. Отдельному производителю иногда может быть выгодно отклонение от его локально равновесной стратегии с тем, чтобы объединить или разъединить рынки и получить б***о***льшую прибыль в новых условиях.

Необходимые и достаточные условия устойчивости локальных равновесий к отклонениям производителей описываются теоремой.

Теорема 3.1. *В рассматриваемой модели двухточечного аукциона Курно, состоящего из двух симметричных олигополий:*

1) в предположении несущественности ограничения пропускной способности локальное равновесие типа a) *является глобальным равновесием Нэша в том и только том случае, если выполнены неравенства:*

$$\begin{cases} 2p_1^*\left(\sqrt{d_1 t_{12}} - d_1\right) - p_2^* \lambda d_2 + c_1\left(d_1 - 2\sqrt{d_1 t_{12}} + t_{12}\right) \ge 0, \\ 2p_2^*\left(\sqrt{d_2 t_{21}} - d_2\right) - p_1^* \lambda d_1 + c_2\left(d_2 - 2\sqrt{d_2 t_{21}} + t_{21}\right) \ge 0, \end{cases}$$

где p_i^* *определяется из* (3.2), *а* $t_{ij} \overset{def.}{=} d_i + \lambda^2 d_j$.

2) В предположении отсутствия потерь товара при передаче (формально $\lambda = 1$*) локальное равновесие* $b_{1\to 2}$) *является глобальным равновесием Нэша в том и только том случае, если выполнено неравенство:*

$$\left(\frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2 + t_{12}\left(c_2 m_2 - c_1(m_2+1)\right)}{t_{12}(m_1+m_2+1)}\right)\left(\sqrt{d_1 t_{12}} + \frac{t_{12}(m_1-1)}{2}\right) - \frac{\bar{D}_1 - d_1 c_1}{2} \ge 0.$$

3) В предположении отсутствия потерь товара при передаче локальное равновесие $c_{1\to2})$ является глобальным равновесием Нэша в том и только том случае, если выполнено неравенство:

$$\left(\hat{\hat{p}}_2 - c_2\right)^2 (d_1 + d_2) \le (\hat{p}_2 - c_2)^2 d_2,$$

где $\hat{p}_2 = \dfrac{\bar{D}_2 - Q + m_2 d_2 c_2}{d_2(m_2+1)}$,

$$\hat{\hat{p}}_2 = \frac{\bar{D}_1 + d_1 c_2 - (\hat{p}_1 - c_1) d_1 m_1 + \bar{D}_2 + d_2 c_2 - (\hat{p}_2 - c_2) d_2 (m_2 - 1)}{2(d_1 + d_2)}.$$

Необходимые и достаточные условия существования глобальных равновесий $b_{2\to1})$ и $c_{2\to1})$ описываются симметричными неравенствами.

Доказательство теоремы приведено в приложении. Идея доказательства состоит в применении утверждений 2.2, 2.3 и 2.4 к рассматриваемой модели.

4. Случай с нулевыми потерями и одинаковой скоростью убывания спроса на рынках

Для того чтобы проиллюстрировать полученные условия существования равновесий Курно, рассмотрим следующий частный случай двухузлового рынка с аффинными функциями спроса. Пусть линия передачи между рынками функционирует без потерь ($\lambda = 1$) и функции спроса на обоих рынках наклонены одинаково ($d_1 = d_2 = d_0$). Тогда мы можем ввести новые переменные, которые дадут возможность наглядно изобразить области существования равновесий $b)$ и $c)$ на координатной плоскости. Введем следующие обозначения:

$$x_1 \overset{def.}{=} \bar{D}_1 - d_0 c_1,$$

$$x_2 \overset{def.}{=} \bar{D}_2 - d_0 c_1,$$

$$\Delta c \overset{def.}{=} d_0 (c_2 - c_1).$$

Экономический смысл переменных x_1 и x_2 – уровень спроса на рынках 1 и 2 в точке, соответствующей предельным издержкам производителей рынка 1. Δc обозначает изменение спроса при переходе от цены c_1 к цене c_2.

