Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Введение в численные методы**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические и компьютерные методы решения задач естествознания**

**Математические методы обработки информации и принятия решений**

**Системное программирование и компьютерные науки**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Дисциплина относится к базовой части ОПОП ВО

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу и линейной алгебре в объеме, соответствующем программе первого года обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки»

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

* **ОПК-1.Б** Способность применять и адаптировать существующие математические и компьютерные методы для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач в области фундаментальной и прикладной математики

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. базовые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

2. основные методы интерполяции функций.

3. квадратурные формулы и способы их построения.

4. основные понятия разностных схем, базовые методы для численное интегрирование обыкновенных дифференциальных  
уравнений.

**Уметь:**

1. применять полученные теоретические знания для решения модельных задач.

**Владеть:**

1. навыками исследования сходимости и точности численных алгоритмов.

**4.** Формат обучения: лекции с использованием меловой доски

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е. (108 часов), в том числе 36 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 72 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, часы** | | | **Самостоятельная работа обучающегося,**  **часы** |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| **Решение систем линейных алгебраических уравнений.**  Прямые методы решения СЛАУ. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Решение СЛАУ с трехдиагональнои матрицей методом прогонки.  Обусловленность СЛАУ. Норма матрицы. Корректность решения СЛАУ. Число обусловленности матрицы и его оценка.  Итерационные методы решения СЛАУ. Построение итерационной последовательности, проблема сходимости, теорема о достаточном условии сходимости. Метод простой итерации, метод Зейделя и метод верхней релаксации | **15** | 10 |  | **10** | 9 |
| **Приближение функций.**  Проблема приближения функции, заданной таблично, с помощью функции непрерывного аргумента.  Интерполирование полиномами. Существование и единственность решения задачи построения интерполяционного полинома. Запись интерполяционного полинома в форме Лагранжа. Погрешность интерполирования.  Проблема интерполирования больших таблиц. Интерполирование сплайнами. Определение кубического сплайна. Сведение задачи построения кубического сплайна к системе линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, существование и единственность решения. Погрешность интерполирования сплайнами. | **12** | 8 | 0 | **0** | **9** |
| **Численное интегрирование.**  Формула Ньютона-Лейбница и проблема численного интегрирования. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Сходимость и точность. Апостериорная оценка погрешности вычисления интеграла по квадратурным формулам с разным числом точек.  Задача построения оптимальной квадратурной формулы. Постановка задачи Гауссом. Полиномы Лежандра. Узлы и веса квадратурных формул Гаусса. | **15** | 10 | 0 | **10** | **9** |
| **Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.**  Сеточные функции, разностная аппроксимация производных первого и второго порядка.  Численное решение задачи Коши. Методы Эйлера. Сходимость и точность метода. Проблема повышения точности. Методы Рунге-Кутта и Адамса.  Численное решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка.  Разностная аппроксимация задачи на собственные значения. | **12** | 8 | 0 | **0** | **9** |
| Аттестация: устный экзамен | **36** | 0 | 0 | **0** | **36** |
| **Итого** | **108** | **36** | **0** | **36** | **72** |

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Вопросы к экзамену.

1. Прямые методы решения СЛАУ. Метод Гаусса.
2. Трехдиагональные системы линейных алгебраических уравнений. Метод прогонки.
3. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности.
4. Одношаговые итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости.
5. Метод простой итерации.
6. Метод Зейделя.
7. Метод верхней релаксации.
8. Интерполирование полиномами. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.
9. Погрешность интерполяционного полинома.
10. Интерполирование с кратными узлами. Полиномы Эрмита
11. Интерполирование сплайнами.
12. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций.
13. Квадратурные формулы Симпсона.
14. Квадратурные формулы Гаусса.
15. Сеточные функции. Разностная аппроксимация первой и второй производной.
16. Метод Эйлера.
17. Метод Рунге-Кута.
18. Метод Адамса.
19. Сетки, сеточные функции. Аппроксимация первой и второй производной.
20. Разностная аппроксимация краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

Типовые задачи для экзамена.

|  |
| --- |
| 1. Рассмотреть задачу Коши    Сделать для нее один шаг по методу Рунге-Кутта с при .  Сравнить результат с точным решением.  2. Найти число обусловленности матрицы . |

Экзаменационный билет состоит из одного вопроса и задачи, например

1. Одношаговые итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости**.**
2. Дана система уравнений

2x + y = 4

x + y = 3:

Записать метод простой итерации и указать, при каких значениях итерационного параметра он сходится.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)** | | | | |
| Оценка  РО и соответствующие виды оценочных средств | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания**  *Экзамен* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Навыки  (владения, опыт деятельности)**  *Экзамен* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

|  |  |
| --- | --- |
| **Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)** | |
| Результаты обучения | Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения |
| **Знать:**  Базовые вычислительные методы линейной алгебры, основные способы интерполяции и приближения функций, квадратурные формулы, численные методы решения задачи Коши, краевой задач для обыкновенных дифференциальных уравнений  **Уметь:**  Применять на практике и проводить сравнительный анализ рассмотренных численных алгоритмов  **Владеть:**  Базовыми методами исследования численных алгоритмов. | ОПК-1.Б |

8. Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

1. Костомаров Д.П., Фаворский А.П. Вводные лекции по численным методам . –М.: Логос, 2004, 184с.

Дополнительная литература:

1. Самарский А.А. Введение в численные методы. –М.: Наука, 1987, 288 с.

2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. –М.: Наука, 1978, 432 с.

Материально-техническкое обеспечение: аудитория с партами и меловой доской.

9. Язык преподавания - русский.

10. Преподаватели: профессор факультета ВМК МГУ С.И.Мухин,

доценты факультета ВМК МГУ В.В.Нефедов, М.М.Хапаев.

11. Авторы программы: профессора факультета ВМК МГУ Д.П.Костомаров, А.П.Фаворский.