

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М. В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

На правах рукописи

Ковалёв Дмитрий Владимирович

**Численное моделирование
фарлей–бунемановской неустойчивости
в ионосфере Земли**

Специальность 05.13.18 - математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2009

Работа выполнена на кафедре автоматизации научных исследований факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент Смирнов Александр Павлович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Еленин Георгий Георгиевич

доктор физико-математических наук,
профессор Истомина Яков Николаевич

Ведущая организация: Институт прикладной математики
им. М. В. Келдыша РАН

Защита состоится 23 сентября 2009 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 501.001.43 при Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, ауд. 685.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан _____ 2009 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета, профессор _____ Захаров Е.В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Фарлей–бунемановская неустойчивость – это низкочастотная неустойчивость в плазме, движимая достаточно сильным квазистационарным электрическим полем, перпендикулярным магнитному полю. Эта неустойчивость возникает в слабоионизированной E-области ионосферы Земли. Она оказывает сильное влияние на протекание токов в ионосфере, особенно в экваториальных и приполярных регионах. Волновые возмущения, создаваемые неустойчивостью, фиксируются радаром и приводят к помехам в радиозфере.

Ионосферные аномалии интенсивно исследуются с помощью запусков ракет, лабораторных экспериментов и радиопередающих комплексов, таких как Jicamarca, EISCAT, SPEAR, HAARP, Сура. Но, несмотря на полувековую историю экспериментальных и теоретических исследований нелинейных процессов в плазме атмосферы Земли, на данный момент не существует единой теории, описывающей нелинейную динамику плазмы. Усложнение новых теоретических моделей приводит к тому, что влияние различных внешних факторов на нелинейное поведение плазмы часто не может быть оценено без компьютерного моделирования.

На текущий момент в мире численное моделирование фарлей–бунемановской неустойчивости выполняется в Центре космической физики Бостонского университета США с помощью программного кода, основанного на методе частиц. Моделирование проводится на вычислительном комплексе IBM Blue Gene, установленном в Бостонском университете.

Диссертация посвящена разработке модели и методов для численного исследования фарлей–бунемановской неустойчивости и анализу результатов проведенных расчетов. Используемая математическая модель неустойчивости состоит из кинетического уравнения для функции распределения ионов, зависящего от шести независимых переменных: трех в геометрическом пространстве, двух в пространстве скоростей и от времени, а также из гидродинамических уравнений для электронной плотности и температуры, зависящих от трех переменных в геометрическом

пространстве и от времени, и трехмерного уравнения Пуассона. Данная модель учитывает основные факторы, определяющие развитие и нелинейное насыщение неустойчивости.

Численное исследование плазмы с помощью гибридной модели, состоящей из многомерного кинетического уравнения и гидродинамических уравнений, является альтернативой более традиционному методу частиц и имеет ряд преимуществ, заключающихся в меньшем количестве численных шумов в решении и возможности моделирования поведения электронов без искусственного увеличения их массы за разумное вычислительное время. Это позволяет, например, проводить моделирование с параметрами, близкими к пороговым значениям неустойчивости.

Многомерная структура уравнений требует использования новейших высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных комплексов. Отдельная глава диссертационной работы посвящена оптимизации программного кода, созданного для моделирования фарлей–бунемановской неустойчивости, для выполнения на современных массивно-параллельных вычислительных системах с распределенной памятью, таких как IBM Blue Gene, установленный на факультете ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова, а также СКИФ МГУ “Чебышёв”.

Разработанный программный комплекс позволяет проводить моделирование в широкой области значений физических параметров, соответствующих различным условиям ионосферы Земли. Полученные в ходе моделирования результаты используются в диссертационной работе для анализа фарлей–бунемановской неустойчивости, наблюдаемой в E-области ионосферы Земли. В частности, исследуется зависимость средних величин колебаний плотности и электрического поля от установленных значений физических параметров; изучаются кинетические эффекты, возникающие при моделировании неустойчивости; оцениваются фазовые скорости и спектральные характеристики возмущений; исследуется влияние электронных тепловых эффектов на процесс развития неустойчивости.

Цель диссертации.