В трех новых переменных мы имеем трехмерное пространство, поэтому, чтобы построить все области на плоскости, будем считать третью переменную – Δc – фиксированным параметром.

Равновесия типа $a)$ в данном случае в общих предположениях не существует, поскольку из-за нулевых потерь любая сколь угодно малая разница цен 1-го и 2-го рынков создаст положительный переток товара между рынками.

Используя введенные переменные, перепишем для данного случая условия существования локальных равновесий $b)$ и $c)$, следуя утверждениям 3.2, 3.3 с учетом предположений (3.5) и (3.8):

$$b_{1\to2}):\begin{cases}0<x_2-\left(m_2+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{x_1+x_2+2m_2\Delta c}{m_1+m_2+1}+2m_2\Delta c<Q,\\ x_1+x_2+2m_2\Delta c>0,\\ x_1+x_2-2\left(m_1+1\right)\Delta c>0,\\ \left(2\left(m_1+m_2\right)+1\right)x_1-x_2-2m_2\Delta c>0,\\ \left(2\left(m_1+m_2\right)+1\right)x_2-x_1-2m_2\Delta c>0.\end{cases} \tag{4.1}$$

$$b_{2\to1}):\begin{cases}0<x_1-\left(m_1+\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{x_1+x_2-2(m_1+1)\Delta c}{m_1+m_2+1}+2\Delta c\right)<Q,\\ x_1+x_2-2\left(m_1+1\right)\Delta c>0,\\ x_1+x_2+2m_2\Delta c>0,\\ \left(2\left(m_1+m_2\right)+1\right)x_2-x_1-2m_2\Delta c>0,\\ \left(2\left(m_1+m_2\right)+1\right)x_1-x_2-2m_2\Delta c>0.\end{cases} \tag{4.2}$$

$$c_{1\to2}):\begin{cases}\left(x_2-Q+m_2\Delta c\right)\left(m_1+1\right)-\left(x_1+Q\right)\left(m_2+1\right)>0,\\ x_1+Q>0,\\ x_2-Q-\Delta c>0,\\ m_1x_1-Q>0,\\ m_2\left(x_2-\Delta c\right)+Q>0.\end{cases} \tag{4.3}$$

$$c_{2\to1}):\begin{cases}\left(x_1-Q-(m_1+1)\Delta c\right)(m_2+1)-(x_2+Q-\Delta c)(m_1+1)>0,\\ x_2+Q-\Delta c>0,\\ x_1-Q>0,\\ m_2(x_2-\Delta c)-Q>0,\\ m_1x_1+Q>0.\end{cases} \tag{4.4}$$

В новых переменных, согласно теореме 3.1, необходимыми и достаточными условиями «глобальности» локальных равновесий являются следующие неравенства:

$$b_{1\to2}):\frac{x_1+x_2-2(m_1+1)\Delta c}{m_1+m_2+1}\left(m_2+\sqrt{2}-1\right)-x_2+\Delta c+Q\ge 0\,. \tag{4.5}$$

$$b_{2\to1}):\frac{x_1+x_2+2m_2\Delta c}{m_1+m_2+1}\left(m_1+\sqrt{2}-1\right)-x_1+Q\ge 0\,. \tag{4.6}$$

$$c_{1\to2}):x_1+x_2-(x_1+Q)\frac{m_1}{m_1+1}-(x_2-Q-\Delta c)\frac{m_2+2\sqrt{2}-1}{m_2+1}-2\Delta c\le 0. \tag{4.7}$$

$$c_{2\to1}):x_1+x_2-(x_2+Q-\Delta c)\frac{m_2}{m_2+1}-(x_1-Q)\frac{m_1+2\sqrt{2}-1}{m_1+1}\le 0. \tag{4.8}$$

