

На правах рукописи

ШИШКИН Алексей Геннадиевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ПЛАЗМЕННЫХ УСТАНОВКАХ

Специальность 05.13.18 Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2010

Диссертационная работа выполнена на кафедре автоматизации научных исследований факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
чл.-корр. РАН, профессор Д.П. КОСТОМАРОВ

Официальные оппоненты: доктор технических наук,
академик РАН, профессор С.К. КОРОВИН

доктор физико-математических наук,
профессор К.П. КИРДЯШЕВ

доктор технических наук,
профессор В.И. ХВЕСЮК

Ведущая организация: Институт прикладной математики
им. М.В.Келдыша РАН

Защита состоится «__» _____ 2011 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.43 при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Ленинские горы, МГУ, 2-й учебный корпус, факультет вычислительной математики и кибернетики, ауд. 685.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке факультета ВМиК Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан “__” _____ 2010 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор

Е.В. ЗАХАРОВ

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Проводящиеся многие годы интенсивные исследования плазмы связаны со многими техническими и технологическими ее применениями и проблемами, для которых физика плазмы служит научной основой. Важнейшими приложениями являются управляемый термоядерный синтез, магнитогидродинамическое преобразование тепловой энергии в электрическую и промышленные плазменные технологии, используемые в самых различных областях науки и техники, включая газовую электронику, наноэлектронику и теоретическую астрофизику.

Большинство плазменных установок по общности многих физических процессов можно условно разделить на две большие группы: устройства, где плазма изолирована от стенок, и устройства с потоками частиц на стенки. К первому типу устройств относятся установки для управляемого термоядерного синтеза - токамаки и стеллараторы, - а также открытые системы для магнитного удержания плазмы. Типичными представителями второго класса установок являются газоразрядные камеры, предназначенные для получения низкотемпературной плазмы. Теоретическое и экспериментальное исследование процессов в такого рода плазменных устройствах представляет в большинстве случаев сложную проблему как с научной, так и с технической, и экономической точек зрения. Поэтому особую роль в изучении плазмы занимает математическое моделирование.

Математическое моделирование незаменимо для разработки плазменных установок, так как дает необходимую информацию об оптимальных размерах и значениях основополагающих параметров процессов и устройств. Во многих случаях качественные решения, касающиеся эффектов давления, вводимой мощности, потоков частиц, а также общего функционирования систем могут быть быстро найдены с помощью достаточно простых одномерных моделей. Однако адекватно предсказывать пространственные распределения различных величин, транспорт заряженных частиц, динамику плазменных слоев (особенно в газоразрядных установках), течение плазмохимических процессов для каждого конкретного реактора возможно только при использовании многомерных моделей [1].

Математические модели и созданные на их основе численные коды играют важную роль в развитии физики плазмы с момента появления компьютеров. Прогресс в понимании многих плазменных явлений – магнитогидродинамических (МГД)

неустойчивостей, перенос частиц, распространение волн и др. – достигнут благодаря совершенствованию компьютерной техники. В настоящее время не существует универсальных компьютерных кодов, с помощью которых можно было бы моделировать все требуемые физические и химические процессы, протекающие в плазме различных установок. Основную трудность при этом представляет одновременное развитие в плазме явлений, которые имеют пространственные и временные масштабы, различающиеся на много порядков (например, шкала времен протекающих в плазме токамака процессов охватывает в среднем 12 порядков). Учет в модели какого-то дополнительного фактора влечет за собой появление нового пространственно-временного масштаба. Это вынуждает рассматривать относительно медленно развивающиеся макроскопические явления на основе более быстрых процессов.

Сложность современных устройств и ограничения, накладываемые на время расчета, оправдывают разработку моделей (во многих случаях с помощью большого числа аппроксимаций), ориентированных на получение каких-то определенных данных. Можно выделить несколько проблемных направлений такого моделирования. Во-первых, модели становятся все более сложными (например, посредством объединения нескольких отдельных кодов в один), что позволяет получать физически адекватные результаты. Во-вторых, разработка таких сложных кодов часто требует привлечения усилий специалистов из разных областей научной деятельности. И, наконец, рост производительности компьютеров и использование многопроцессорной архитектуры способствуют созданию параллельных численных кодов.

