

**Вопросы к государственному экзамену  
Магистерская программа  
«Численные методы и математическое моделирование»**

**Общая часть:**

1. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения второго порядка эллиптического типа.
2. Метод Ритца приближенного решения эллиптического уравнения второго порядка.
3. Вариационная постановка задачи на собственные значения симметричного положительного операторного уравнения.
4. Метод Ритца в проблеме вычисления собственных значений задачи Дирихле.
5. Метод конечных элементов для обыкновенного дифференциального уравнения.
6. Метод конечных элементов для задачи об изгибе упругого бруса.
7. Матрица жесткости и матрицы массы линейного конечного элемента.
8. Теорема о сходимости метода конечных элементов на линейных треугольниках в случае уравнения Пуассона.
9. Вывод уравнения Кортевега - де Фриза.
10. Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка.
11. Групповой анализ для уравнения теплопроводности.
12. Уравнение Бюргерса и его линеаризация.
13. Метод кусочно-постоянных аппроксимаций решения интегральных уравнений Фредгольма 2-города.
14. Метод конечных элементов решения интегральных уравнений Фредгольма 2-города.
15. Метод решения сингулярного интегрального уравнения с ядром Гильберта на основе квадратурных формул интерполяционного типа.
16. Численное решение интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода в случае неоднозначной разрешимости соответствующего однородного уравнения.
17. Методы организации параллельных вычислений при суперкомпьютерном решении сеточных задач.
18. Суперкомпьютерное моделирование турбулентных течений.
19. Использование суперкомпьютеров для решения задач молекулярного моделирования.
20. Методы эффективной организации параллельных вычислений на графических процессорах

**Список рекомендованной литературы**

1. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970.
2. Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов. М.: МАКСПресс, 2015.
3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. М.: Физматлит, 2012.
4. Сетуха А.В. Численные методы в интегральных уравнениях и их приложения. М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2014.
5. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления - СПб. БХВ-Петербург, 2002.
6. Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А. Новые алгоритмы вычислительно-гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М.: Издательство Московского университета, 2013.

## **Специальная часть:**

1. Разностные схемы для одномерного уравнения конвективной диффузии. Схема с направленными разностями, монотонные схемы первого и второго порядка точности. Схемная диффузии дисперсии. Анализ диссипативных и дисперсионных свойств схем с направленными и центральными разностями.
2. Применение метода гармоник (Фурье, Неймана) для исследования свойств разностных схем. Анализ устойчивости, диссипативных и дисперсионных свойств разностных схем с весами для уравнения конвективной диффузии методом гармоник.
3. Разностная схема для уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами. Аппроксимация граничных условий второго рода для уравнения теплопроводности. Анализ теплового баланса в дискретной модели.
4. Разностные схемы для уравнений Навье-Стокса в естественных переменных. Разнесенные разностные сетки и сеточные функции. Аппроксимация операторов DIV и GRAD.
5. Аппроксимация конвективных членов в уравнениях Навье-Стокса в естественных переменных. Баланс кинетической энергии в дискретном случае. Выполнение условия несжимаемости.
6. Треугольные сетки. Триангуляция Делоне. Барицентрические координаты. Линейные конечные элементы.
7. Первая краевая задача для эллиптического уравнения. Билинейная форма. Главные краевые условия.
8. Вторая краевая задача для эллиптического уравнения. Билинейная форма. Естественные краевые условия.
9. Матрица диффузии и матрица масс. Свойства этих матриц (симметрия, положительность, разреженность, обусловленность)
10. Задача на собственные значения для эллиптического оператора и МКЭ. Метод обратных итераций.
11. МКЭ для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний.
12. Методы решения сеточных уравнений МКЭ (Холецкого, CG, GMRES). Понятие о подпространствах Крылова.
13. Понятие о векторном МКЭ на примере задачи о диэлектрическом рассеивателе.
14. Понятие о МКЭ для интегральных уравнений теории потенциала.
15. Математическая модель динамики свободного множества взаимодействующих материальных точек.
16. Глобальные свойства решений задачи Коши для гамильтоновых уравнений.
17. Задача о движении двух взаимодействующих материальных точек и свойства ее решения.
18. Метод Верле и его свойства.
19. Симметрично-симплектические методы Рунге-Кутты.
20. Сохранение линейной и квадратичной форм методами Рунге-Кутты.

## **Список рекомендованной литературы**

1. А.А.Самарский.Введение в численные методы.
2. М.В.Абакумов, А.В.Гулин.Лекции по численным методам в математической физике.
3. А.А.Самарский, Ю.П.Попов.Разностные методы решения задач газовой динамики.Изд-во «Наука», 1992, с.422
4. К.Флетчер.Численные методы в динамике жидкости. Т.1, Т.2, Москва, Мир, 1991
5. В.Б.Андреев, «Лекции по методу конечных элементов», М.2010
6. В.Б.Андреев, «Численные методы», М.2013

7. М.Ю.Баландин,Э.П.Шурина,“Векторный метод конечных элементов”,Н.2001
8. А.В.Скворцов,Н.С.Мирза,«Алгоритмы построения и анализ триангуляции»,Томск,2006.
9. 2.В.И.Арнольд.Математические методы классической механики.М.:Наука,1979,431.
10. 3.Е.Хайрер,С.П.Нерсетт,Г.Ваннер.Решение обыкновенных дифференциальных уравнений I .Нестационарные задачи. М.:Мир, 1990,511 с.
11. 4.Е.Hairer,C.Lubich,G.Wanner.Geometric Numerical Integration(2nd ed.) Springer,Berlin,2006, 644 p.
12. Г.Г.Еленин,П.И.Шляхов.Геометрическая структура пространства параметров симплектических методов Рунге-Кутты. Математическое моделирование, т. 23, № 5, с.16-34.2011.
13. Г. Г. Еленин, Т. Г. Еленина. Об одном однопараметрическом семействе разностных схем для численного решения задачи Кеплера. ЖВМиМФ, т. 55, № 8, с. 1292-1298, 2015.