1. Разработка модели фарлей-бунемановской неустойчивости.
2. Разработка методов моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости в двумерном и трехмерном пространстве с использованием численных методов для решения кинетического уравнения для ионной функции распределения, гидродинамических уравнений для электронной плотности и температуры и уравнения Пуассона для электрического потенциала.
3. Оптимизация разработанных алгоритмов и программ для использования на современных многопроцессорных вычислительных комплексах.
4. Анализ результатов, полученных в ходе двумерного и трехмерного моделирования. Сравнение с экспериментальными данными и предшествующими моделированиями.

Научная новизна и практическая ценность.

1. Предложен подход к моделированию фарлей-бунемановской неустойчивости в E-области ионосферы. В отличие от ранее используемого метода частиц он основан на численных методах, примененных к уравнениям в частных производных: гидродинамическому для электронов и кинетическому для ионов. Преимущество использования решения кинетического уравнения состоит в том, что оно включает в себя важнейший эффект затухания Ландау ионов, позволяя при этом избежать численных шумов, связанных с конечным числом случайно движущихся частиц в методе частиц. Гидродинамическое описание электронов позволяет производить расчеты с реальной электронной массой, которая оказывает влияние на основные параметры развития неустойчивости. Изложенный подход позволяет моделировать фарлей-бунемановскую неустойчивость со значением движущего электрического поля, близким к пороговому значению, что трудно достижимо в методе частиц из-за численных шумов, сравнимых с амплитудой колебания плотности.

2. На основе предложенного подхода создан программный комплекс, оптимизированный для работы на многопроцессорных вычислительных комплексах.
3. С помощью разработанного программного комплекса для моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости был исследован процесс развития и насыщения неустойчивости в широком диапазоне физических параметров, в частности, при значениях параметров, близких к пороговым, а также проанализированы кинетические эффекты, влияние электронных тепловых эффектов.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на:

- XXIV генеральной ассамблее Международного союза геодезии и геофизики (Италия, Перуджа, Июль 2007);
- североамериканской встрече Международного союза радионаук, организованной национальными комитетами Канады и США (Канада, Оттава, Июль 2007);
- научном семинаре Центра космической физики Бостонского университета, (США, Бостон, Ноябрь 2007);
- 12 международном симпозиуме по экваториальной аэрономии (Греция, Крит, Май 2008);
- XVI Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов-2009” (Россия, Москва, Апрель 2009);
- научном семинаре кафедры автоматизации научных исследований факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова под руководством зав. кафедры чл.-корр. РАН Д. П. Костомарова (Россия, Москва, 2006-2009).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-9].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, приложения, содержащего рисунки, и списка литературы. Текст изложен на 147 страницах, диссертация содержит 47 рисунков. Список литературы включает 92 наименования.

Содержание работы

Введение посвящено краткому описанию проблемы, относящейся к теме диссертации, и обзору литературы по теоретическому и экспериментальному исследованию фарлей-бунемановской неустойчивости. Рассматриваются результаты предшествующих моделирований.

В **первой главе** диссертации разрабатывается гибридная модель фарлей-бунемановской неустойчивости, предложены и протестированы численные алгоритмы решения нелинейных уравнений, используемых в модели неустойчивости.

В §1.1 излагается модель неустойчивости. Фарлей-бунемановская неустойчивость – это низкочастотная неустойчивость в плазме, движимая достаточно сильным квазистационарным электрическим полем \mathbf{E}_0 , перпендикулярным магнитному полю \mathbf{B}_0 . Эта неустойчивость возникает в слабоионизированной E-области ионосферы Земли, где электроны замагничены, в то время как ионы из-за частых столкновений с нейтральными частицами практически не подвержены влиянию \mathbf{B}_0 . Ниже E-области (примерно 95 км) неустойчивость не развивается из-за столкновительного затухания, а на высотах более 120 км ионы становятся замагниченными. В E-области из-за частых столкновений незамагниченные ионы сильно подвержены диффузии и не могут разгоняться, поэтому при превышении постоянным электрическим полем порогового значения $E_{thr} \simeq (10 - 20)$ мВ/м, что обычно происходит в экваториальных и приполярных электроструях (электроструя – холловский ток в плазме, характерный для E-области), функция распределения скоростей электронов смещается относительно ионной функции распределения на величину $V_0 \simeq c|\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0|/B_0^2$. Кроме низкочастотных электростатических колебаний возникают возмущения плотностей ионов и электронов с $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$, здесь