Отмеченные проблемы определяют тенденцию развития математического моделирования плазменных процессов и установок различного назначения. Однако они далеки от завершения, в связи с этим возникает необходимость дальнейших исследований для конкретных классов плазменных устройств и процессов.

Современное состояние исследований в области управляемого термоядерного синтеза требует разработки все более сложных и адекватных физическому эксперименту математических моделей, учитывающих сложные процессы, протекающие в плазме. Сюда можно отнести дальнейшее развитие математических моделей плазмы, описывающих ее поведение во времени в магнитных полях сложной структуры с учетом ввода в плазму дополнительной энергии. При этом необходимо принимать во внимание ряд качественно новых эффектов, которые могут существенно изменить характеристики плазмы. Все это требует отказа от многих упрощающих предположений и разработки моделей с более детальным описанием различных процессов.

Кроме того, до настоящего времени в работах, посвященных самосогласованному описанию кинетических и транспортных процессов в высокотемпературной плазме, открытым остается вопрос о влиянии токов неомической природы на характер поведения плазмы в квазиравновесных режимах. Особенно актуальна проблема исследования подобных токов для токамаков с малым аспектным отношением R_0/a (аспектное отношение порядка полутора и меньше), где R_0 и a - большой и малый радиусы тора соответственно. В этих установках, к которым относится, например, MAST (Mega Ampere Spherical Tokamak, Великобритания), величина неомических токов может составлять несколько десятков процентов от значения полного тока плазмы, что требует их учета [2-5]. Сложная физическая природа неомических токов позволяет провести только численное их изучение. В этой связи представляет большой интерес разработка математической модели эволюции равновесия плазмы с учетом вышеприведенных процессов.

В электродинамических плазменных установках существует немало параметров, таких как распределение мощности внутри разряда, потенциал самосмещения для высокочастотных (ВЧ) разрядов и ряд других, для которых получение адекватных физической реальности значений может быть выполнено только в рамках многомерного (два и более измерений) моделирования.

Исследование емкостных ВЧ разрядов пониженного давления привлекает большое внимание в связи с их применением в технологиях микро- и нанoeлектроники (травление, осаждение пленок, окисление и др.). Важным моментом, определяющим применимость таких разрядов, является знание энергетического распределения ионов вблизи поверхностей электродов. В последние годы этой проблеме было посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ [6-14]. Однако при построении математических моделей преимущественно рассматривались такие условия, когда слои можно считать либо бесстолкновительными, либо сильно столкновительными. Промежуточный случай, когда на ширине слоя укладывается 0.3-10 длин пробега, изучен недостаточно. Кроме того, во многих аналитических и численных исследованиях рассматриваются одномерные модели, делается ряд приближений, в значительной мере ограничивающий область применимости полученных результатов. Адекватные реальным физическим процессам модели плазменных явлений помогают ускорить создание эффективных приборов и устройств в отмеченных выше областях.

Несмотря на кажущееся различие в конструкции и физических параметрах исходные уравнения, описывающие процессы в обоих типах установок, одинаковы. Но

вследствие их чрезвычайной сложности и недоступности для решения даже на современных мощных компьютерах, уравнения тем или иным способом упрощают с учетом специфики решаемой задачи, выделяя доминирующие процессы, и разрабатывают специализированные модели различных процессов со своими характерными пространственно-временными масштабами.

Исходя из изложенного, настоящая диссертация, посвященная вопросам построения и исследования многомерных математических моделей для анализа и прогнозирования экспериментов в электродинамических плазменных установках и включающая создание сложных программных комплексов для проведения численного исследования физических процессов, а также решение ряда важных теоретических и практических задач о поведении плазмы, является весьма важной. Актуальность работы, в первую очередь, касается изучения плазменных процессов и их моделирования в принципиально разных электродинамических плазменных установках, а именно, системах магнитного удержания плазмы типа токамак и газоразрядных устройствах низкого и среднего давления с потоками частиц на стенки, что является одной из сложных и значимых проблем.