Вообще говоря, в принятых допущениях наша модель является бипараметрической, поскольку в условиях (4.1)–(4.8) мы можем разделить левые и правые части неравенств на Δc и получить параметризацию модели через две переменные $\bar{x}_1 \overset{def.}{=} x_1/\Delta c$ и $\bar{x}_2 \overset{def.}{=} x_2/\Delta c$. Тем не менее, отказываться от Δc мы не будем, поскольку при такой параметризации экономический смысл всех переменных остается достаточно прозрачным. Сам по себе параметр Δc имеет свою аналитическую ценность, которая будет полезна в дальнейшем.

Для изучения структуры равновесий Курно различных типов на конкретном числовом примере, возьмем следующие исходные данные. Рассмотрим оптовый рынок электроэнергии, состоящий из двух узлов – симметричных олигополий, число производителей на которых $m_1=10$ и $m_2=25$. Равновесную цену по Вальрасу на рынке 1 примем $\tilde{p}_1=600$, на рынке 2: $\tilde{p}_2=800$. Эти цены (в руб. за МВт·ч) округленно соответствуют вальрасовским ценам для объединенных энергетических систем (ОЭС) Урала и Средней Волги, согласно данным об издержках производителей на 2008 г. Пропускную способность Q линии передачи установим на уровне 2600 МВт·ч, что соответствует пропускной способности линии между ОЭС Урала и Средней Волги по данным [6]. Поскольку объем выпуска товара каждым производителем в нашей модели не ограничен, цены Вальраса устанавливаются на уровне предельных издержек производителей, т.е. мы должны положить $c_1 = 600$, $c_2 = 800$.

Исходя из того, что эластичность спроса на электроэнергию оценивается на уровне 0.1–0.3, подберем параметры функций спроса для обоих рынков. Скорость убывания спроса зафиксируем на уровне $d_0 = 7.5$, а величины $\bar{D}_1$ и $\bar{D}_2$ будем варьировать в промежутках $\bar{D}_1 \in [19500;49500]$, $\bar{D}_2 \in [26000;66000]$. Тогда функции спроса $D_1(p) = 19500 - 7.5p$ и $D_2(p) = 26000 - 7.5p$ будут соответствовать эластичности 0.3, а функции $D_1(p) = 49500 - 7.5p$ и $D_2(p) = 66000 - 7.5p$ – эластичности 0.1 (в точках $p = \tilde{p}_1$ и $p = \tilde{p}_2$ соответственно).

В указанных предположениях параметр $\Delta c = 1500$, а x_1 и x_2 варьируются в промежутках $x_1 \in [15000;45000]$, $x_2 \in [21500;61500]$.

Изобразим на плоскости (x_1, x_2) области существования равновесий $b_{1\to2})$ и $b_{2\to1})$ (см. рис. 4.1). Можно видеть, что почти на всей области существования локальные равновесия типа $b)$ являются глобальными. В частности, площадь области II, где существует только локальное равновесие $b_{1\to2})$, составляет менее 0.25% от общей площади рассматриваемого прямоугольника на плоскости (x_1, x_2). Суммарная площадь областей I и IV, в которых существует глобальное равновесие типа $b)$, составляет 7.4% от общей площади прямоугольника.

Изобразим на плоскости области существования равновесия типа $c)$ (см. рис. 4.2). Как видно, области существования глобальных равновесий $c_{1\to2})$ и $c_{2\to1})$ гораздо больше по площади, нежели равновесий типа $b)$, и составляют соответственно 40% и 9.8% от общей площади прямоугольника. Однако видно и то, что у равновесий $c_{1\to2})$ и $c_{2\to1})$ области, в которых существует лишь локальное равновесие (II и III на рис. 4.2), довольно велики по размеру. Площадь области II составляет 9%, области III – 16.5% от общей площади прямоугольника. Величина этих областей (при прочих равных условиях) зависит от отношения m_1/m_2 количества производителей на рынках. В частности, сузить область II можно путем увеличения m_2. Это логично, поскольку при большом количестве производителей на 2-м рынке каждый из них обладает все меньшей рыночной властью, чтобы снизить разницу цен на рынках и уменьшить объем перебрасываемого товара.