k_{\parallel} и k_{\perp} – компоненты турбулентного волнового вектора параллельные и перпендикулярные \mathbf{B}_0 соответственно. Средние амплитуды колебаний плотностей обычно не превосходят нескольких процентов. Типичные длины волн колебаний, которые были зафиксированы радаром, лежат в метровом диапазоне. Помимо земной ионосферы фарлей-бунемановская неустойчивость может развиваться в атмосферах других планет, на звёздах, а также в других разновидностях плазмы, где электроны замагничены, а ионы незамагничены.

Условия развития неустойчивости рассматриваются в пункте 1.1.1. Фарлей–бунемановская неустойчивость возникает в верхнем D- и нижнем E-слое ионосферы Земли на высотах примерно от 80 до 120 км при наличии замагниченных электронов и незамагниченных ионов, что может быть записано в виде следующих условий:

$$\frac{\nu_{en}}{\Omega_e} \ll 1, \quad \frac{\nu_{in}}{\Omega_i} > 1, \quad (1)$$

ν_{en} и ν_{in} – это средние частоты столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами, а $\Omega_{e,i} = eB_0/m_{e,i}$ – гирочастоты электронов и ионов, массы которых $m_{e,i}$ соответственно. В E-области ионосферы соотношение частот столкновений ионов и электронов с нейтральными частицами близко к постоянному и равно $\nu_{en} \simeq 10 \nu_{in}$, а масса ионов приблизительно равна тридцати протонным массам.

В пункте 1.1.2 описывается гидродинамическая модель для электронов. В E-области ионосферы выполнено условие $\omega \ll \nu_{en}$, где ω – преобладающая волновая частота в турбулентной плазме, поэтому можно пренебречь инерцией электронов. В работе рассматривается трехмерная и двумерная (в плоскости, перпендикулярной магнитному полю) модели неустойчивости. Низкочастотные процессы в плазме приводят к незначительным изменениям магнитного поля, и поэтому эти процессы имеют электростатическую природу, которая позволяет описывать турбулентное электрическое поле с помощью электростатического потенциала Φ . При таких предположениях, используя

жидкостную теорию, можно получить уравнение:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{e\parallel}}{\partial z} + \nabla_{\perp} \cdot \mathbf{\Gamma}_{e\perp} = 0,$$

где электронные потоки заданы следующим образом

$$\begin{aligned} \Gamma_{e\parallel} &\equiv n_e V_{e\parallel} = -\frac{1}{m_e \hat{\nu}_{en}} (\nabla_{\parallel} (T_e n_e) - e n_e \nabla_{\parallel} \Phi), \\ \mathbf{\Gamma}_{e\perp} &\equiv n_e \mathbf{V}_{e\perp} = -\frac{\hat{\nu}_{en}}{m_e \Omega_e^2} [\nabla_{\perp} (T_e n_e) - e n_e (\nabla_{\perp} \Phi - \mathbf{E}_0)] + \\ &+ n_e \mathbf{V}_0 + \frac{e n_e}{m_i \Omega_i} \mathbf{e}_z \times \nabla_{\perp} \Phi, \end{aligned}$$

$\mathbf{V}_{e\perp}$ – это среднемассовая скорость электронов, Φ – возмущенный электрический потенциал, $\hat{\nu}_{en} = \nu_{en} \sqrt{\frac{T_e}{T_i}}$ – зависимость частоты столкновений от температуры, T_e – температура электронов, T_i – температура ионов (она же температура электронов в начале моделирования), \mathbf{E}_0 – постоянное электрическое поле, перпендикулярное геомагнитному полю \mathbf{B}_0 , $\mathbf{e}_z = \mathbf{B}_0/B_0$ – единичный вектор вдоль магнитного поля, $\mathbf{V}_0 = c \mathbf{E}_0 \times \mathbf{e}_z / B_0$ – дрейфовая скорость, $\nabla_{\perp} = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y}$ – оператор по координатам, перпендикулярным \mathbf{B}_0 , x и y – координаты вдоль \mathbf{V}_0 и \mathbf{E}_0 соответственно, $\nabla_{\parallel} = \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ – оператор по координате z . Здесь и далее температура выражается в Джоулях, при задании температуры в Кельвинах её необходимо домножать на константу Больцмана.

