Московский Государственный Университет
им. М.В.Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

На правах рукописи

Цибанов Владимир Николаевич

РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЕ МЕТОДЫ ФИЛЬТРАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2008

Работа выполнена на кафедре Математической физики факультета Вычислительной математики и кибернетики Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:	кандидат физико-математических наук А.С. Крылов
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук И.В. Кочиков кандидат физико-математических наук В.В. Степанов
Ведущая организация:	Филиал ФГУП государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-ПРОГРЕСС» – научно-производственное предприятие «Оптико-электронные комплексы и системы».

Защита диссертационной работы состоится ___ мая 2008г., в ______ на заседании диссертационного совета Д 501.001.43 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, 2-й учебный корпус, факультет вычислительной математики и кибернетики, ауд. 685.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ.

Автореферат разослан “______” апреля 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук, профессор
Захаров Евгений Владимирович

Актуальность темы.

В последнее время одной из наиболее важных областей применения методов математического моделирования и компьютерных технологий является обработка и анализ изображений.

Широкий класс задач обработки изображений требует для своего решения разработки вычислительных методов, обеспечивающих устойчивость получаемых результатов. Примерами таких задач являются фильтрация зашумленных изображений, восстановление смазанных фотоснимков, увеличение разрешения изображений. К этому классу относится и задача выделения контуров объектов на фотографиях, приводящая к некорректно поставленной задаче численного дифференцирования.

В то же время, быстрое развитие компьютерной техники позволяет использовать все более трудоемкие с вычислительной точки зрения математические методы и алгоритмы и ставит новые задачи. Например, если в предыдущие годы наиболее актуальным приложением задачи фильтрации изображений являлось подавление блочного эффекта, то в настоящее время, крайне важной стала задача подавления эффекта Гиббса, характерная для современных методов сжатия изображений, например вейвлетной компрессии. Это приводит к необходимости создания новых эффективных математических методов решения задач обработки изображений.

Методы, позволяющие добиться требуемой устойчивости результатов обработки изображений, строятся на основе регуляризирующих алгоритмов. Область их применимости, наряду с созданием и модификацией методов регуляризации, постоянно растет.

В связи с этим, разработка регуляризирующих методов фильтрации и восстановления изображений, создание на их основе программного комплекса для решения современных задач обработки и анализа изображений представляет собой важную и актуальную задачу.

Цель работы. Целью диссертационной работы является разработка и программная реализация вариационных регуляризирующих методов решения задач повышения качества фотографий и выделения контуров объектов на зашумленных изображениях.

Научная новизна работы

- Исследованы методы фильтрации сигналов и подавления шума на изображениях методом регуляризации А.Н. Тихонова, основанные на аналитическом решении уравнения Эйлера.
- Предложен регуляризирующий метод для выделения контуров объектов на зашумленных фотографиях.
- Разработан новый метод обработки изображений, основанный на построении квазирешения на компактном множестве функций ограниченной вариации.

Практическая значимость работы

- Создан комплекс программ на базе регуляризирующих методов для решения задач фильтрации, восстановления изображений и выделения контуров объектов на зашумленных фотографиях.
- Разработанные в работе методы фильтрации изображений могут быть применены как составная часть комплексных алгоритмов обработки и анализа изображений.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на

1. Международной конференции “Graphicon 2003”, г. Москва, 2003.
2. Международной конференции “Graphicon 2004”, г. Москва, 2004.
3. Международной конференции “Graphicon 2006”, г. Нижний-Новгород, 2006.

4. Открытом немецко-российском семинаре “Распознавание образов и понимание изображений”, г. Эттлинген, 2007.

5. Заседании кафедры математической физики факультета ВМК МГУ им. М.В.Ломоносова, г. Москва, 2007.

Публикации. По теме диссертации опубликовано пять научных работ, список публикаций приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертационной работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка иллюстраций и библиографического списка, содержащего 72 наименования. Диссертационная работа изложена на 113 страницах машинописного текста и содержит 35 рисунков.

Основное содержание диссертационной работы.

Во введении рассмотрены существующие методы и подходы решения поставленных задач, обосновывается актуальность темы диссертации, ставятся цели диссертационного исследования.