Цель диссертационной работы. Основной целью диссертационной работы является построение математических моделей и создание компьютерных кодов для аналитического и численного исследования электродинамических процессов, анализа и прогнозирования экспериментов в плазменных установках как с потоками частиц на стенки, так и при их отсутствии, а также выявление общности и различия в принципах и методах моделирования таких устройств.

Основные задачи исследования включают:

- анализ областей существования параметров моделируемых видов плазмы на переменном токе;
- разработку для указанных типов плазменных устройств математических моделей различного уровня, в том числе и многомерных, в основе которых лежат единые уравнения, описывающие поведение плазмы, находящейся в переменных электромагнитных полях;
- создание на основе разработанных моделей сложных алгоритмов и программных комплексов для проведения численного исследования физических процессов в анализируемых типах установок, что является важным для научных и практических приложений, так как дает

необходимые сведения для проведения экспериментов и разработки перспективных конструкций установок;

- решение с помощью разработанных подходов ряда важных практических задач о поведении плазмы в электродинамических устройствах, в том числе определение системы оптимальных значений основных параметров, влияния внешних источников и границ различного типа, формирующих поведение рассматриваемых видов плазмы.

Научная новизна, основные результаты. Научная новизна и основные результаты диссертации состоят в следующем:

1. Решена крупная научно-техническая проблема разработки общих методов моделирования и расчета параметров процессов в плазме, создаваемой или нагреваемой электромагнитными полями и находящейся в установках с удержанием частиц магнитным полем и с потоками частиц на стенке.
2. Проведен анализ массива параметров изучаемых видов плазмы на переменном токе и определены диапазоны их изменения, важные для моделирования; выявлены области совпадения и различия.
3. Для указанных типов плазменных устройств построены следующие новые математические модели, в основе которых лежат единые уравнения, описывающие кинетику частиц плазмы, находящейся в переменных электромагнитных полях:
 - a. Математическая модель, описывающая эволюцию равновесия плазмы в установках токамак и учитывающая влияние токов, возбуждаемых электромагнитными волнами, инжекцией нейтралов, неомических токов, вызванных градиентами давления, и эффектов, связанных с использованием неоклассического выражения для проводимости плазмы.
 - b. Кинетическая модель емкостного разряда с учетом ион-ионных и ион-нейтральных столкновений, позволяющая корректно рассчитывать потоки ионов на стенки и другие моменты функции распределения ионов, что является важным в технологическом плане.
 - c. Математическая модель ВЧ разряда для расчета параметров плазмы в широком диапазоне частот генератора и давлений на основе самосогласованного решения диффузионно-дрейфовых уравнений для электронов и ионов, уравнения для энергии электронов, уравнения Пуассона для потенциала электрического поля и уравнения Больцмана в двучленном приближении для функции распределения электронов.

4. Разработаны и исследованы эффективные численные методы решения задач для многомерных уравнений, которые описывают широкий спектр характерных плазменных времен и частот. Предложена новая методика использования нейронных сетей для преодоления ряда трудностей, возникающих при решении современных задач математического моделирования тороидальной плазмы. Рассмотрено и реализовано применение нейросетей к проблеме замены исходной математической модели на приближённую.
5. Для численного исследования указанных моделей создан комплекс кодов, позволяющий эффективно моделировать физические процессы в плазме и проводить вычислительные эксперименты.
6. Для автоматизации рутинных операций настройки входных и выходных данных численных кодов, их компиляции и запуска, мониторинга формирования данных, преобразования формата данных, построения двумерных и трёхмерных графиков создана универсальная платформонезависимая среда ScopeShell.
7. С помощью разработанной теории и программного обеспечения проведено моделирование процессов реальных экспериментов на современных установках токамак, что позволило более глубоко понять протекающие физические процессы, а также дало возможность точнее предсказывать поведение плазмы и вырабатывать рекомендации по выбору оптимальных параметров устройств.
8. В рамках построенных моделей радиочастотных разрядов проведено исследование процессов, протекающих в газоразрядной камере, в том числе при плазменной стерилизации медицинских инструментов и материалов, что позволило выяснить доминирующие физические процессы и составляющие элементы плазмы, обеспечивающие низкотемпературную стерилизацию медицинских инструментов.