На рис. 4.3 дано совмещенное изображение областей существования равновесий $b)$ и $c)$.

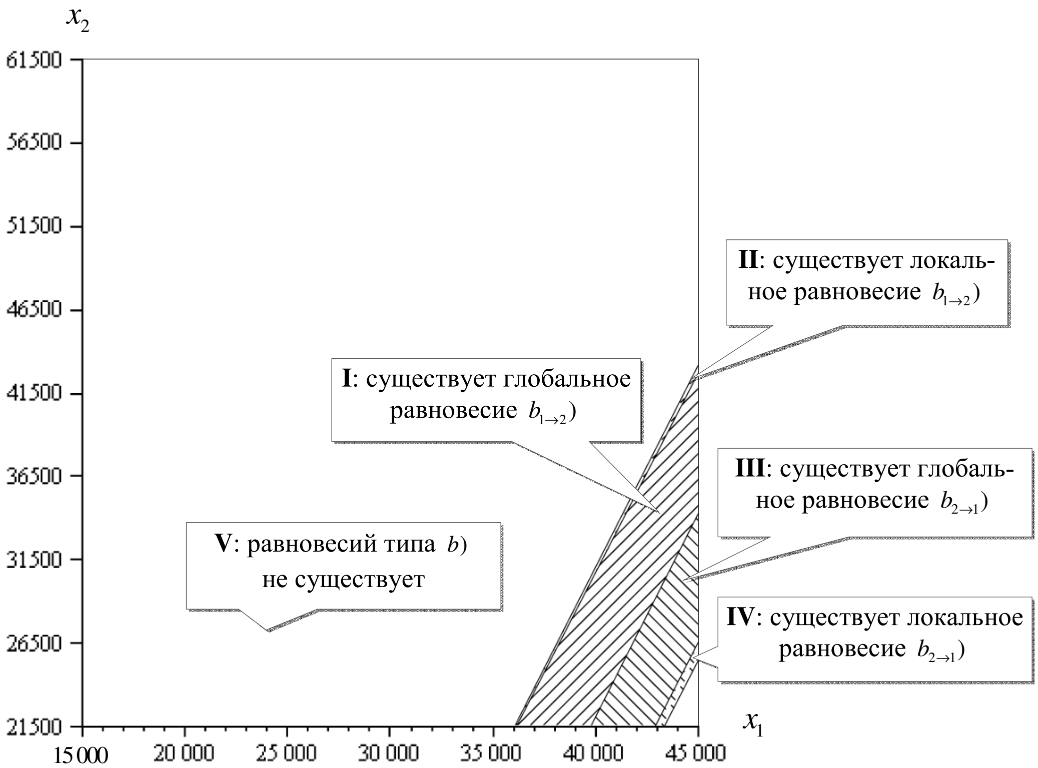

Рис. 4.1. Области существования равновесий типа b).

