

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

На правах рукописи

Кудрицкий Андрей Васильевич

ОДНОВРЕМЕННАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2010

Работа выполнена на кафедре нелинейных динамических систем и процессов управления Факультета ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель:

доктор технических наук,

академик РАН, профессор

Коровин Сергей Константинович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,

профессор

Арутюнов Арам Владимирович

кандидат физико-математических наук,

доцент

Ткачев Сергей Борисович

Ведущая организация:

Институт системного анализа РАН

Защита состоится «_____» _____ 2010 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д.501.001.43 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, расположенном по адресу: 119991, Российская Федерация, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, Факультет ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова, аудитория 685.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Факультета ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова.

Автореферат разослан «_____» _____ 2009 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

доктор физико-математических наук,

профессор

Захаров Евгений Владимирович

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Проблема одновременной стабилизации возникает во многих практических задачах. Например, в случае, когда объект может работать в нескольких режимах, причем информация о переходе от одного режима к другому может отсутствовать, например, такой переход может вызываться отказом какого-либо элемента объекта. Цель управления - синтез регулятора, обеспечивающего устойчивость системы в любом из возможных режимов.

Как известно, для стабилизации одного объекта решение задачи всегда существует, более того, можно описать все стабилизирующие регуляторы с помощью параметризации Youla.

Одновременная стабилизация двух динамических объектов, как показал Vidyasagar в 1982 г., сводится к задаче стабилизации одного объекта с помощью устойчивого регулятора и допускает полное решение в терминах перемежаемости действительных нулей и полюсов объекта.

Но уже в случае одновременной стабилизации трех объектов общее решение проблемы отсутствует. Более того, известны результаты о так называемой рациональной неразрешимости задачи одновременной стабилизации $k \geq 3$ объектов. Blondel в 1994 году установил следующий факт: невозможно построить алгоритм, который позволял бы за конечное число шагов ответить на вопрос об одновременной стабилизации трех и более объектов, используя только коэффициенты их передаточных функций, арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, деление), логические операции ("и", "или") и системы равенств или неравенств. Поэтому в виду сложности решения проблемы одновременной стабилизации в общем случае, в современных исследованиях по указанной тематике предлагается использовать следующие подходы:

- сужение классов объектов, для которых устанавливаются необходимые и достаточные условия одновременной стабилизации;
- получение общих необходимых условий одновременной стабилизации;
- расширение классов объектов, для которых устанавливаются достаточные условия одновременной стабилизации;
- ограничение класса регуляторов, среди которых устанавливается существование одновременно стабилизирующего регулятора.

Важно отметить, что в общем случае все известные необходимые и достаточные условия одновременной стабилизации трех и более объектов носят неконструктивный характер. Другими словами, в настоящее время нет алгоритмов, позволяющих в общем случае за конечное число шагов однозначно ответить на вопрос о существовании одновременно стабилизирующего регулятора для $k \geq 3$ объектов.

В случае, когда число стабилизируемых объектов больше двух, известные условия одновременной стабилизации могут быть разбиты на три типа:

1) необходимые и достаточные условия (Vidyasagar, Viswanadham, Ghosh, Blondel, Gevers, Mortini, Rupp и другие) - не являются конструктивными и фактически сводят одну нерешенную задачу к другой либо применимы к достаточно узким классам стабилизируемых объектов;

2) необходимые условия (Ghosh, Wei, Blondel, Gevers, Mortini, Rupp и другие) - в основном носят конструктивный характер, т.е. допускают численную реализацию и применимы к широким классам объектов;

3) достаточные условия (Maeda, Vidyasagar, Alos, Emre, Kwakernaak, Wei, Debowsky, Kurilowicz, Blondel, Campion, Gevers и другие) - как правило имеют конструктивный характер, но применимы к узким классам объектов.

Отметим также, что, помимо получения условий существования одновременно стабилизирующего регулятора, актуальной является и задача разработки конструктивного алгоритма его построения.

Цель диссертационной работы

Целью диссертационной работы является разработка нового подхода к решению задачи одновременной стабилизации линейных динамических объектов, позволяющего получить конструктивные условия существования одновременно стабилизирующего регулятора для линейных динамических объектов, а также предложить конструктивные алгоритмы построения таких регуляторов. При этом ограничения, накладываемые на порядок и параметры стабилизируемых объектов, должны быть минимальными.