Развитие неустойчивости исследуется в прямоугольной области для двумерной модели и в прямоугольном параллелепипеде для трехмерной модели. При решении уравнения для электронной плотности, как и остальных уравнений из модели фарлей-бунемановской неустойчивости, на границе области моделирования используются периодические граничные условия. Начальные условия для плотности электронов n_e , как и для плотности ионов n_i , которая будет описана далее, задаются в виде периодической функции таким образом, чтобы начальное значение электрического поля $\nabla \Phi$ было на порядок меньше движущего поля \mathbf{E}_0 . Это условие выполняется, если разность между начальными значениями плотности электронов и ионов мала.

В пункте 1.1.3 приводится уравнение изменения температуры электронов, которое описывается следующим нелинейным диффузионно-конвекционным уравнением:

$$n_e^{2/3} \frac{d}{dt} \left(\frac{T_e}{n_e^{2/3}} \right) = \frac{2}{3} \mu_e \hat{\nu}_{en} V_e^2 - \delta_e \hat{\nu}_{en} (T_e - T_n), \quad (2)$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_{ex} \frac{\partial}{\partial x} + V_{ey} \frac{\partial}{\partial y} + V_{ez} \frac{\partial}{\partial z}$ – лагранжева производная по времени, $\mu_e = m_e m_n / (m_e + m_n) \approx m_e$ – приведенная масса, параметр δ_e отвечает за относительное количество энергии, потерянной при одном неупругом соударении (величина δ_e на два порядка больше соответствующей величины для упругого соударения $2m_e/m_n$), m_n – средняя масса нейтральной частицы (в E-области примерно равна ионной массе), V_e – среднемассовая скорость электронов.

Выражение, стоящее в левой части уравнения (2), описывает бесстолкновительное адиабатическое изменение температуры электронов и тепловую адвекцию. Первый член в правой части описывает столкновительный нагрев, а второй – охлаждение при электрон-нейтральных соударениях.

Кинетическое уравнение для ионов описано в пункте 1.1.4, которое с учетом незамагниченности ионов (1) и важного эффекта затухания Ландау, записывается с помощью столкновительного члена вида БГК (Bhatnagar–Gross–Krook):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) f + \frac{e(\mathbf{E}_0 - \nabla\Phi)}{m_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -\nu_{in} (f - f_0),$$

здесь \mathbf{v} – это скорость ионов, $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ – функция распределения ионов,

$$n_i(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v.$$

Причем невозмущенная функция ионов является максвелловской

$$f_0(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = n_i \left(\frac{m_i}{2\pi v_{T_i}} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_i v^2}{2T_i} \right).$$

При решении кинетического уравнения учитывается, что проводимость незамагниченных ионов изотропна, поэтому их отклик пропорционален элек-

трическому полю. Электрическое поле, возникающее из-за разности зарядов, вдоль направления \mathbf{V}_0 мало из-за малой продольной составляющей $k_z \ll k_{x,y}$ колебаний фарлей–бунемановской неустойчивости, что приводит к малой поправке в средней скорости ионов. Поэтому движением ионов вдоль направления \mathbf{V}_0 можно пренебречь.

Наконец, уравнение Пуассона для электрического потенциала приведено в пункте 1.1.5. Оно записывается следующим образом:

$$\varepsilon_0 \nabla^2 \Phi = e(n_e - n_i).$$

В пункте 1.1.6 приводится зависимость порогового значения электрического поля, необходимого для развития неустойчивости, в зависимости от параметров ионосферы:

$$\begin{aligned} E_{\text{Thr}}^{\text{min}} &= (1 + \psi) B_0 \left[\left(\frac{T_i + T_e}{m_i} \right) / \left(1 - \frac{\nu_{in}^2}{\omega_{pi}^2} \right) \right]^{1/2} = \\ &= 20 \frac{\text{мВ}}{\text{м}} \left[\frac{(1 + \psi) B_0}{5 \times 10^4 \text{нТ}} \right] \left[\frac{T_i + T_e}{600\text{К}} / \left(1 - \frac{\nu_{in}^2}{\omega_{pi}^2} \right) \right]^{1/2}, \end{aligned}$$

где ω_{pi} - плазменная частота, а ψ - параметр, отвечающий за высоту в E-области ионосферы.