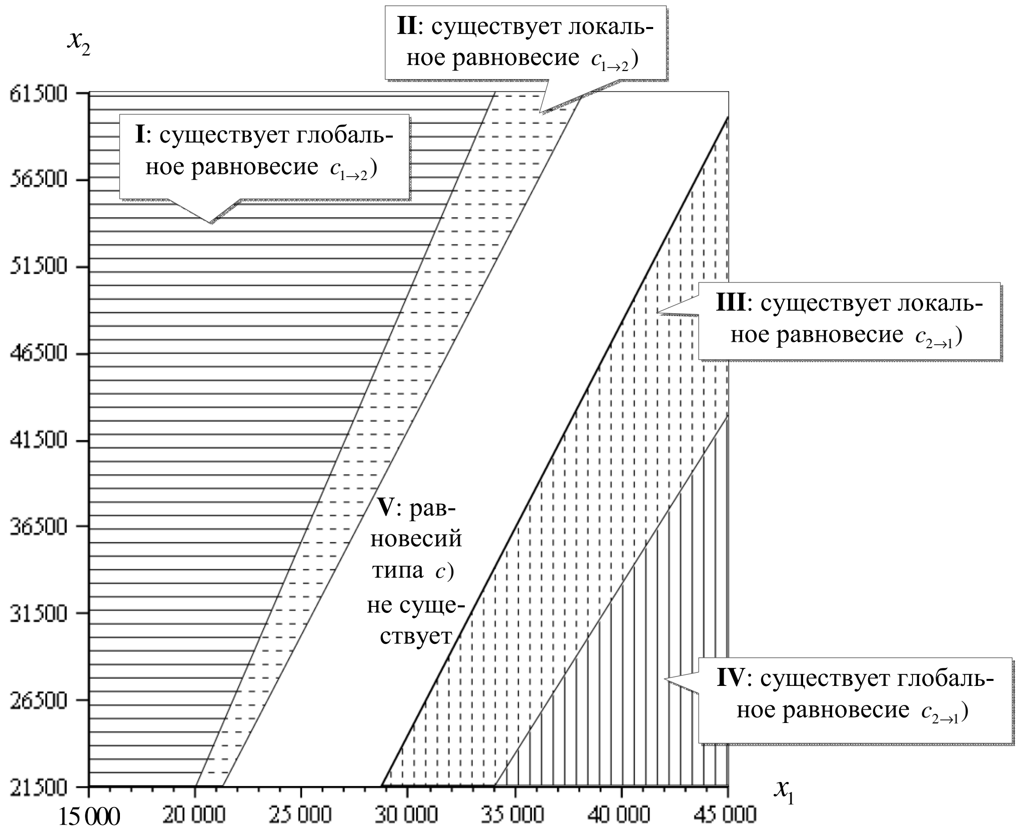

Рис. 4.2. Области существования равновесий типа c).

