

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**Ф.П. Васильев, М.А. Куржанский,
М.М. Потапов, А.В. Разгулин**

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВОЙСТВЕННЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ

Учебно-методическое пособие



МОСКВА – 2010

УДК 519.6:519.853.2:517.977.58:517.983.54(075.8)

ББК 22.193я73

П75

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М.В. Ломоносова*

Рецензенты:

академик РАН В.А. Ильин, профессор А.В. Арутюнов

П75 Приближенное решение двойственных задач управления и наблюдения: Учебно-методическое пособие/ Васильев Ф.П., Куржанский М.А., Потапов М.М., Разгулин А.В. – М.: Издательский отдел факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова (лицензия ИД № 05899 от 24.09.2001); МАКС Пресс, 2010. – 384 с.

ISBN 978-5-89407-418-4

ISBN 978-5-317-03217-3

В книге рассматриваются двойственные задачи управления и наблюдения для линейных систем математической строгости постановок задач управления и наблюдения в подходящих взаимно сопряженных гильбертовых пространствах, а также исследованию свойств управляемости и наблюдаемости. Главные усилия авторов направлены на разработку устойчивых численных методов решения этих задач, основанных на конечномерных аппроксимациях соответствующих динамических систем при наличии помех. Книга предназначена студентам и аспирантам, специализирующимся в области теории и методов оптимизации, но может представлять интерес и для специалистов в области управления, обратных задач и методов решения неустойчивых задач.

382 стр., рис.: 6, табл.: 3, библиогр.: 281 наим.

УДК 519.6:519.853.2:517.977.58:517.983.54(075.8)

ББК 22.193я73

ISBN 978-5-89407-418-4
ISBN 978-5-317-03217-3

© Факультет вычислительной математики
и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, 2010
© Ф.П. Васильев, М.А. Куржанский, М.М. Потапов,
А.В. Разгулин, 2010

Оглавление

Введение	5
Список обозначений	10
1 Двойственные задачи управления и наблюдения. Вспомогательный аппарат	13
1.1 Правило составления двойственных задач управления и наблюдения	13
1.2 Элементы теории линейных операторных уравнений в гильбертовых пространствах	20
1.3 Принцип двойственности	33
1.4 О методах решения задач управления и наблюдения с неточно заданными входными данными	38
2 Двойственные задачи управления и наблюдения для линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений	55
2.1 Постановка двойственных задач	55
2.2 Формула Коши	59
2.3 Условия управляемости и наблюдаемости. Теоремы Калмана, Красовского	67
3 Двойственные задачи управления и наблюдения для линейных систем с дискретным временем	75
3.1 Постановка задач	75
3.2 Формула Коши для дискретных систем	77
3.3 Критерии управляемости и наблюдаемости	80
3.4 Разностная аппроксимация задач управления и наблюдения для линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений	84
4 Двойственные задачи управления и наблюдения для уравнения колебаний струны с граничными управлениями первого рода	93
4.1 Предварительная постановка задач	93
4.2 Априорные оценки	95
4.3 Существование и единственность обобщенного решения задачи (4.1.1)–(4.1.3)	104
4.4 Существование и единственность обобщенного решения сопряженной задачи (4.1.7)–(4.1.9)	115

4.5	Строгая постановка задач управления и наблюдения. Условие их разрешимости	119
4.6	Разностные операторы	135
4.7	Аппроксимирующие операторы	139
4.8	Равномерная ограниченность аппроксимирующих операторов . . .	145
4.9	Поточечная сходимость аппроксимирующих операторов	158
4.10	Применение вариационного метода: сходимость приближенных решений и численная реализация	166
5	Другие двойственные задачи управления и наблюдения для уравнения колебаний струны	177
5.1	Задачи управления и наблюдения с граничными условиями 2-го и 3-го рода	177
5.2	Задачи управления и наблюдения, когда на одном конце струны граничное условие 1-го рода, на другом конце — условие 2-го или 3-го рода	215
5.3	Зонное управление и наблюдение	226
6	Задачи управления и наблюдения для уравнения поперечных колебаний стержня	253
6.1	Постановка задач	253
6.2	Аппроксимирующие операторы	268
6.3	Оценки решений разностных задач	273
6.4	Равномерная ограниченность и поточечная сходимость аппроксимирующих операторов	288
7	Вспомогательные сведения	309
7.1	Оператор Рисса. Отождествление гильбертовых пространств по Риссу. Операторные уравнения со взаимосопряженными операторами	309
7.2	О канонической тройке вложений	324
7.3	О собственных функциях	345
7.4	Элементы теории функций со значениями из гильбертовых пространств	356
	Литература	367