

**Вопросы к государственному экзамену  
Магистерская программа  
«Вычислительные технологии и моделирование»**

**Общая часть:**

1. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения второго порядка эллиптического типа.
2. Метод Ритца приближенного решения эллиптического уравнения второго порядка.
3. Вариационная постановка задачи на собственные значения симметричного положительного операторного уравнения.
4. Метод Ритца в проблеме вычисления собственных значений задачи Дирихле.
5. Метод конечных элементов для обыкновенного дифференциального уравнения.
6. Метод конечных элементов для задачи об изгибе упругого бруса.
7. Матрица жесткости и матрица массы линейного конечного элемента.
8. Теорема о сходимости метода конечных элементов на линейных треугольниках в случае уравнения Пуассона.
9. Вывод уравнения Кортевега-деФриза.
10. Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка.
11. Групповой анализ для уравнения теплопроводности.
12. Уравнение Бюргерса и его линеаризация.
13. Метод кусочно-постоянных аппроксимаций решения интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода.
14. Метод конечных элементов решения интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода.
15. Метод решения сингулярного интегрального уравнения с ядром Гильберта на основе квадратурных формул интерполяционного типа.
16. Численное решение интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода в случае неоднозначной разрешимости соответствующего однородного уравнения.
17. Методы организации параллельных вычислений при суперкомпьютерном решении сеточных задач.

**Специальная часть**

18. Сопряженные, симметричные и самосопряженные операторы (случай неограниченных операторов).
19. Типы разрешимости операторных уравнений. Условия однозначной и плотной разрешимости.
20. Методы теории экстремальных задач.
21. Методы теории некорректных задач.
22. Методы общей теории терационных процессов.
23. Функциональные зависимости, которые могут быть предложены для описания процесса увеличения численности биологических популяций.
24. Компартментные модели в биологии, определения и примеры.
25. Генетические алгоритмы моделирования.
26. Критерии выбора оптимальной модели из некоторого семейства при описании заданного множества данных наблюдений.
27. Простейшие модели на основе ОДУ и дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, которые имеют осциллирующие решения.
28. Полулагранжев метод для численного решения одномерного уравнения переноса–сущность, критерий устойчивости, достоинства и недостатки. Принципы построения варианта полулагранжева метода, сохраняющего массу переносимого вещества.
29. Линейные монотонные схемы для гиперболических уравнений. Теорема Годунова. Примеры линейных монотонных схем.
30. Нелинейные монотонные схемы для гиперболических уравнений. Пример построения. Схема Лакса-Вендроффа.
31. Нелинейная неустойчивость. (Уравнение Бюргерса) Пример неустойчивой схемы. Построение устойчивой разностной схемы для этого уравнения.
32. Постановка задач анализа данных: задачи регрессии, классификации. Основные типы данных. Обучение с учителем, обучение без учителя.
33. Линейная регрессия, логистическая регрессия, метод опорных векторов, решающие деревья. Нейронные сети (определение)
34. Понятие переобучения в машинном обучении, смещение и дисперсия. Размерность Вапника-Червоненскиса. Теорема Вапника (бездоказательства) и следствия из нее.
35. Метод циклической редукции как двухсеточный метод.
36. Метод вложенных рассечений.
37. Варианты метода секущих; метод Андерсона.

## **Список рекомендованной литературы**

1. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970.
2. Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов. М.: МАКС Пресс, 2015.
3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. М.: Физматлит, 2012.
4. Сетуха А.В. Численные методы интегральных уравнений и их приложения. М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2014.
5. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления - СПб. БХВ-Петербург, 2002.
6. Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М.: Издательство Московского университета, 2013.
7. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Пер. с англ. М.: Мир, 1991 г., в2 т.
8. Bishop C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. — Springer, 2006. — 738р.
9. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning. Springer, 2014.  
— 739 p.
10. George J.W.-H. Liu. Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems. Prentice-Hall, New Jersey, 1981. --- 324 pp.
11. S. Schaffer. A semicoarsening multigrid method for elliptic partial differential equations with highly discontinuous and anisotropic coefficients. SIAM J. Sci. Comput. 20(1): 228--242, 1998.
12. H.-R. Fang, Y. Saad. Two classes of multisecant methods for nonlinear acceleration. Numer. Lin. Alg. Appl. 16(3): 197--221, 2009. doi:10.1002/nla.617.