Научная новизна

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Разработан новый подход к исследованию задачи одновременной стабилизации, основанный на изучении свойств аффинных преобразований пространства параметров регуляторов в пространство коэффициентов характеристических полиномов замкнутых объектов с использованием методов теории робастной устойчивости и теории систем линейных неравенств.
2. Получены новые конструктивные условия одновременной стабилизации динамических объектов различных порядков.
3. Разработана общая схема исследования задач существования и нахождения одновременно стабилизирующего регулятора.
4. Предложена новая численно реализуемая процедура построения одновременно стабилизирующего регулятора.

Методы исследования В работе использованы методы теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости линейных динамических систем, теории робастной устойчивости систем управления, теории систем линейных неравенств, а также методы интервального анализа.

Практическая значимость

Предложенные в работе методы построения регуляторов, одновременно стабилизирующих линейные динамические объекты имеют теоретическую и

практическую значимость и могут быть использованы для решения задач стабилизации в условиях параметрической неопределенности.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

- новые конструктивные условия одновременной стабилизации конечного числа объектов произвольных порядков;
- общая схема исследования задачи нахождения одновременно стабилизирующего регулятора;
- новая численно реализуемая процедура построения одновременно стабилизирующего регулятора;
- конструктивные условия и алгоритмы решения задачи одновременной стабилизации с заданной степенью устойчивости (α -стабилизации);
- конструктивные условия и алгоритмы решения задачи одновременной стабилизации дискретных объектов;
- критерий существования ω -стабилизирующего регулятора для случая одновременной стабилизации объектов 2-го порядка регулятором 1-го порядка.

Апробация работы

Основные результаты работы и отдельные её части докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах.

1. На Второй Международной конференции "Системный анализ и информационные технологии"САИТ-2007 (Обнинск, Россия, 10-14 сентября 2007 г.);
2. На Третьей Международной конференции "Системный анализ и информационные технологии"САИТ-2009 (Звенигород, Россия, 14-18 сентября 2009 г.);
3. На Ломоносовских чтениях в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова (Москва, Россия, 2006-2009);

4. На международной конференции студентов и аспирантов по фундаментальным наукам “Ломоносов-2006” (Москва, Россия, 2006 г.)

5. На научном семинаре "Нелинейная динамика: качественный анализ и управление" под руководством академиков РАН С.В. Емельянова и С.К. Коровина (Москва, Россия, 2006-2009);

6. На научных семинарах кафедры нелинейных динамических систем и процессов управления факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В.Ломоносова (Москва, Россия, 2006-2009);

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 10 статей в ведущих рецензируемых журналах.

Структура и объем диссертации

Диссертация содержит 143 страниц текста, состоит из введения, пяти глав, четырех приложений, библиографии.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе представлены основные теоретические обоснования предложенного метода исследования задачи одновременной стабилизации линейных стационарных объектов.

В разделе 1.1 приведены основные обозначения и определения, использованные в работе.

В разделе 1.2 приведена общая постановка задачи одновременной стабилизации, представлен структурированный обзор основных идей и результатов работ различных авторов по данной тематике.

В разделе 1.3 приведена рассматриваемая в работе формулировка задачи *одновременной стабилизации*: рассматривается k линейных объектов различных порядков n_i с передаточными функциями

$$W_1(s) = \frac{\beta_1(s)}{\alpha_1(s)}, \dots, W_k(s) = \frac{\beta_k(s)}{\alpha_k(s)}, \quad (1.1)$$

где $\beta_i(s) = b_{n_i-1,i}s^{n_i-1} + \dots + b_{0,i}$, $\alpha_i(s) = s^{n_i} + a_{n_i-1,i}s^{n_i-1} + \dots + a_{0,i}$, причем полиномы $\beta_i(s)$, $\alpha_i(s)$ взаимно просты.

Требуется установить существование регулятора l -го порядка с передаточной функцией

$$R(s) = \frac{p(s)}{q(s)} = \frac{p_l s^l + p_{l-1} s^{l-1} + \dots + p_1 s + p_0}{s^l + q_{l-1} s^{l-1} + \dots + q_1 s + q_0}, \quad (1.2)$$

одновременно стабилизирующего объекты (1.1), т.е. такого, что знаменатели

$$\varphi_i(s) = \alpha_i(s)q(s) + \beta_i(s)p(s), i = 1, 2, \dots, k$$

всех передаточных функций замкнутых систем, - объектов (1.1), замкнутых отрицательной обратной связью регулятором (1.2), являются устойчивыми полиномами.

Далее **в разделе 1.4** приведены вспомогательные утверждения и определения, на основе которых формулируется новый подход к решению поставленной задачи. Сформулирована теорема об однопараметрическом семействе полиномов. Введено понятие ω -устойчивого вектора.