В первой главе анализируется применение метода регуляризации А.Н. Тихонова для сглаживания одномерных сигналов и подавления шума на изображениях. Исследуется задача выделения контуров объектов на зашумленных изображениях.

В этой главе рассматривается задача восстановления неизвестной исходной функции $\overline{u} \in W_2^n[-1,1]$, $(n=1,2)$ исходя из заданного приближения $u_\delta : \left\| \overline{u} - u_\delta \right\|_{L_2} \le \delta$. Нужно найти сглаженную функцию $u_{\alpha(\delta)} \in W_2^n[-1,1]$ такую, что $\left\| u_{\alpha(\delta)} - \overline{u} \right\|_{W_2^n} \to 0$ при $\delta \to 0$.

В качестве решения этой задачи используется функция u_α, минимизирующая функционал Тихонова:

$$E_\alpha(u) = \|u - u_\delta\|^2_{L_2} + \alpha \left\| \frac{d^n}{dx^n} u \right\|^2_{L_2}. \qquad (1)$$

Решение данной задачи минимизации существует, единственно и устойчиво[1].

В первом параграфе исследуется задача минимизации функционала (1), записанная для пространства W_2^1. В данном случае функция u_α, минимизирующая функционал $E_\alpha(u)$, удовлетворяет уравнению Эйлера:

$$\begin{cases} -\alpha u''_\alpha + u_\alpha = u_\delta, \\ u'_\alpha(1) = u'_\alpha(-1) = 0. \end{cases}$$

Решение этой краевой задачи аналитически записывается при помощи функции Грина $G_\alpha(x,s)$:

$$u_\alpha(x) = \int_{-1}^{1} G_\alpha(x,s) u_\delta(s) ds.$$

Во втором параграфе рассматривается задача минимизации функционала (1), записанная для решения из пространства W_2^2. Граничная самосопряженная задача для уравнения Эйлера принимает вид:

$$\begin{cases} \alpha u^{(4)}_\alpha + u_\alpha = u_\delta, \\ u'_\alpha(1) = u'_\alpha(-1) = 0, \\ u'''_\alpha(1) = u'''_\alpha(-1) = 0. \end{cases}$$

Решение данного уравнения с обозначенными выше граничными условиями записывается в явном виде как интегральное преобразование с ядром $G_\alpha(x,s)$ – функцией Грина, которая находится аналитически на основе схемы М.А. Наймарка[2].

---

[1] ***Морозов В.А.*** Регулярные методы решения некорректно поставленных задач – М: Наука, 1987.

[2] ***Наймарк М.А.*** Линейные дифференциальные операторы – М: Наука, 1969.

В обоих случаях интегральные ядра удовлетворяют следующему свойству:

$$\int_{-1}^{1} G_\alpha(x,s)ds = 1, \text{ для любого } \alpha > 0.$$

Данное тождество позволяет получить два важных для применения в задачах обработки изображений свойства регуляризированного решения u_α:

а) *Инвариантность среднего значения.* Для любого $\alpha > 0$ среднее значение функции u_α равняется среднему значению наблюдаемой функции u_δ:

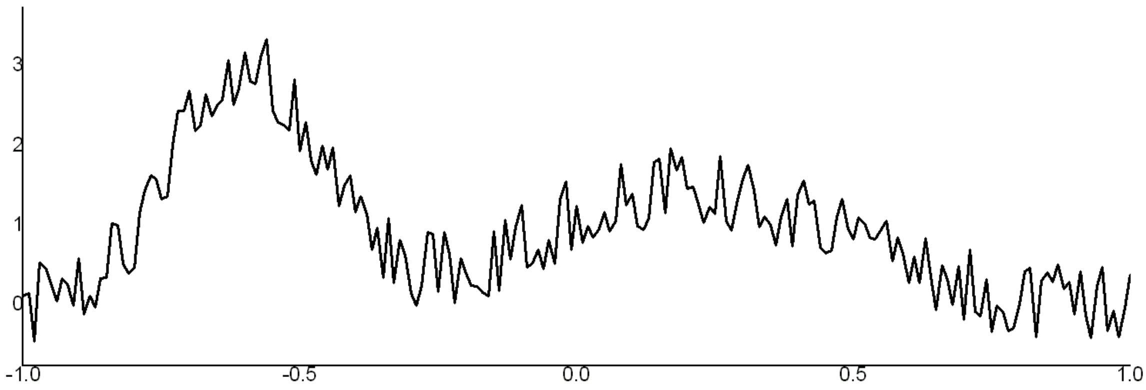
$$\mu = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} u_\delta(x)dx = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} u_\alpha(x)dx, \text{ для любого } \alpha > 0.$$

