

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова



Е.И. Моисеев

«\_\_\_» 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Введение в квантовую теорию»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль) – «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей»

2015

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Введение в квантовую теорию

### **2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### **3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ**

Направление подготовки – 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника». Направленность (профиль) – «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей»

### **4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина входит в вариативную часть образовательной программы.

### **5 АННОТАЦИЯ**

Дисциплина «Квантовая механика и квантовые вычисления» содержит основные сведения по квантовой теории в изложении, предназначенном для аспирантов с базовой математической и программистской подготовкой: пространство квантовых состояний, операторы физических величин, уравнение Шредингера, унитарные эволюции и измерения, матрица плотности, запутанность, формализм Дирака, векторизация матричных уравнений, квантовая гидродинамика Бома-де Броиля, а также вычислительные методы: метод Хартри-Фока, диффузионный метод Монте-Карло, и начала квантовой томографии. Даются начальные сведения из теории квантовых компьютеров: методы реализации квантовых гейтов, и квантовых вычислений: алгоритм Гровера, а также методы численного моделирования многочастичных квантовых систем.

The discipline "Quantum mechanics and quantum computations" will provide some basic information on quantum theory in the form arranged for postgraduates with the basic mathematical and programming education: the space of quantum states, operators of physical quantities, Schrödinger equation, unitary evolution and measurement, density matrix, entanglement, the formalism of Dirac, vectorization of mathix equations, quantum hydrodynamics of de Brohile-Boom, and also computational methods, Hartry-Fock, diffusion Monte-Carlo method, and initial notions of quantum to-

mography. The basic data is given on the theory of quantum computers: methods of implementing quantum gates, and quantum computations: Grover's algorithm, as well as methods for the numerical simulation of many-particle quantum systems.

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)	ЗНАТЬ: классические математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий; УМЕТЬ: применять классические методы построения и анализа математических моделей; ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора методов и средств построения и анализа математических моделей.
Владение современными алгоритмами разработки программного обеспечения вычислительных комплексов (ПК-3)	ЗНАТЬ: современные алгоритмы разработки программного обеспечения вычислительных комплексов; УМЕТЬ: применять современные алгоритмы разработки программного обеспечения вычислительных комплексов; ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора современных алгоритмов разработки программного обеспечения вычислительных комплексов.
Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их	ЗНАТЬ: классические методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также базовые методы разработки и реализации алгоритмов их

<p>решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики</p>	<p>решения;</p> <p><b>УМЕТЬ:</b> применять классические методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также базовые методы разработки и реализации алгоритмов их решения;</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> базовыми навыками выбора методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методов разработки и реализации алгоритмов их решения.</p>
--	---

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## **6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часа.

72 часа составляет контактная работа с преподавателем – 32 часов занятий лекционного типа, 26 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 4 часа групповых консультаций, 8 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа промежуточной аттестации.

36 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

## **7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учащиеся должны владеть знаниями по программированию, математическому анализу, линейной алгебре, дифференциальным уравнениям и краевым задачам, численным методам в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

## **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В процессе обучения используются пакеты прикладных программ МАТЕМАТИКА, язык программирования Python, пакет прикладных программ Lapack, методы распараллеливания OpenMP и MPI.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа учащегося, часы			
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего		
<b>Тема 1. Основные понятия квантовой механики</b>  Классическое и квантовое пространство состояний, эрмитовы и унитарные операторы, измерения и унитарная эволюция. Уравнение Шредингера и решение задачи Коши для него. Представление физических величин опера-	<b>36</b>	12	10	-	-	2	<b>24</b>	12	-	<b>12</b>

<p>торами. Операторы координаты, импульса, энергии, их собственные значения и собственные функции. Дельта-функции. Формализм Дирака. Понятие дискретизации, сопряженное пространство. Понятие измерения.</p> <p>Вычисление энергии основного состояния на компьютере. Метод Харти-Фока. Диффузионный метод Монте-Карло.</p> <p>Тензорное произведение пространств, состояний и операторов. Запутанные состояния и запутывающие операторы. Частичные измерения и относительная матрица плотности.</p> <p>Чистые и смешанные состояния. Квантовая томография. Уравнение Шредингера для матрицы плотности. Разложение Шмидта и степень двухчастичной запутанности.</p>									
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Неравенство Белла. Квантовая нелокальность. Протокол телепортации.										
<b>Тема 2. Принцип интерференции.</b>  Принцип интерференции как основа матричной механики. Понятие интеграла по путям Фейнмана. Эквивалентность интегрирования по путям и уравнения Шредингера. Случай свободной частицы и гармонического осциллятора.  Соотношение неопределенности Бора-Гейзенберга для координаты и импульса. Аналитическая и алгебраическая формулировки принципа неопределенности.  Оптическая иллюстрация принципа интерференции. Переход от классического описания систем	<b>16</b>	4	4	-	-	2	<b>10</b>	6	-	<b>6</b>