Теорема 1.1. Пусть

$$L(u) = \{ p(s, u\mu) = u_0\mu + u_1\mu s + \dots + u_{n-1}\mu s^{n-1} + s^n, \mu \in \mathbb{R}, u_i > 0 \}, \quad (1.3)$$

$$u = (u_0, \dots, u_{n-1}) \in \mathbb{R}_+^n,$$

однопараметрическое семейство полиномов в P^n , причем $u_0, u_1, \dots, u_{n-1}$ такие, что полином степени $(n-1)$

$$u(s) = u_0 + u_1 s + \dots + u_{n-1} s^{n-1}$$

устойчив. Тогда найдется такое значение параметра $\mu_0 > 0$, что при любом $\mu > \mu_0$ полиномы семейства (1.3) устойчивы.

Вектор $u = (u_0, \dots, u_{n-1})^\top \in \mathbb{R}_+^n$ называем ω -устойчивым, если полином степени $n - 1$

$$u(s) = u_0 + u_1 s + \dots + u_{n-1} s^{n-1}$$

устойчив.

Для каждого знаменателя передаточной функции системы $W_i(s)$, замкнутой обратной связью регулятором l -го порядка (1.2), т.е. для каждого полинома

$$\varphi_i(s) = \alpha_i(s)q(s) + \beta_i(s)p(s) = \varphi_{0,i} + \varphi_{1,i}s + \dots + \varphi_{n_i+l-1,i}s^{n_i+l-1} + s^{n_i+l} \quad (1.4)$$

введем вектор коэффициентов $\varphi_i = (\varphi_{0,i}, \dots, \varphi_{n_i+l-1,i})$. Тогда для каждого $i = 1, \dots, k$ найдутся матрица $A_i(\alpha_i, \beta_i, l) \in \mathbb{R}^{(n_i+l) \times (2l+1)}$ и столбец $B_i(\alpha_i, \beta_i, l) \in \mathbb{R}^{(n_i+l)}$ (однозначно построенные по коэффициентам передаточной функции $W_i(s)$) такие, что выполняются равенства

$$\begin{pmatrix} \varphi_{0,i} \\ \vdots \\ \varphi_{n_i+l-1,i} \end{pmatrix} = A_i(\alpha_i, \beta_i, l) \begin{pmatrix} q_0 \\ \vdots \\ q_{l-1} \\ p_0 \\ \vdots \\ p_l \end{pmatrix} + B_i(\alpha_i, \beta_i, l), \quad i = 1, \dots, k. \quad (1.5)$$

Для линейной системы неравенств

$$A_i(\alpha_i, \beta_i, l) \begin{pmatrix} q_0 \\ \vdots \\ q_{l-1} \\ p_0 \\ \vdots \\ p_l \end{pmatrix} + B_i(\alpha_i, \beta_i, l) > 0, \quad i = 1, \dots, k. \quad (1.6)$$

определим вектор $v = (q_0, \dots, q_{l-1}, p_0, \dots, p_l)$ как *устойчивое решение*, если устойчив соответствующий полином $\varphi_i(s) = \varphi_{0,i} + \varphi_{1,i}s + \dots + \varphi_{n_i+l-1,i}s^{n_i+l-1} + s^{n_i+l}$, $i = 1, \dots, k$ с коэффициентами (1.5).

В разделе 1.5 на основе понятий и утверждений, введенных в разделе 1.4, а также известных фактов о решении системы алгебраических неравенств, доказано конструктивное ранговое необходимое условие одновременной стабилизации k линейных стационарных объектов.

Теорема 1.2. Пусть линейные объекты (1.1) одновременно стабилизируются некоторым регулятором l -го порядка (1.2). Тогда в матрице

$$A = \begin{pmatrix} -A_1 & -B_1 \\ \vdots & \vdots \\ -A_k & -B_k \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

ранга r найдется такой отличный от нуля минор

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{j_1 i_1} & \dots & a_{j_1 i_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{j_r i_1} & \dots & a_{j_r i_r} \end{vmatrix}$$

r -го порядка, что выполняются соотношения

$$\frac{1}{\Delta} \cdot \begin{vmatrix} a_{j_1 i_1} & \dots & a_{j_1 i_r} & -1 \\ \dots & \dots & \dots & -1 \\ a_{j_r i_1} & \dots & a_{j_r i_r} & -1 \\ a_{j l i_1} & \dots & a_{j l i_r} & -1 \end{vmatrix} \geq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n_1 + \dots + n_k + kl)$$

В разделах 1.6, 1.7 получено новое достаточное условие одновременной стабилизации k линейных стационарных объектов, не предполагающее ограничение на структуру объектов.