b) *Принцип максимального значения.* Если на отрезке $[-1,1]$ функция u_δ удовлетворяет неравенствам $a \le u_\delta \le b$, то для любого $\alpha > 0$ функция u_α удовлетворяет неравенствам $a \le u_\alpha \le b$ на отрезке $[-1,1]$.

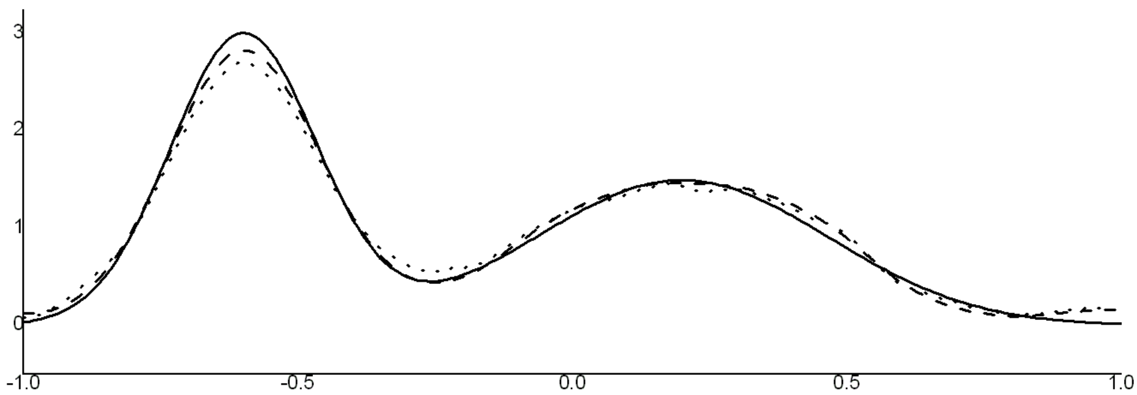
Применительно к области обработки изображений данные свойства означают, что при изменении параметра регуляризации α средний уровень яркости изображения остается постоянным и значения яркости полученного изображения не выходят за пределы области значений функции яркости исходного наблюдаемого изображения.

Результаты применения данных методов для фильтрации сигналов при выборе параметра регуляризации по принципу невязки представлены на рисунке 1.

Приведенный пример показывает, что метод второго порядка позволяет получить более гладкие результаты.



а) Зашумленная функция



б) Функции, сглаженные при помощи функционала Тихонова со стабилизатором первого (---) и второго (···) порядка, и исходная незашумленная функция (—).

Рис. 1. Сравнение сглаживающих свойств предложенных методов

Для сглаживания двумерных функций $u_\delta(x,y)$, определенных на прямоугольнике $0 \le x \le m$, $0 \le y \le l$, применяется следующий интегральный оператор:

$$u_\alpha(x,y) = \int\limits_0^l \int\limits_0^m G_\alpha\left(\frac{2y-l}{l}, \frac{2\eta - l}{l}\right) G_\alpha\left(\frac{2x-m}{m}, \frac{2\xi - m}{m}\right) u_\delta(\xi,\eta) d\xi d\eta,$$

$$0 \le x \le m,\ 0 \le y \le l.$$

Аналитическая запись сглаженной функции $u_\alpha(x,y)$ через интегральный оператор позволяет выписать в явном виде частные производные данной функции.

Эти формулы были использованы при разработке метода выделения контуров объектов на зашумленных изображениях. Данный метод основан на критерии Марра и Хилдрета[3] и заключается в определении нулевых значений оператора Лапласа функции яркости изображения с последующей пороговой фильтрацией.