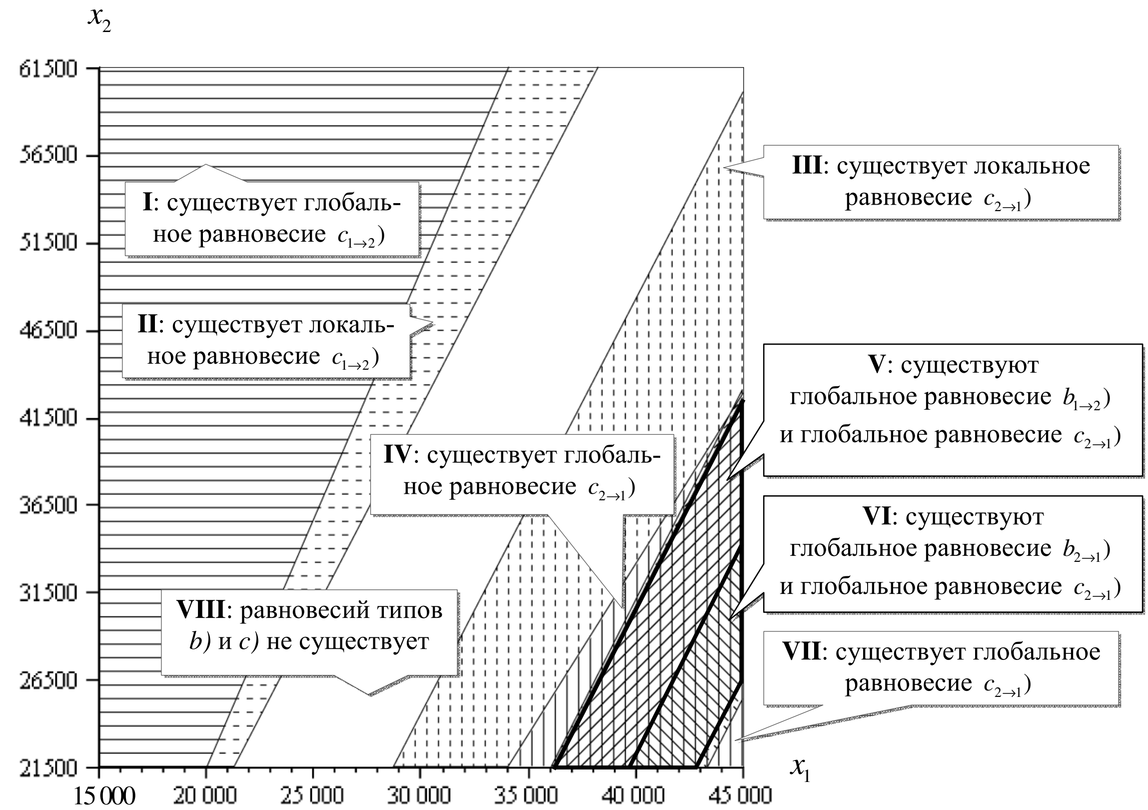

Рис. 4.3. Области существования равновесий типов $b)$ *и* $c)$.

В рассматриваемом нами примере область, в которой совместно существуют глобальные равновесия, получается достаточно большой. Фактически, вся область существования равновесий типа $b)$ перекрывается равновесиями $c_{2\to1})$. Площадь области V сосуществования равновесий $b_{1\to2})$ и $c_{2\to1})$ составляет 5%, а области VI – 2.4% от общей площади прямоугольника.

Аналитический смысл параметра Δc состоит в том, что от его величины напрямую зависит взаиморасположение по оси x_1 областей существования равновесий $b_{1\to2})$ и $b_{2\to1})$. Таким образом, параметр Δc отвечает за наличие области совместного существования равновесий типов $b)$ и $c)$. В нашем примере в установленных промежутках изменения x_1 и x_2 при $\Delta c < 774.2$ исчезает область сосуществования равновесий $b_{1\to2})$ и $c_{2\to1})$, а если $\Delta c < 329.42$, областей совместного существования равновесий типов $b)$ и $c)$ не будет вообще.

При снятии ограничений промежутков изменения x_1 и x_2 в нашем примере области сосуществования равновесий $b_{1\to2})$ и $c_{2\to1})$ исчезают при

$\Delta c < 509.99$; равновесий $b_{2\to1})$ и $c_{2\to1})$ – при $\Delta c < 37.47$. При $\Delta c < -67.98$ возникает сосуществование равновесий $b_{1\to2})$ и $c_{1\to2})$.

Из рис. 4.3 также видно, что велика область, в которой не существует ни одного глобального равновесия Нэша, – ее площадь составляет 50% площади всего рассматриваемого прямоугольника. Одной из причин столь больших размеров этой области является тот факт, что почти все равновесия типа $b)$ в нашем примере существуют только совместно с $c_{2\to1})$. Если бы их области не пересекались (значение Δc было бы меньшим), весь прямоугольник был бы полнее занят областями существования единственного равновесия типов $b)$ или $c)$. В частности, при $\Delta c = 329.42$ площадь области, где не существует глобальных равновесий, составляет всего 20.6% от общей площади прямоугольника.

Заключение

В настоящей статье был рассмотрен вопрос существования равновесий Курно различных типов для сетевого рынка, состоящего из двух симметричных олигополий. Были получены необходимые и достаточные условия существования равновесий Курно каждого типа: *a)*, *b)* и *c)*. Выявлено, что существуют области параметров модели, в которых не существует ни одного равновесия, а также области, в которых существуют два равновесия различных типов. На примере частного случая модели было проиллюстрировано взаиморасположение этих областей.