мы к квантовому в терминах компьютерного моделирования квантовой динамики.										
<b>Тема 3. Элементы теории момента количества движения.</b>  Момент импульса и его собственные значения и функции. Правила коммутации операторов. Коммутативные соотношения для компонентов момента.  Обобщенный оператор момента и его отличие от момента импульса. Эксперимент Штерна-Герлаха и его интерпретация. Понятие спина электрона. Уравнение Шредингера для электрона со спином. Матрицы Паули. Спинорные волновые функции.  Бозоны и фермионы в терминах спина. Принцип запрета Паули.	<b>16</b>	4	4	-	-	2	<b>10</b>	6	-	<b>6</b>

Спин композитной системы на примере 2 электронов. Различные базисы. Коэффициенты Клебша-Гордана.										
<b>Тема 4. Элементы квантовых вычислений.</b>  Классические вычисления с оракулом и их сложность. Обратимый оракул. Понятие квантового алгоритма и квантового вычисления. Квантовый оракул. Квантовый параллелизм. Квантовое ускорение. Алгоритм Гровера для переборной задачи, его разновидности и оптимальность. Понятие нижних оценок квантовой сложности.  Квантовые гейты и их массивы. Квантовое преобразование Фурье и его сложность. Схема Абрамса-Ллойда и ее применение для факторизации целых чисел. Понятие алгоритма Шора (без под-	<b>34</b>	10	10	-	-	2	<b>22</b>	12	-	<b>12</b>

робного доказательства).  Квантовое моделирование реальных микросистем. Алгоритм Залки-Визнера.  Физическое конструирование квантовых гейтов на примере зарядовых кубитов. Гейт CNOT Валиева-Федичкина. Требования к качеству квантовых гейтов. Квантовая коррекция ошибок. Код Шора. Декогерентность и методы ее преодоления.										
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>42</b>	-	-	2	-	4	<b>6</b>	36	-	<b>36</b>
<b>Итого</b>	<b>108</b>					<b>72</b>			<b>36</b>	

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ**

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к практическим заданиям текущего контроля и промежуточной аттестации.

## **11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Основная учебно-методическая литература

- 1) Р.Фейнман, Д.Лейтон, П.Сэндз, «Квантовая механика», М.Наука, 2006.

- 2) Дж. Прескилл, «Квантовые вычисления и квантовые коммуникации» (1,2,3 тома), М.:Бином, 2009. Электронный вариант: Jh. Preskill, Quantum computations and communications, Lecture Notes in Computer Science, 2001.
- 3) Д.А.Кронберг, Ю.И.Ожигов, А.Ю.Чернявский, «Квантовая информатика и квантовый компьютер», изд.-во Макс-Пресс, МГУ, М. 2011.

Дополнительная учебно-методическая литература

- 1) Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, «Квантовая механика. Нерелятивистская теория», М.Наука, Физ-мат. Лит. 1971.
- 2) Д.А.Кронберг, Ю.И.Ожигов, А.Ю.Чернявский, «Алгебраический аппарат квантовой информатики», изд.-во Макс-Пресс, МГУ, М. 2011.
- 3) Ю.И.Ожигов, «Квантовые вычисления», изд.-во Макс-Пресс, МГУ, 2003.
- 4) К.Коэн-Таннуджи, Б.Диу, Ф.Лалоз, «Квантовая механика.» тома 1,3. М., URSS, 2016. - 412 стр.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- 1) <http://www.arxiv.org, quant-ph>
- 2) <http://sci.cs.msu.ru/>
- 3) <http://sqi.cs.msu.su/learning/materials>

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

В процессе обучения используются пакеты прикладных программ МАТЕМАТИКА, Lapack.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины желательно иметь на ноутбуках слушателей установленный пакет МАТЕМАТИКА, или интерпретатор Python, а также подключение к Интернет.