Практическая значимость. Работа имеет теоретический и прикладной характер.

Полученные в диссертации результаты закладывают практические основы определения параметров и свойств установок с потоками частиц на стенки и при удержании плазмы магнитными полями. Модели и методы, развитые в диссертации, могут быть использованы: при расчете характеристик плазмы в термоядерных экспериментах и при исследовании газоразрядной плазмы; для проработки концепций будущих токамаков-реакторов и разработки перспективных установок плазменной стерилизации медицинских инструментов и материалов.

Полученные в диссертации результаты существенно дополняют и расширяют представления о характере проводимости плазмы в сферических токамаках. Выявлены

области оптимальных значений параметров для возникновения режимов с улучшенным удержанием плазмы.

Внесен заметный вклад в понимание поведения плазмы в омических разрядах и разрядах с инъекцией на установках START (Великобритания) и MAST, изучены способы перевода плазмы в квазистационарный режим в сферических токамаках, что позволило оптимизировать экспериментальные исследования.

Показано, что при построении моделей установок с потоками частиц на стенки необходимо учитывать радиальный перенос внутри камеры, так как он оказывает существенное влияние на формирование профилей заряженных частиц.

Определена степень влияния ион-нейтральных столкновений на распределение ионов по энергиям в слоях и на электродах газоразрядной камеры, а также на профили потенциала, что позволяет корректно определять температурные режимы обрабатываемых изделий как целого.

Показано, что емкостные разряды обладают технологическими и физико-химическими преимуществами по сравнению с традиционными методами обеззараживания медицинских инструментов.

Методы и модели, разработанные в диссертации, использовались для расчета параметров плазмы в сферических токамаках START, MAST, для проработки концепций проектируемого международного токамака-реактора ITER, а также при создании плазменных стерилизаторов и установок нагревного типа для обработки поверхностей различных материалов для технологических целей.

Разработанная платформонезависимая среда для визуализации и мониторинга вычислительного эксперимента ScopeShell используется в настоящее время, в том числе, в Culham Laboratory ведомства по атомной энергии Великобритании.

Результаты компьютерного моделирования радиочастотных разрядов были положены в основу разработки перспективных установок плазменной стерилизации.

Численные методы и их программная реализация могут применяться для решения определенного класса смешанных задач для многомерных интегро-дифференциальных уравнений параболического типа со смешанными производными.

Общие принципы математического моделирования в газовых разрядах отражены в учебнике «Электроника», соавтором которого является автор настоящей диссертации, и используются в учебном процессе для студентов, обучающихся по направлению 210300 – «Радиотехника».

Методы исследования. В качестве основного аппарата решения поставленных в диссертационной работе задач были использованы методы математического моделирования, численного решения дифференциальных уравнений и вычислительные эксперименты с помощью программных средств.

Достоверность теоретических результатов обеспечивается использованием апробированного математического аппарата, проведением аналитического и компьютерного тестирования. Для проверки достоверности практических результатов использовано сравнение данных математического моделирования и компьютерного анализа с имеющимися экспериментальными данными.