В §1.2 приводится описание методов моделирования фарлей–бунемановской неустойчивости. В пункте 1.2.1 рассмотрены методы решения уравнений для электронной температуры и плотности. Основная проблема при решении этих уравнений заключается в том, что при моделировании неустойчивости необходимо, во-первых, проводить моделирование как можно в большей области, во-вторых, как можно лучше аппроксимировать плотности и температуру, то есть увеличивать количество точек на характеристическую единицу длины. Из физических соображений для разрешения дебаевского радиуса на единицу характеристической длины должно приходиться как минимум 5–10 точек, в то время как для моделирования процесса в целом в плоскости (x, y) желательно рассматривать область длиной по каждому направлению как минимум в 20

характеристических длин. Многие испробованные разностные схемы для конвекции (Лакс-Вендрофф, Лакс-Фридрихс, Мак-Кормак, различные комбинации этих методов и некоторые другие схемы) не дают достаточной аппроксимации на сетках с большим шагом по пространству (когда на единицу длины приходится 5-10 точек) и оказываются неустойчивыми при больших значениях скоростей переноса. Для проведения расчетов и соблюдения условий развития устойчивости приходится сильно уменьшать шаг по времени, что приводит к увеличению времени выполнения алгоритма.

Для того, чтобы избежать этой проблемы и уменьшить вычислительное время в уравнения для электронной плотности и температуры подставляются потоковые части, и явно выделяются конвекционные и диффузионные члены. Для решения полученного уравнения (для температуры или плотности электронов) применяется метод расщепления по физическим процессам, то есть уравнение разделяется на диффузионную и конвекционную части, которые решаются последовательно, используя в качестве начального условия решение предыдущего уравнения. Для решения обеих подзадач используются разностные схемы второго порядка точности по пространственной сетке. Суммарная аппроксимация имеет второй порядок точности по пространственной сетке и первый порядок точности по времени. Построение схемы второго порядка точности по времени крайне сложно в силу нелинейной зависимости электронной плотности от ионной плотности, электрического потенциала и электронной температуры.

Для численного нахождения решения электронного уравнения на одном шаге по времени используется следующий алгоритм: сначала решается диффузионная часть с начальными условиями, взятыми с предыдущего шага по времени, а затем это решение используется в качестве начального условия при решении конвекционной части. Диффузионную часть нелинейного уравнения предлагается решать с помощью метода Дугласа, а конвекционную часть - с численного интегрирования по характеристикам на основе интерполяции по Лагранжу по пяти точкам вдоль каждого из направлений. Разностная схема

Дугласа в трехмерном варианте может быть представлена в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{n^{m+1/3} - n^m}{h_t} = \sigma_x \Lambda_x n^{m+1/3} + (1 - \sigma_x) \Lambda_x n^m + \Lambda_y n^m + \Lambda_z n^m \\ \frac{n^{m+2/3} - n^{m+1/3}}{h_t} = \sigma_y \Lambda_y (n^{m+2/3} - n^m) \\ \frac{n^{m+1} - n^{m+2/3}}{h_t} = \sigma_z \Lambda_z (n^{m+1} - n^m) \end{array} \right. ,$$

n^m - значение искомой функции на шаге по времени с номером m , $\Lambda_{x,y,z}$ - дискретные аналоги операторов дифференцирования, h_t - шаг по времени, $\sigma_{x,y,z}$ - параметры схемы.

В пункте 1.2.2 предлагается решать уравнение Пуассона с помощью быстрого дискретного преобразования Фурье.