## **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

## **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

д.ф.- м.н., профессор Ожигов Юрий Игоревич (ozhigov@cs.msu.su)

## Приложение

### Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

Промежуточная аттестация состоит из двух этапов – выполнения практического контрольного задания, проверяющего приобретенные учащимся умения и навыки, и индивидуального собеседования, проверяющего приобретенные знания.

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовле-творитель-но	Неудовлетворитель-но	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий <b>Код 31 (ОПК-1)</b>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	В целом сформированные, но неполные знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Сформированные систематические знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять со-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные	В целом успешное, но не систематическое	Успешное, но содержащее отдельные	Сформированное умение применять	отчет

временные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики <b>Код У1 (ОПК-1)</b>		методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	пробелы умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	
ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики <b>Код В1 (ОПК-1)</b>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	отчет
ЗНАТЬ: современные алгоритмы разработки программного обеспечения вычислительных комплексов; <b>Код З1 (ПК-3)</b>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных алгоритмах разработки программного обеспечения вычислительных комплексов	В целом сформированные, но неполные знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	Сформированные систематические знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные алгоритмы разработки программного обеспечения	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные алгоритмы разработки программного обеспечения вычислительных комплексов	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные алгоритмы разработки программного обеспечения	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные алгоритмы разработки программного обеспечения	Сформированное умение применять современные алгоритмы разработки программного обеспечения вычис-	отчет

вычислительны х комплексов <b>Код У1 (ПК-3)</b>			вычислительных комплексов	обеспечения вычислительных комплексов	лительных ком- плексов	
ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора современных алгоритмов разработки программного обеспечения вычислительны х комплексов <b>Код В1 (ПК-3)</b>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владе- ние базовыми навыками выбора современных алгоритмов разработки программного обеспечения вычислительных комплексов	В целом успешное, но не полное владение базовыми навыками выбора современных алгоритмов разработки программного обеспечения вычислительных комплексов	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение базовыми навыками выбора современных алгоритмов разработки программного обеспечения вычислительных комплексов	Сформированное владение базовыми навыками выбора современных алгоритмов разработки программного обеспечения вычислительных комплексов	отчет
ЗНАТЬ: современные методы по- строения и анализа математических моделей, воз- никающих при решении есте- ственнонауч- ных задач, а также совре- менные мето- ды разработки и реализации алгоритмов их решения <b>Код З1 (ПК-1)</b>	Отсутствие знаний	Фрагментарные пред- ставления о современ- ных методах построе- ния и анализа матема- тических моделей, возникающих при ре- шении естественнона- учных задач, а также современных методах разработки и реализа- ции алгоритмов их решения	В целом сформирован- ные, но неполные зна- ния о современных методах построения и анализа математиче- ских моделей, возни- кающих при решении естественнонаучных задач, а также совре- менных методах раз- работки и реализации алгоритмов их реше- ния	Сформированные, но содержащие отдель- ные пробелы знания о современных мето- дах построения и анализа математиче- ских моделей, возни- кающих при ре- шении естественно- научных задач, а так- же современных методах разработки и реализации алго- ритмов их решения	Сформированные систематические знания о современ- ных методах по- строения и анализа математических моделей, возни- кающих при реше- нии естественнона- учных задач, а так- же современных методах разработки и реализации алго- ритмов их решения	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять со-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные	В целом успешное, но не систематическое	Успешное, но содержащее отдельные	Сформированное умение применять	отчет



зации алго- ритмов их ре- шения <b>Код В1 (ПК-1)</b>					
---	--	--	--	--	--

### **Фонды оценочных средств**

#### **Примерные практические контрольные задания для текущего контроля успеваемости.**

ПКЗ ТК1. Численное решение краевой задачи Коши для уравнения Шредингера для одномерной частицы в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины  $L\sqrt{c}$  при начальном распределении амплитуд  $f(0,x)$ , и найти константу нормировки  $c$ :

Примерные варианты заданий:

1.  $f(0,x) = -c \sin(2x)$
2.  $f(0,x) = c \sin(3x)$
3.  $f(0,x) = c \sin^2(x)$
4.  $f(0,x) = c \sin^2(4x)$

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

ПКЗ ТК2. Вычисление относительной матрицы плотности - для первого кубита, если задано двух-кубитное состояние вида

1.  $0.5 (|01\rangle - |00\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$
2.  $0.5 (i |01\rangle + |00\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$
3.  $0.5 (|00\rangle - i |01\rangle - |10\rangle - |11\rangle)$
4.  $0.5 (|00\rangle + i |01\rangle + i |10\rangle + |11\rangle)$ .