Теорема 1.3. Пусть для объектов (1.1) существует вектор параметров $v = (q_0, \dots, q_{l-1}, p_0, \dots, p_l)$ такой, что векторы

$$A_i(\alpha_i, \beta_i, l)v = ((a'_{0,i}, v), \dots, (a'_{n_i+l-1,i}, v))^T \quad (1.7)$$

ω -устойчивы для всех $i = 1, \dots, k$, где $(\cdot, \cdot)$ — скалярное произведение, $a'_{j,i}$ — j -я строка матрицы $A_i(\alpha_i, \beta_i, l)$. Тогда объекты (1.1) одновременно стабилизируемы некоторым регулятором порядка l .

Вектор параметров $v = (q_0, \dots, q_{l-1}, p_0, \dots, p_l)^T$, удовлетворяющий теореме 1.3, назовем ω -стабилизирующим (соответствующие параметры — ω -стабилизирующими).

Регулятор (1.2) называем ω -стабилизирующим, если вектор его параметров $v = (q_0, \dots, q_{l-1}, p_0, \dots, p_l)^T$ — ω -стабилизирующий. Фактически, теорема 1.3 задает достаточное условие существования ω -стабилизирующего регулятора. Свойство ω -стабилизирующих регуляторов описано в следующей теореме.

Теорема 1.4. Пусть для объектов (1.1) существует ω -стабилизирующий регулятор с вектором параметров $v = (q_0, \dots, q_{l-1}, p_0, \dots, p_l)^T$. Тогда для

любого $r > 0$ найдется такое $\mu^* > 0$, что регулятор $R^*(s) = \frac{p^*(s)}{q^*(s)}$ с вектором параметров $v\mu^*$ также одновременно стабилизирует объекты (1.1) и при этом для радиусов устойчивости знаменателей

$$\varphi_i^*(s) = \alpha_i(s)q^*(s) + \beta_i(s)p^*(s)$$

замкнутых систем $W_i(s)$ справедливы оценки

$$R_S(\varphi_i^*(s)) \geq r.$$

В разделе 1.8 приведен алгоритм построения ω -стабилизирующего регулятора для объектов (1.1).

В заключительном разделе 1.9 главы 1 приведены результаты для частного случая рассматриваемой задачи - одновременной стабилизации объектов 2-го порядка регулятором 1-го порядка. А именно, удалось получить представляющие практический интерес необходимые и достаточные условия, а также достаточное условие отсутствия одновременно стабилизирующего регулятора 1-го порядка.

Результаты первой главы опубликованы в работах [1–5].

Во второй главе приведена общая схема исследования задачи одновременной стабилизации, а также подробно описана процедура построения одновременно стабилизирующего регулятора на основе методов интервального анализа а также алгоритма описанного в разделе 1.8 главы 1.

В разделе 2.1 представлены вспомогательные определения и утверждения.

В разделе 2.2 приведена общая схема исследования задачи одновременной стабилизации. Схема включает в себя не только исследование поставленной задачи, но и процедуру построения одновременно стабилизирующего регулятора. Основные этапы этого исследования состоят в следующем.

1. Проверка совместности системы линейных неравенств (1.6):

- если несовместна: не существует стабилизирующего регулятора;
- если совместна: переходим к п. 2.

2. Проверка ограниченности множества решений (1.6):

- если ограничено: переходим к п. 3а;
- если неограничено: переходим к п. 3б.

3а. Поиск параллелотопа содержащего ограниченное множество решений системы линейных неравенств (1.6) и определение точности *интервального алгоритма SIVIA*, переход к п. 4а.

3б. Выбор начальных условий и точности интервального алгоритма *SIVIA*, переход к п. 4б.

4а. Поиск стабилизирующих параметров регулятора с помощью интервального алгоритма *SIVIA*:

- если найдены стабилизирующие параметры : найден и существует одновременно стабилизирующий регулятор;
- если не найден стабилизирующие параметры : уточнить параметры алгоритма *SIVIA* и повторить п. 4а.

4б. Поиск ω -стабилизирующих параметров регулятора с помощью интервального алгоритма *SIVIA*:

- если найдены ω -стабилизирующие параметры: перейти к п. 4в;
- если не найден ω -стабилизирующие параметры : уточнить начальные условия и точность алгоритма *SIVIA* (повторить п. 3б, 4б).