Области, в которых равновесия не существует, соответствуют хаотичному рынку, где цены постоянно меняются и не стремятся прийти к какому-либо устойчивому значению. Кроме того, отсутствие равновесия и хаос на рынке – побудительный мотив к заключению картельных соглашений участниками рынка, что также негативно отражается на общем благосостоянии. Множественные равновесия Нэша являются плохой новостью в смысле изучения многоузловых сетевых рынков, поскольку с ростом числа узлов рынка количество сосуществующих равновесий возрастает экспоненциально.

В разделе 4 было показано, что размер области сосуществования двух равновесий зависит от разности предельных издержек производителей на рынках 1 и 2. Таким образом, на реальных рынках целесообразна деятельность органов власти по регулированию состава участников торгов для поддержания «оптимального баланса» предельных издержек.

Приложение

Доказательство теоремы 3.1.

1) Следуя утверждению 2.2, определим цену p_1^{**} из уравнения:

$$D_1\left(p_1^{**}\right)-\left(m_1-1\right)S_C^1\left(p_1^*\right)+\lambda\left(D_2\left(\lambda p_1^{**}\right)-m_2 S_C^2\left(p_2^*\right)\right)=\left(p_1^{**}-c_1\right)\left(d_1+\lambda^2 d_2\right),$$

$$p_1^{**}=\frac{\bar{D}_1+m_1 d_1 c_1}{\left(d_1+\lambda^2 d_2\right)\left(m_1+1\right)}+\lambda\frac{\bar{D}_2+m_2 d_2 c_2}{2\left(d_1+\lambda^2 d_2\right)\left(m_2+1\right)}+\frac{\lambda^2 d_2 c_1}{2\left(d_1+\lambda^2 d_2\right)}. \quad (6.1)$$

Локальное равновесие a) будет устойчиво к отклонениям производителей, если для любого производителя $a\in A_1$ его прибыль на объединенном рынке при цене p_1^{**} будет меньше его прибыли на изолированном рынке при цене p_1^*, т.е.:

$$\left(p_1^*-c_1\right)^2 d_1\geq\left(p_1^{**}-c_1\right)^2\left(d_1+\lambda^2 d_2\right),$$

Подставляя в это неравенство (3.2) для каждого $i=1,2$ и (6.1), мы придем к системе неравенств, которые указаны в формулировке теоремы.

Формула прибыли производителей рынка i в равновесии a):

$$\Pr_a^i=\left(p_i^*-c_i\right)^2 d_i=\left(\frac{\bar{D}_i-d_i c_i}{d_i\left(m_i+1\right)}\right)^2 d_i.$$

2) Следуя утверждению 2.3, определим цену $\bar{\bar{p}}_2$ из уравнения:

$$D_2\left(\bar{\bar{p}}_2\right)-Q-\left(m_2-1\right)S_C^{2,12}\left(\bar{p}_2\right)=\left(\bar{\bar{p}}_2-c_2\right)d_2,$$

$$\bar{\bar{p}}_1=\frac{\bar{D}_2-Q+d_2 c_2-\left(\bar{p}_2-c_2\right)\left(d_1+d_2\right)\left(m_2-1\right)}{2d_2}.$$

Локальное равновесие $b_{1\to 2}$) будет устойчиво к отклонениям производителей, если для любого производителя $a\in A_2$ его прибыль на объединенном рынке при цене $\bar{p}_2$ будет больше его прибыли на рынке с активным ограничением пропускной способности при цене $\bar{\bar{p}}_2$, т.е.:

$$\left(\bar{p}_2-c_2\right)^2\left(d_1+d_2\right)\geq\left(\bar{\bar{p}}_2-c_2\right)^2 d_2,$$

$$\left(\frac{\bar{D}_1+\bar{D}_2+\left(c_1 m_1-c_2\left(m_1+1\right)\right)\left(d_1+d_2\right)}{\left(m_1+m_2+1\right)\left(d_1+d_2\right)}\right)\left(\sqrt{d_2\left(d_1+d_2\right)}+\frac{\left(d_1+d_2\right)\left(m_2-1\right)}{2}\right)-\frac{\bar{D}_2-Q-d_2 c_2}{2}\geq 0.$$