ПКЗ ТК3. Определение степени запутанности ненормированного состояния

- 1).  $|00\rangle - i |11\rangle$ ,
- 2).  $|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle$ ,
- 3).  $|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle$ .

### **Список вопросов для индивидуального собеседования на промежуточной аттестации.**

- 1) Общий вид однокубитового унитарного оператора.
- 2) Определение возможности одновременного измерения по двум наблюдаемым, заданным эрмитовыми матрицами.
- 3) Связь разложения Шмидта двух-кубитных состояний и SVD- разложения матрицы.
- 4) Свойства матрицы плотности.
- 5) Детальное описание протокола квантовой томографии для одного кубита. Проблема выбора базисов измерения для квантовой томографии n кубитов. Сложность томографического восстановления квантового состояния n кубитов (с обоснованием).
- 6) Чистые и смешанные состояния одного кубита в терминах сферы Блоха.
- 7) Распознавание запутывающих двух-кубитных унитарных операторов.
- 8) Вычисление тензорного произведения операторов.
- 9) Квантовое преобразование Фурье в случае одного и двух кубитов. Приближенное квантовое преобразование Фурье и его сложность. Связь дискретного и непрерывного преобразования Фурье с квантовой версией.
- 10) Переход от координатного базиса к импульсному в пространстве одной одномерной и одной двумерной частицы.
- 11) Алгоритм Гровера в случае известного числа решений. Сложность по сравнению с классическим перебором.
- 12) Алгоритм Гровера в случае неизвестного числа решений. Реализация алгоритма Гровера для двух кубитов.
- 13) Решение уравнения Шредингера на квантовом компьютере. Оценка числа требуемых кубитов.
- 14) Нахождение явного вида матрицы Уолша-Адамара.
- 15) Конструирование массива квантовых гейтов, реализующих алгоритм Гровера для 3 кубитов.
- 16) Численное решение задачи Коши уравнения Шредингера для системы 10 кубитов при заданном гамильтониане с использованием пакета MATHEMATICA, или Python со сторонними модулями.
- 17) Возможность применения программы численного нахождения основного состояния при заданном потенциале по диффузионному методу Монте-Карло для нахождения первого возбужденного состояния: развернутое объяснение.
- 18) Сравнение устойчивости запутанных состояний разных типов запутанных состояний 3 кубитов к ошибкам общего вида. Коррекция таких ошибок, возникающих для стационарного состояния. Метод коррекции ошибок, возникающих в ходе квантового вычисления.
- 19) Сложность схемы Залки-Визнера по памяти и времени. Распараллеливание при моделировании квантовых эволюций.
- 20) Границы возможностей для распараллеливания квантовых эволюций. Квантовый аналог GMSP – проблемы.
- 21) Связь унитарных квантовых ошибок со случайными измерениями. Метод коррекции в случае открытой квантовой системы.

### **Примерное практическое контрольное задание для промежуточной аттестации.**

ПКЗ ПА. Построение графика зависимости от времени степени запутанности трех-кубитной системы, эволюционирующей с заданным гамильтонианом, с использованием пакета MATHEMATICA или Python.

На каждом 10-шаге унитарной эволюции рассчитывается число Шмидта для заданного разбиения кубитов на 2 группы. Результат визуализируется стандартными средствами.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

Практическое контрольное задание для промежуточной аттестации является довольно объемным, поэтому частично выполняется в качестве четвертого задания для текущего контроля успеваемости. Выполнение каждого практического задания текущего контроля успеваемости может принести максимум 25 баллов, в итоге по результатам работы в семестре учащийся может набрать максимум 100 баллов. На промежуточной аттестации можно также набрать 100 баллов – 60 баллов максимум по итогам индивидуального собеседования и 40 баллов максимум за выполнение практического контрольного задания. Итоговая сумма, не меньшая 170, соответствует оценке «отлично», от 135 до 169 – оценке «хорошо», от 90 до 134 – оценке «удовлетворительно», меньшая 90 – оценке «неудовлетворительно».