Численный алгоритм решения кинетического уравнения, описываемый в пункте 1.2.3, основан на методе расщепления, который заключается в том, что основное уравнение расщепляется на два более простых для решения уравнения, например, следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{e}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v_x} + \frac{e}{m_i} \left(E_0 - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \frac{\partial f}{\partial v_y} = -\nu_{in}(f - f_0). \quad (4)$$

Решение на одном шаге по времени находится так: сначала решается перенос в пространстве координат (3) с использованием значений функции распределения с предыдущего шага по времени, затем полученное решение используется в качестве начального значения для решения переноса в пространстве скоростей (4). Оба из расщепленных уравнений представляют собой набор из двумерных уравнений переноса, причем с постоянными скоростями, которые позволяют использовать быстрые и эффективные методы для нахождения решения. В данной работе используется интегрирование по характеристикам.

Схематический алгоритм решения уравнений, описывающих неустойчивость, на одном шаге по времени приводится в пункте 1.2.4:

1. Считая известными плотности электронов и ионов, решить уравнение Пуассона.

2. Решить ионное уравнение.

3. Решить N раз уравнение для электронов совместно с уравнением Пуассона с шагом по времени h_t/N .

Необходимость более частого вычисления решения электронного уравнения связана с тем, что скорость электронов на порядок больше скорости ионов. И так как ионное уравнение наиболее вычислительно сложно, то его стоит решать как можно меньшее количество раз, с максимально возможным шагом по времени. Условие Куранта для электронов из-за большей скорости более жесткое, чем для ионов, поэтому приходится производить N расчетов ($N \approx 20 - 40$ в двумерном моделировании, $N \approx 30 - 90$ в трехмерном моделировании в зависимости от параметров) с меньшим шагом по времени для того, чтобы сохранить устойчивость разностных схем. Уравнение Пуассона пересчитывается, так как при движении электронов меняется электрическое поле.

В §1.3 рассмотрены результаты тестирования, изложенных в §1.2 методах решения уравнений. Пункты 1.3.1, 1.3.2, 1.3.3 содержат описание результатов тестирования и сравнение с другими методами решения уравнения для электронной температуры и плотности, уравнения Пуассона и кинетического уравнения для ионов соответственно. В пункте 1.3.4 исследована зависимость численного решения двумерной модели неустойчивости от параметров пространственно-временной сетки. Как оказалось, основные принципы развития неустойчивости не изменяются при разумном изменении количества точек в области моделирования и шагов по времени. При этом наблюдается соответствие результатов ранее проведенным методом частиц численным расчетам фарлей-бунемановской неустойчивости.

Выводы по первой главе сформулированы в §1.5.

Во **второй главе** диссертации рассматриваются результаты двумерного моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости, подробно рассмотрен процесс развития неустойчивости, проанализированы кинетические эффекты для ионов и электронные тепловые эффекты.

В §2.1 изучается эффективность распараллеливания алгоритмов

решения уравнений двумерной модели неустойчивости с помощью технологии OpenMP для вычислительных систем с общей памятью, получено близкое к линейному ускорение времени выполнения программы относительно числа процессоров.

В §2.2 проводится анализ результатов двумерного моделирования фарлей–бунемановской неустойчивости. В пункте 2.2.1 исследуется влияние изменения электронной массы, которое обычно используется в методе частиц, на результаты моделирования. Проведенные численные расчеты с реальной и увеличенной электронной массой показали качественное соответствие результатов, однако количественные характеристики развившейся неустойчивости отличаются. Увеличение массы электронов приводит к уменьшению значений турбулентного электрического поля и к увеличению длины волны. Сделан вывод, что метод частиц, использующий модифицированные массы, может использоваться для качественных предсказаний и допускает погрешности в количественных предсказаниях. В пункте 2.2.2 описываются результаты двумерного моделирования в предположении изотермичности электронов, на основе четырех расчетов для различных параметров ионосферы анализируются основные особенности развития фарлей–бунемановской неустойчивости. Использование подхода, альтернативного методу частиц, позволило провести расчеты со значением внешнего поля, близким к пороговому. В соответствии с теоретическими ожиданиями уменьшение внешнего поля приводит к значительному увеличению времени развития неустойчивости, уменьшению амплитуд колебаний плазмы и увеличению длин волн в квазистационарном состоянии. В пункте 2.2.3 с помощью сравнения результатов трех серий моделирования с изотермичными и неизотермичными электронами исследуется влияние электронных тепловых эффектов на развитие фарлей–бунемановской неустойчивости. Сделан вывод, что предположение неизотермичности электронов позволяет добиться результатов более близких к наблюдениям в ионосфере Земли. Электронные тепловые эффекты влияют на неустойчивость следующим образом: уменьшается амплитуда колебаний плазмы и величина возмущенного электрического