4в. Расчет параметра μ перехода от ω -стабилизирующих параметров к стабилизирующим параметрам.

В разделах 2.3, 2.4 описан способ выбора начальных условий и точности процедуры *SIVIA* поиска стабилизирующих параметров регулятора, а также основные шаги самой процедуры *SIVIA*.

Результаты второй главы опубликованы в работах [6–8].

В третьей главе рассмотрена задача *одновременной α -стабилизации*, т.е. задача одновременной стабилизации линейных стационарных объектов с заданной степенью устойчивости $\alpha = \text{const} > 0$.

В разделах 3.1, 3.2 дана формулировка задачи *одновременной α -стабилизации*, вводятся определения α -устойчивости, радиуса α -устойчивости, а также описан подход, основанный на взаимно-однозначном преобразовании областей α -устойчивости в пространстве коэффициентов полиномов.

В разделах 3.3 - 3.5 предложены проверяемые численно необходимые условия одновременной α -стабилизации, а также достаточное условие одновременной α -стабилизации линейных динамических объектов регулятором заданного порядка с указанием алгоритмов построения стабилизирующего регулятора. Также приведено определение *(α, ω) -стабилизирующего регулятора*, который является аналогом ω -стабилизирующего регулятора, описанного в главе 1. При этом использованы методы, основанные на анализе структуры областей устойчивости пространств коэффициентов полиномов, линейно зависящих от параметров. Указанные методы были описаны ранее при решении задач одновременной стабилизации $k \geq 3$ линейных стационарных объектов в главе 1.

Приведенный **в разделе 3.6** алгоритм также допускает эффективную численную реализацию с использованием прикладного интервального анализа, описанную в главе 2.

В разделе 3.7 приводится критерий существования (α, ω) -стабилизирующего регулятор, полученный для частного случая - одновременной α -стабилизации линейных объектов 2-го порядка регулятором 1-го порядка.

Результаты третьей главы опубликованы в работе [9].

В четвертой главе рассмотрена задача одновременной стабилизации дискретных линейных стационарных объектов регулятором заданного порядка, для которых представлено легко проверяемое необходимое условие одно-

временной стабилизации, а также приведено достаточное условие одновременной стабилизации и построен конструктивный алгоритм поиска одновременно стабилизирующего регулятора. Подход к получению перечисленных результатов аналогичен подходу, используемому для α -стабилизации линейных стационарных объектов в главе 3. Задача одновременной стабилизации дискретных объектов сводится к задаче одновременной стабилизации непрерывных объектов, описанной в главе 1, используя конформное отображение единичного круга комплексной z -плоскости в левую полуплоскость комплексной s -плоскости.

В пятой главе приводятся результаты для некоторых частных задач по теме одновременной стабилизации.

Так, **в разделах 5.1, 5.2**, представлены результаты возможности расширения множества линейных стационарных объектов, одновременно стабилизируемых с помощью единого регулятора, а также расширения множества регуляторов, стабилизирующих одни и те же линейные стационарные объекты. Используя теорию построения радиусов устойчивости, были получены оценки упомянутых множеств.

В разделах 5.3, 5.4 рассмотрены задачи об *одновременной сильной стабилизации* и *одновременной биустойчивой стабилизации* линейных стационарных объектов.

Известно (Blondel, Vidyasagar), что задача одновременной стабилизации $(k + 1)$ -го линейного объекта в некоторых случаях может быть сведена к задаче сильной одновременной стабилизации k объектов, а задача одновременной стабилизации $(k + 2)$ -ух линейных объектов в некоторых случаях может быть сведена к задаче одновременной биустойчивой стабилизации k объектов (Wei), что позволяет упростить решение и сократить объем вычислений для подобных задач. На основе подхода, описанного в главе 1, получены необходимые и достаточные условия одновременной сильной и биустойчивой стаби-

лизации.

Результаты пятой главы опубликованы в работах [10–12].