Формула для расчета прибыли производителей в равновесии $b_{1\to 2}$):

$$\Pr_{b_{1\to 2}}^1=\left(\bar{p}_1-c_1\right)S_C^{1,12}\left(\bar{p}_1\right)=\left(\frac{\bar{D}_1+\bar{D}_2+\left(c_2 m_2-c_1\left(m_2+1\right)\right)\left(d_1+d_2\right)}{\left(m_1+m_2+1\right)\left(d_1+d_2\right)}\right)^2\left(d_1+d_2\right),$$

$$\Pr_{b_{1\to 2}}^2=\left(\bar{p}_1-c_2\right)S_C^{2,12}\left(\bar{p}_1\right)=\left(\frac{\bar{D}_1+\bar{D}_2+\left(c_1 m_1-c_2\left(m_1+1\right)\right)\left(d_1+d_2\right)}{\left(m_1+m_2+1\right)\left(d_1+d_2\right)}\right)^2\left(d_1+d_2\right).$$

3) Следуя утверждению 2.4, определим цену $\hat{\hat{p}}_2$ из уравнения:

$$D_2\left(\hat{\hat{p}}_2\right)-(m_2-1)S_C^2(\hat{p}_2)+D_1\left(\hat{\hat{p}}_2\right)-m_1S_C^1(\hat{p}_1)=\left(\hat{\hat{p}}_2-c_2\right)(d_1+d_2),$$

$$\hat{\hat{p}}_2=\frac{\bar{D}_1+d_1c_2-(\hat{p}_1-c_1)d_1m_1+\bar{D}_2+d_2c_2-(\hat{p}_2-c_2)d_2(m_2-1)}{2(d_1+d_2)}.$$

Локальное равновесие $c_{1\to2})$ будет устойчиво к отклонениям производителей, если для всех производителей рынка 2 прибыль по цене $\hat{\hat{p}}_2$ будет меньше, чем та, которую они получают по цене $\hat{p}_2$ в локальном равновесии $c_{1\to2})$, т.е.:

$$\left(\hat{\hat{p}}_2-c_2\right)^2(d_1+d_2)\le(\hat{p}_2-c_2)^2d_2.$$

Формула для расчета прибыли производителей в равновесии $c_{1\to2})$:

$$\mathrm{Pr}^1_{c_{1\to2}}=(\hat{p}_1-c_1)S_C^1(\hat{p}_1)=(\hat{p}_1-c_1)^2d_1=\left(\frac{\bar{D}_1+Q-d_1c_1}{d_1(m_1+1)}\right)^2d_1,$$

$$\mathrm{Pr}^2_{c_{1\to2}}=(\hat{p}_2-c_2)S_C^2(\hat{p}_2)=\left(\frac{\bar{D}_2-Q-d_2c_2}{d_2(m_2+1)}\right)^2d_2.$$

Литература

Cournot, A. Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses // Paris, 1838. Ch. VII.

Васин А. А. Некооперативные игры в природе и обществе // М.: МАКС пресс, 2005.

Васин А. А., Васина П. А., Рулева Т. Ю. Об организации рынков однородных товаров // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 1. С. 98-112.

Давидсон М. Р. и др. Математическая модель конкурентного оптового рынка электроэнергии в России // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 2004. № 3. С. 72-83.

Hogan, W. Competitive Electricity Market Design: A Wholesale Primer // Harvard University, WP. 1998.

Аболмасов А., Колодин Д. Конкурентный рынок или создание монополий: структурные проблемы российского оптового рынка электроэнергии // EERC final report. 2002.

Vasin, A., Vasina, P. Electricity Markets Analysis and Design // Working Paper #2006/053. – Moscow, New Economic School, 2006.