поля, увеличивается время развития неустойчивости. С помощью серии численных экспериментов в пункте 2.2.4. рассматриваются кинетические эффекты функции распределения ионов, проявляющиеся при моделировании фарлей-бунемановской неустойчивости. В пункте 2.2.5. обсуждаются вопросы применимости результатов моделирования.

Выводы по второй главе сформулированы в §2.3.

В **третьей главе** диссертации рассматриваются вопросы оптимизации алгоритмов двумерного и трехмерного моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости для выполнения на современных массивно-параллельных вычислительных комплексах с помощью совместного использования технологий параллельного программирования MPI и OpenMP. На основе оптимизированных алгоритмов проводятся двумерные и трехмерные моделирования с использованием большого количества точек сетки.

В §3.1 описываются основные приемы распараллеливания алгоритмов моделирования неустойчивости с помощью совместного использования технологий OpenMP и MPI для выполнения на современных многопроцессорных вычислительных комплексах с распределенной памятью. В пункте 3.1.1 рассматривается оптимизация алгоритмов решения ионного уравнения, в пункте 3.1.2 – электронного уравнения, а в пункте 3.1.3 – уравнения Пуассона.

В §3.2 проводится анализ времени выполнения оптимизированных алгоритмов моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости в зависимости от количества используемых MPI узлов и OpenMP нитей. Тестирование алгоритмов проводится на вычислительных комплексах СКИФ МГУ и IBM Blue Gene/P. Показано, что распараллеленный программный комплекс имеет хорошую масштабируемость и может эффективно выполняться на вычислительных системах IBM Blue Gene/P и СКИФ МГУ “Чебышёв”. Пункт 3.2.1 посвящен анализу времени выполнения алгоритмов решения ионного уравнения, пункт 3.2.2 – электронного уравнения и пункт 3.2.3 – уравнения Пуассона. В пункте 3.2.4 исследуется время выполнения программного комплекса в целом на вычислительных комплексах СКИФ МГУ и IBM Blue Gene/P. Анализ работы оптимизированных алгоритмов для двумерной задачи проводится

в пункте 3.2.5.

В §3.3 описываются результаты двумерного моделирования на большой сетке (более 2000 точек вдоль каждого из направлений в геометрическом пространстве) для изотермичных и неизотермичных электронов, проводится сравнения с расчётами, проведенными на меньших сетках. Установлено, что среднеквадратическое значение турбулентного электрического поля и среднее значение амплитуд колебаний плазмы более стационарны по времени в моделировании на большой сетке, чем в расчетах на малых сетках. Проведен спектральный анализ колебаний плазмы. Результаты моделирования на большей сетке подтверждают ранее сделанные выводы о том, что электронные тепловые эффекты уменьшают амплитуду колебаний плазмы и замедляют развитие неустойчивости.

Параграф §3.4 посвящен описанию результатов трехмерного моделирования и сравнению основных характеристик развития и насыщения неустойчивости в двумерных и трехмерных расчетах. На основе проведенных расчетов установлено, что результаты трехмерного моделирования согласуются с результатами двумерного моделирования. Показано, что турбулентное электрическое поле вдоль направления магнитного поля в насыщении имеет значение на два порядка меньшее, чем турбулентное электрическое поле в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Колебания плотности плазмы имеют малую составляющую волнового вектора вдоль направления магнитного поля, что соответствует экспериментальным данным.

Выводы по третьей главе сформулированы в §3.5.

В **заключении** изложены основные результаты диссертации.

Основные результаты работы

- Разработана гибридная модель неустойчивости, возникающей в плазме E-области ионосферы Земли (фарлей-бунемановской неустойчивости), состоящая из кинетического уравнения для функции распределения ионов, зависящего от шести независимых переменных: трех в геометрическом пространстве, двух в пространстве скоростей и от времени, а также из нелинейных гидродинамических уравнений для электронной

плотности и температуры, зависящих от трех переменных в геометрическом пространстве и от времени, и трехмерного уравнения Пуассона. Данная модель учитывает основные факторы, определяющие развитие и нелинейное насыщение неустойчивости.