В Заключение приводятся основные результаты, полученные в ходе исследования задачи одновременной стабилизации:

- разработан новый подход к исследованию задачи одновременной стабилизации, основанный на изучении свойств аффинных преобразования пространства параметров регуляторов в пространство коэффициентов характеристических полиномов замкнутых объектов с использованием методов теории робастной устойчивости и теории систем линейных неравенств;

- получены новые конструктивные условия одновременной стабилизации конечного числа линейных динамических объектов произвольных порядков без существенных ограничений на параметры стабилизируемых объектов;

- разработана общая схема исследования задачи нахождения одновременно стабилизирующего регулятора;

- разработана новая численно реализуемая процедура построения одновременно стабилизирующего регулятора;

- получены конструктивные условия существования одновременно стабилизирующего регулятора, а также приведена процедура расчета параметров такого регулятора для задачи одновременной α -стабилизации конечного числа линейных динамических объектов произвольных порядков без существенных ограничений на параметры стабилизируемых объектов;

- получены конструктивные условия существования одновременно стабилизирующего регулятора, а также приведена численно реализуемая процедура расчета параметров такого регулятора для задачи одновременной стабилизации конечного числа дискретных объектов произвольных порядков без существенных ограничений на параметры стабилизируемых объектов;

- для задач одновременной стабилизации, α -стабилизации в случае стабилизации объектов 2-го порядка регулятором 1-го порядка получены крите-

рий существования единого ω -стабилизирующего регулятора ((α, ω) -стабилизирующего регулятора);

- получены результаты о возможности расширения множества одновременно стабилизируемых объектов, а также результаты, позволяющие расширить множество регуляторов, одновременно стабилизирующих линейные стационарные объекты.

В приложениях А, Б, В представлены используемые методы теории робастной устойчивости, интервального анализа, теории систем линейных неравенств.

Основная процедура расчета одновременно стабилизирующего регулятора была численно проверена и реализована в среде математического моделирования *MatLab*. Результаты численного моделирования представлены **в приложении Г**.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю Сергею Константиновичу Коровину за постановку задачи и постоянное внимание и ценные советы в работе над диссертацией, а также Фурсову Андрею Серафимовичу за помощь в исследовании тематики задачи одновременной стабилизации.

Список публикаций

- [1] *Фурсов А.С. Коровин С.К., Кудрицкий А.В.* Об одновременной стабилизации линейных объектов произвольных порядков регулятором заданной структуры // *Доклады академии наук.* — 2008. — Т. 423, № 2. — С. 173–177.
- [2] *Фурсов А.С. Коровин С.К., Кудрицкий А.В.* О некоторых подходах к

- одновременной стабилизации линейных объектов регулятором заданной структуры // *Дифференц. уравнения.* — 2009. — Т. 45, № 4. — С. 597–608.
- [3] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В. Об одновременной стабилизации линейных объектов второго порядка // *Дифференц. уравнения.* — 2007. — Т. 43, № 8. — С. 1144.
- [4] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В. О существовании и конструктивных алгоритмах построения регуляторов, одновременно стабилизирующих объекты второго порядка // *2-я Международная конференция "Системный анализ и информационные технологии САИТ-2007 (10-14 сентября, 2007 г., Обнинск, Россия): Труды конференции.* — 2007. — Т. 1, № 2. — С. 76–78.
- [5] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В. Одновременная стабилизация линейных объектов произвольных порядков регулятором заданной структуры // *Дифференц. уравнения.* — 2008. — Т. 44, № 8. — С. 1150.
- [6] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В., Носов А.П. Существование устойчивых решений линейных систем // *Дифференц. уравнения.* — 2006. — Т. 42, № 8. — С. 1144–1145.
- [7] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В., Носов А.П. Алгоритмы построения регуляторов, одновременно стабилизирующих линейные объекты второго порядка // *Дифференц. уравнения.* — 2008. — Т. 44, № 5. — С. 619–625.
- [8] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В., Носов А.П. К вопросу об одновременной стабилизации интервальных семейств линейных объектов // *Дифференц. уравнения.* — 2009. — Т. 45, № 2. — С. 287–288.
- [9] Фурсов А.С. Коровин С.К., Кудрицкий А.В. К вопросу об одновремен-

ной α -стабилизации линейных объектов // Дифференц. уравнения // *Дифференц. уравнения.* — 2009. — Т. 45, № 5. — С. 698–705.

- [10] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В. О множестве одновременно стабилизируемых линейных объектов заданным регулятором // *Дифференц. уравнения.* — 2007. — Т. 43, № 8. — С. 1149.
- [11] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В., Носов А.П. Оценка множества регуляторов заданного порядка, одновременно стабилизирующих линейные объекты // *Дифференц. уравнения.* — 2008. — Т. 44, № 8. — С. 1150.
- [12] Фурсов А.С. Кудрицкий А.В., Носов А.П. Одновременная сильная стабилизация линейных объектов произвольных порядков регулятором заданной структуры // *Дифференц. уравнения.* — 2009. — Т. 45, № 8. — С. 1214–1216.