

Ф. П. Васильев

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

ЧАСТЬ II

Оптимизация в функциональных пространствах.

Регуляризация. Аппроксимация

Издание новое,
переработанное и дополненное

Допущено Учебно-методическим объединением по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности ВПО 010501 «Прикладная математика и информатика»

Москва
Издательство МЦНМО
2011

УДК 519.6(075.8)

ББК 22.19

В19

Васильев Ф. П.

В19 Методы оптимизации: В 2-х кн. — Новое изд., перераб. и доп. — М.: МЦНМО, 2011.

ISBN 978-5-94057-706-5

Кн. 2. — 433 с. — ISBN 978-5-94057-708-9

В книге изложены численные методы решения задач оптимизации. Приводятся теоретическое обоснование и краткие характеристики этих методов. Рассматриваются задачи минимизации функций в конечномерных и бесконечномерных пространствах, а также задачи оптимального управления процессами, описываемыми системами обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

Для студентов вузов по специальности «Прикладная математика» и специалистов в области задач оптимизации.

Предыдущее издание книги вышло в 2002 г. в издательстве «Факториал».

ББК 22.19

ISBN 978-5-94057-708-9



ISBN 978-5-94057-706-5

ISBN 978-5-94057-708-9 (кн. 2)

© Васильев Ф. П., 2011

© МЦНМО, 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к новому изданию	7
Предисловие	8

ЧАСТЬ I КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ. ПРИНЦИП МАКСИМУМА. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Глава 1. Методы минимизации функций одной переменной	12
§ 1. Постановка задачи	12
§ 2. Классический метод	17
§ 3. Метод деления отрезка пополам	19
§ 4. Метод золотого сечения. Симметричные методы	21
§ 5. Об оптимальных методах	24
§ 6. Метод ломаных	29
§ 7. Методы покрытий	33
§ 8. Выпуклые функции одной переменной	37
§ 9. Метод касательных	44
§ 10. Метод Стронгина	48
Глава 2. Классическая теория экстремума функций многих переменных	56
§ 1. Постановка задачи. Теорема Вейерштрасса	56
§ 2. Классический метод решения задач на безусловный экстремум	67
§ 3. Задачи на условный экстремум. Необходимые условия первого порядка	73
§ 4. Необходимые условия экстремума второго порядка	82
§ 5. Достаточные условия экстремума	99
§ 6. Вспомогательные предложения	103
Глава 3. Элементы линейного программирования	112
§ 1. Постановка задачи	112
§ 2. Геометрическая интерпретация. Угловые точки	119
§ 3. Симплекс-метод. Антициклон	124
§ 4. Поиск начальной угловой точки	153
§ 5. Условие разрешимости задач линейного программирования. Теоремы двойственности	158

Глава 4. Элементы выпуклого анализа	171
§ 1. Выпуклые множества	171
§ 2. Выпуклые функции	184
§ 3. Сильно выпуклые функции	206
§ 4. Проекция точки на множество	213
§ 5. Отделимость выпуклых множеств	219
§ 6. Субградиент. Субдифференциал	230
§ 7. Равномерно выпуклые функции	240
§ 8. Обоснование правила множителей Лагранжа	244
§ 9. Теорема Куна-Таккера. Двойственная задача	252
Глава 5. Методы минимизации функций многих переменных	276
§ 1. Градиентный метод	276
§ 2. Метод проекции градиента	293
§ 3. Метод проекции субградиента	303
§ 4. Метод условного градиента	307
§ 5. Метод возможных направлений	314
§ 6. Проксимальный метод	324
§ 7. Метод линеаризации	331
§ 8. Квадратичное программирование	335
§ 9. Метод сопряженных направлений	340
§ 10. Метод Ньютона	348
§ 11. Непрерывные методы с переменной метрикой	356
§ 12. Метод покоординатного спуска	359
§ 13. Метод покрытия в многомерных задачах	364
§ 14. Метод модифицированных функций Лагранжа	367
§ 15. Экстраградиентный метод	373
§ 16. Метод штрафных функций	378
§ 17. Доказательство необходимых условий экстремума первого и второго порядков с помощью штрафных функций	397
§ 18. Метод барьерных функций	407
§ 19. Метод нагруженных функций	416
§ 20. О методе случайного поиска	428
§ 21. Общие замечания	432
Глава 6. Принцип максимума Понтрягина	437
§ 1. Постановка задачи оптимального управления	437
§ 2. Формулировка принципа максимума. Примеры	450
§ 3. Доказательство принципа максимума	472
§ 4. Принцип максимума для задач оптимального управления с фа- зовыми ограничениями	499
§ 5. Связь между принципом максимума и классическим вариаци- онным исчислением	532

Глава 7. Динамическое программирование	536
§ 1. Схема Беллмана. Проблема синтеза для дискретных систем . . .	536
§ 2. Схема Моисеева	549
§ 3. Проблема синтеза для систем с непрерывным временем	555
§ 4. Достаточные условия оптимальности	563
Список литературы	570
Дополнительный список литературы	604
Предметный указатель	611
Обозначения	615

ЧАСТЬ II

ОПТИМИЗАЦИЯ В ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ. АППРОКСИМАЦИЯ

Глава 8. Методы минимизации в функциональных пространствах	631
§ 1. Предварительные сведения. Обозначения	632
§ 2. Теорема Вейерштрасса в функциональных пространствах . . .	639
§ 3. Дифференцирование. Условия оптимальности	661
§ 4. Методы минимизации	694
§ 5. Градиент в задаче оптимального управления со свободным правым концом	711
§ 6. Градиент в задаче оптимального управления с дискретным временем	726
§ 7. Оптимальное управление процессом нагрева стержня	733
§ 8. Оптимальное управление колебательными процессами	746
§ 9. Оптимальное управление процессами, описываемыми уравнением Гурса-Дарбу	757
§ 10. Взаимодвойственные задачи управления и наблюдения	762
§ 11. Метод моментов	772
Глава 9. Методы решения неустойчивых задач оптимизации	786
§ 1. Постановка задачи. Устойчивые и неустойчивые задачи минимизации	786
§ 2. Методы регуляризации для решения неустойчивых задач первого типа	795
§ 3. Стабилизатор. Леммы о регуляризации	803
§ 4. Метод стабилизации	812
§ 5. Метод невязки	830
§ 6. Метод квазирешений	834
§ 7. Методы регуляризации с расширением множества	838
§ 8. Регуляризованный метод проекции градиента	846
§ 9. Регуляризованный метод условного градиента	855
§ 10. Регуляризованный экстраградиентный метод	863
§ 11. Регуляризованный проксимальный метод	874
§ 12. Регуляризованный метод Ньютона	880

§ 13. Регуляризованный непрерывный метод проекции градиента . . .	891
§ 14. Метод динамической регуляризации	899
Глава 10. Аппроксимация экстремальных задач	907
§ 1. Разностная аппроксимация квадратичной задачи оптимального управления	907
§ 2. Общие условия аппроксимации	917
§ 3. Разностная аппроксимация для квадратичной задачи с фазовыми ограничениями	926
§ 4. Регуляризация аппроксимаций экстремальных задач	933
§ 5. Разностная аппроксимация квадратичной задачи с переменной областью управления	943
§ 6. Аппроксимация задачи быстродействия	952
§ 7. Разностная аппроксимация задачи об оптимальном нагреве стержня	960
§ 8. Об аппроксимации максиминных задач	983
Рекомендации по использованию книги	996
Список литературы	1006
Дополнительный список литературы	1040
Предметный указатель	1047
Обозначения	1052