- Предложен эффективный метод численного решения используемых уравнений, позволивший решить проблему многомасштабности модели и основанный на методе расщепления с использованием численно-аналитического интегрирования по характеристикам.
- На основе предложенного метода создан программный комплекс для моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости, который с помощью технологий MPI и OpenMP оптимизирован для выполнения на современных массивно-параллельных вычислительных системах. Показано, что программный комплекс имеет хорошую масштабируемость и может эффективно выполняться на вычислительных системах IBM Blue Gene/P и СКИФ МГУ “Чебышёв”.
- С помощью разработанного программного комплекса проведена серия численных расчетов фарлей-бунемановской неустойчивости, позволивших исследовать процесс развития и насыщения неустойчивости в широком диапазоне физических параметров. Полученные результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными. Использование численных алгоритмов, альтернативных методу частиц, позволило провести расчеты со значением внешнего электрического поля близким к пороговому.
- Показано, что искусственное увеличение электронной массы, которое используется в методе частиц для уменьшения объема вычислений, приводит к искажению физической картины явления: уменьшению напряженности турбулентного электрического поля и увеличению длины волны колебаний плазмы. Установлено, что электронные тепловые эффекты оказывают существенное влияние на развитие фарлей-бунемановской неустойчивости при значениях внешнего

электрического поля близких к пороговому, с увеличением значения поля их влияние уменьшается.

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Kovalev D.V., Smirnov A.P., Dimant Y.S. Modeling of the Farley-Buneman instability in the E-region ionosphere: a new hybrid approach // *Ann. Geophys.* — 2008. — Vol.26. — N9. — P. 2853–2870.
2. Ковалёв Д.В. Моделирование фарлей-бунемановской неустойчивости с использованием четырехмерного кинетического уравнения // *Мат. моделирование* — 2008. — Т.20. — №12. — С. 89–104.
3. Ковалёв Д.В., Смирнов А.П., Димант Я.С. О влиянии изменения электронной массы в численных расчетах фарлей-бунемановской неустойчивости // *Вестник МГУ Сер. 15 Вычисл. матем. и киберн.* — 2009. — Т.33. — №1. — С. 19–26.
4. Ковалёв Д.В., Смирнов А.П., Димант Я.С. Исследование кинетических эффектов, возникающих при моделировании фарлей-бунемановской неустойчивости // *Физ. плазмы* — 2009. — Т.35. — №5. — С. 465–471.
5. Ковалёв Д.В., Смирнов А.П., Димант Я.С. Моделирование нелинейного развития фарлей-бунемановской неустойчивости с учетом электронных тепловых эффектов // *Физ. плазмы* — 2009. — Т.35. — №7. — С. 657–664.
6. Smirnov A.P., Kovalev D.V., Dimant Y.S. Simulations of Farley-Buneman instability: new hybrid approach // *Proceedings of IUGG XXIV General Assembly, Perugia, Italy, 2007.* — JMS023, 1376 — <http://www.iugg2007perugia.it/webbook/pdf/JM.pdf>
7. Dimant Y.S., Kovalev D.V., Smirnov A.P. Numerical simulation of the Farley-Buneman instability: new hybrid approach // *Proceedings of URSI 2007 CNC/USNC North American Radio Science Meeting, Ottawa, Canada, 2007.*

8. Kovalev D.V., Smirnov A.P., Dimant Y.S. Hybrid-model simulations of Farley-Buneman instability with electron thermal effects // *Book of abstracts. 12th International symposium on equatorial aeronomy*, Creete, Greece, 2008. — http://isea12.physics.uoc.gr/files/ISEA12-Book_of_abstracts.pdf
9. Ковалёв Д.В. О методах трёхмерного моделирования фарлей-бунемановской неустойчивости на современных многопроцессорных вычислительных комплексах // *Сборник тезисов XVI Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов-2009”*. Секция “Вычислительная математика и кибернетика”, Москва, Россия, 2009 — С. 35.