Результаты выделения контуров объектов предложенным методом на зашумленном ультразвуковом изображении сердца представлены на рисунке 2.

а) зашумленное изображение

б) контуры изображения; стабилизатор первого порядка ($\alpha = 0.0002$)

в) контуры изображения; стабилизатор второго порядка ($\alpha = 0.0034$)

Рис 2. Результаты выделения контуров объектов на зашумленном изображении с помощью метода регуляризации А.Н. Тихонова

Отметим, что использование аналитических формул для вычисления частных производных, позволяет получить результаты, существенно превосходящие по качеству, результаты, полученные при помощи вычисления разностных производных.

Применение метода построения квазирешений на компактном множестве функций ограниченной вариации для решения задач обработки изображений рассмотрено **во второй главе**.

В первом параграфе рассматривается постановка некорректной одномерной задачи, задаваемой операторным уравнением вида:

[3] ***Marr D., Hildreth E.*** Theory of edge detection // *Proceedings of the Royal society of London, Series B* – 1980 – vol. 207, pp. 187 – 217.

$$Az = u, \qquad z \in Z,\ u \in U, \qquad (2)$$

где $Z = L_2[a,b]$ и $U = L_2[c,d]$, $A: Z \to U$ – линейный непрерывный оператор такой, что обратный оператор A^{-1} существует, но является неограниченным.

Множество функций $V_C = \left\{ z : V_a^b(z) \le C, z(b) = 0 \right\}$ с закрепленным граничным значением, вариация которых не превосходит константу *C*, является компактом в пространстве $L_2[a,b]$. Таким образом, для построения приближенного решения уравнения (2), устойчивого к малым изменениям правой части, возможно применение метода квазирешений на компакте V_C.

Данная задача и численный алгоритм построения квазирешения рассматривались для решения некорректных задач в монографии А.Н. Тихонова и др.[4]

Во втором параграфе приведены примеры обработки зашумленных изображений и одномерных сигналов на основе предложенного алгоритма.

В первом разделе данного параграфа исследуется применение исследуемого метода для подавления шума. Рассматривается исходная одномерная задача (2) с единичным оператором *A=I*. При этом параметр C, ограничивающий вариацию функций, играет роль сглаживающего параметра. Очевидно, что задание параметра C, равного значению полной вариации точной (незашумленной) функции, приводит к наилучшим результатам. Однако, при обработке реальных данных эта информация обычно является недоступной. В этом случае возможно задание параметра C, равного значению полной вариации наблюдаемой (зашумленной) функции, умноженному на некоторый уменьшающий коэффициент. Пример подавления шума для константы C, равной значению полной вариации зашумленной функции умноженному на 0.05, приведен на рисунке 3.

[4] ***Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.*** Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация – М: Наука, 1983.

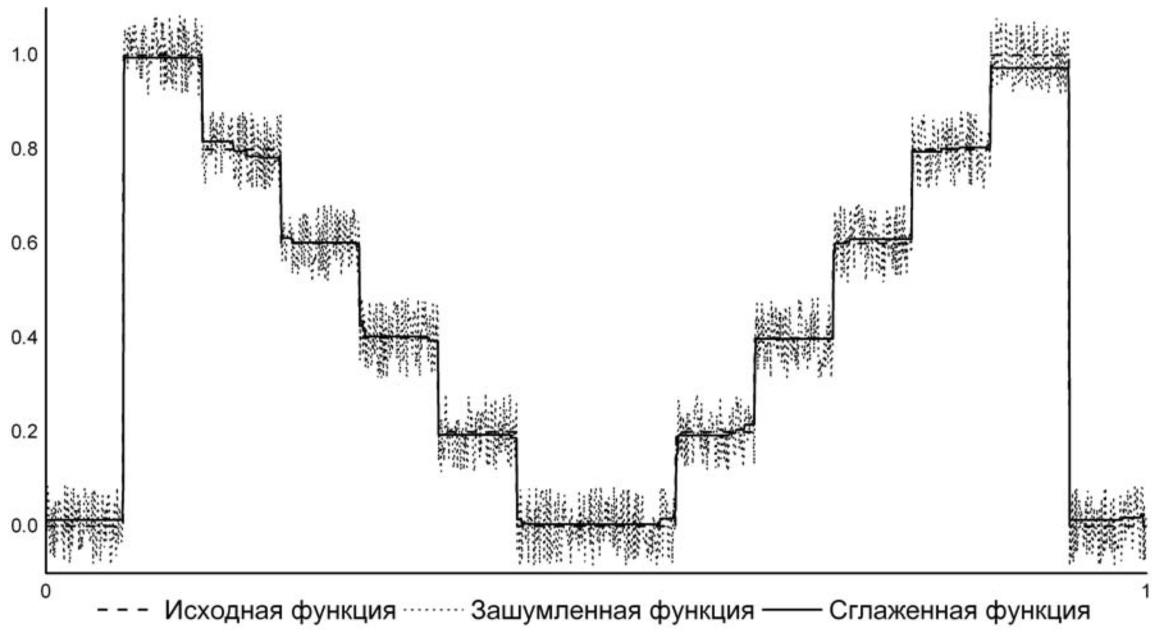
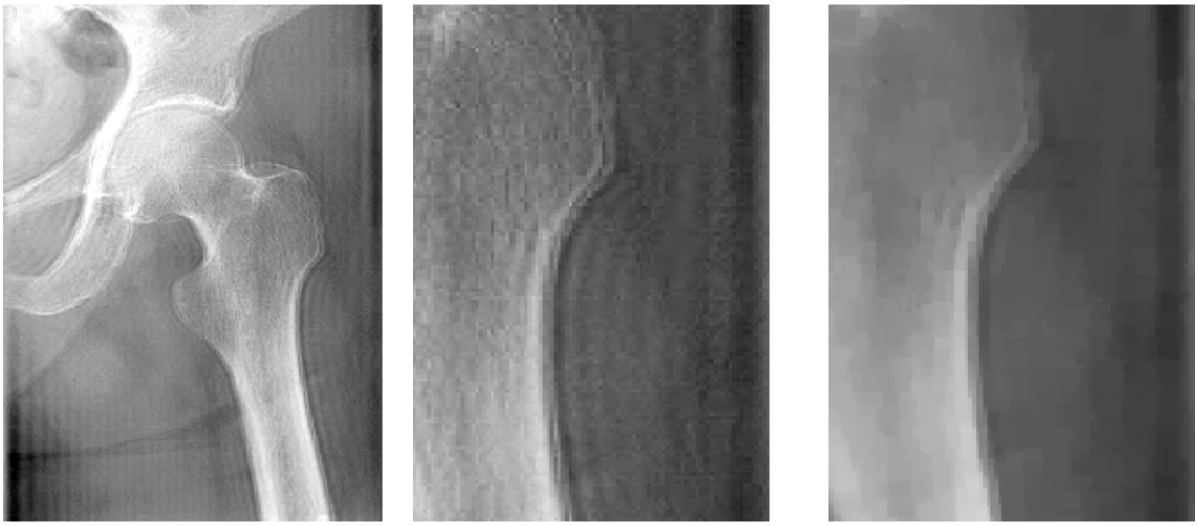


Рис. 3. Устранение шума методом квазирешений.

В работе показана возможность применения данного метода для подавления шума на изображениях. При этом использовался алгоритм, основанный на усреднении функции яркости изображений, полученных при сглаживании строк и столбцов зашумленного изображения.

Во втором разделе предложенный метод сглаживания используется для устранения эффекта Гиббса, возникающего при подавлении высокочастотных компонент исходного сигнала и выражающегося в появлении ложных затухающих осцилляций в окрестности наиболее ярко выраженных контуров.

Приведенный на рисунке 4 пример обработки рентгеновского изображения бедренной кости демонстрирует эффективность применения предложенного метода сглаживания для устранения эффекта Гиббса.



а) Исходное изображение б) Деталь исходного изображения в) Деталь обработанного изображения

Рис. 4. Устранение эффекта Гиббса

В третьем разделе рассматривается задача восстановления смазанных изображений и одномерных сигналов.

Искажение изображений, соответствующее смазыванию фотографии, возникающему при горизонтальном движении фотографируемых объектов, задается следующим интегральным оператором:

$$\int_0^l K(x-s)z(s,y)ds = u(x,y)\,,\ 0 \le x \le l\,,\ 0 \le y \le m\,,$$

с ядром

$$K(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{L}, & \textit{если} -\dfrac{L}{2} \le x \le \dfrac{L}{2} \\ 0, & \textit{в противном случае} \end{cases}$$

Для каждого фиксированного значения y мы приходим к задаче построения квазирешения на компактном множестве функций ограниченной вариации для решения интегрального уравнения типа свертки. Поэтому для восстановления смазанных изображений нами применялся одномерный алгоритм построения квазирешения для каждой строки фотографии.

а) Исходное изображение　　б) Смазанное изображение　　в) Восстановленное изображение

Рис. 5. Применение метода квазирешений для восстановления смазанных изображений

Результаты тестовых и практических расчетов показывают эффективность применения предложенного метода при восстановлении смазанных изображений. Пример работы алгоритма приведен на рисунке 5.

В четвертом разделе предлагается метод интерполяции одномерных функций и увеличения разрешения (ресамплинга) зашумленных изображений.

Для интерполяции одномерной функции u проводится построение на компактном множестве функций ограниченной вариации квазирешения следующего операторного уравнения:

$$Az = u, \quad z \in R^{2n},\ u \in R^{n},$$

где A – уменьшающий оператор, осуществляющий усреднение интенсивностей соседних точек.

Для увеличения разрешения изображений нами применялся алгоритм последовательной интерполяции каждой строки и каждого столбца изображения.

Представленные результаты (рис. 6) иллюстрируют эффективность применения предложенного метода при увеличении разрешения зашумленных изображений по сравнению с широко используемым методом ресамплинга – “ближайший сосед”.

а) Исходное зашумленное изображение

б) Изображение, увеличенное методом “ближайший сосед”

в) Изображение, увеличенное методом квазирешений

Рис. 6. Увеличение разрешения изображений

Третья глава посвящена описанию созданного на основе предложенных методов программного комплекса обработки изображений для решения задач фильтрации, восстановления, увеличения/уменьшения изображений, подавления эффекта Гиббса и выделения границ зашумленных изображений с использованием средств пакета программирования MS Visual C++ .NET 2005.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Основные результаты, полученные в диссертационной работе.

1. Разработаны методы фильтрации сигналов и подавления шума на изображениях методом регуляризации А.Н.Тихонова, основанные на аналитическом решении уравнения Эйлера.
2. Предложен и программно реализован регуляризирующий метод для выделения контуров объектов на зашумленных фотографиях.
3. Созданы методы подавления эффекта Гиббса, увеличения разрешения фотографий и восстановления размытых изображений, основанные на построении квазирешения на компактном множестве функций ограниченной вариации.

Список публикаций автора по теме диссертационной работы.

[1] Цибанов В.Н., Крылов А.С. Выделение контуров человеческого тела в ортопедических исследованиях // Материалы Международной конференции по компьютерной графике, машинному зрению, обработке изображений и видео «Графикон'2003», Москва, 2003, с. 250–254.

[2] Tsibanov V.N., Denisov A.M., Krylov A.S. Edge detection method by Tikhonov regularization // Proceedings International conference of computer graphics and vision «Graphicon'2004», Moscow, 2004, pp. 163–165.

[3] Denisov A.M., Krylov A.S., Tsibanov V.N. Second order Tikhonov regularization method for image filtering // Proceedings International conference of computer graphics and vision «Graphicon'2006», Novosibirsk, 2006, pp. 218–221.

[4] Цибанов В.Н., Крылов А.С. Применение регуляризирующего метода квазирешений для подавления эффекта Гиббса на изображениях // Естественные и технические науки, № 1, 2008, с. 306–312.

[5] Цибанов В.Н., Крылов А.С. Применение метода регуляризации Тихонова для выделения контуров изображений // Вестник МГУ, сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика, № 2, 2008, с. 11–16.