Апробация работы. Все основные результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на различных международных и всероссийских конференциях, научных симпозиумах и семинарах, в том числе на XXV, XXVI Европейских конференциях по управляемому термоядерному синтезу (EPS) (Прага (Чехия), 1998; Маастрихт (Нидерланды), 1999), на XXII, XXIII, XXVII, XXIX международных конференциях по явлениям в ионизированных газах (ICPIG) (Хобокен (США), 1995; Тулуза (Франция), 1997; Эйндховен (Нидерланды), 2005; Канкун (Мексика), 2009), на XI, XII, XIII, XV и XVIII международных конференциях по газовым разрядам и их применениям (GD) (Токио (Япония), 1995; Грейфсвальд (Германия), 1997; Глазго (Великобритания), 2000; Тулуза (Франция), 2004; Грейфсвальд (Германия), 2010), на XIX международном симпозиуме по динамике разреженных газов (Оксфорд (Великобритания), 1994), на XVI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн (Харьков, 1990), на XII Европейской конференции по атомной и молекулярной физике ионизированных газов (ESCAMPIG) (Нордвикерхут (Нидерланды), 1994), на III международной конференции по проблемам и применениям электромагнитных полей (Ухань (Китай), 1996), на XX международной конференции по электронным и атомным столкновениям (Вена (Австрия), 1997), на XVI международном симпозиуме по плазмохимии (Таормино (Италия), 2003), на международной конференции RADAR (Аделаида (Австралия), 2008), на международной конференции по применению электромагнитных явлений (Сидней (Австралия), 2010), на международной конференции «Численное моделирование и вычисления в физике» (Дубна, 1996), на международном совещании по сферическим токамакам и совместном американо-японском совещании по токамакам с малым аспектным отношением (Абингдон (Великобритания), 1996), на международной конференции «Современные тенденции в вычислительной физике»

(Дубна, 1998), на VII, XI и XII международных семинарах «Супервычисления и математическое моделирование» (Саров, 2003, 2009, 2010), на I корейско-российском совещании по проблемам «Data Mining» (Москва, 2008), на конференциях по физике плазмы в Звенигороде и Российском научном центре «Курчатовский институт», на семинарах кафедры автоматизации научных исследований факультета ВМиК МГУ, на семинарах в Culham Laboratory ведомства по атомной энергии Великобритании, на совещаниях рабочих групп ITER, на семинарах в Ливерпульском университете (Великобритания) и университете Дерби (Великобритания).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 47 работах, из них 13 – в изданиях, входящих в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов ВАК РФ.

Лично автором получены следующие результаты.

- Построена математическая модель эволюции равновесия плазмы токамаков с учетом влияния токов неомической природы.
- Разработана математическая модель емкостных низкочастотных разрядов с учетом ион-ионных и ион-нейтральных столкновений.
- Построена математическая модель радиочастотных разрядов на основе дрейфово-диффузионного приближения.
- Создан комплекс многомерных численных кодов для моделирования плазменных процессов.
- Создана платформонезависимая среда для визуализации и мониторинга вычислительных экспериментов.
- Проведено моделирование процессов экспериментов на современных плазменных установках.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, одного приложения и списка цитируемой литературы. Список литературы включает 260 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, дан краткий обзор современного состояния области исследования, сформулированы основные цели работы, а также кратко изложено содержание диссертации по главам.

Описание общих принципов и обоснование методов математического моделирования электродинамических процессов в плазменных средах, а также постановка основных задач на исследование изложены в **главе 1**.

Анализ физических процессов, происходящих в современных плазменных установках, рассмотрен в первом параграфе этой главы. При этом из всех установок условно выделены два класса: устройства, в которых плазма изолирована от стенок и устройства с потоками частиц на стенки. К первому типу устройств относятся установки для управляемого термоядерного синтеза - токамаки и стеллараторы, - а также открытые системы для магнитного удержания плазмы. Типичными представителями второго класса устройств являются газоразрядные камеры, предназначенные для получения низкотемпературной плазмы. И хотя в указанных двух классах плазменных установок физические параметры меняются в чрезвычайно широких пределах, тем не менее, различные типы плазмы во всем диапазоне изменения параметров можно описать одним и тем же набором уравнений, поскольку при этом используются только классические, а не квантомеханические методы.

Параграф 2 первой главы посвящен описанию основных принципов математического моделирования плазмы. Необходимость правильно описывать отличительные черты плазмы (например, высокую степень ионизации, наличие электрических и/или магнитных полей) приводит к необходимости применения и совершенствования кинетической теории, позволяющей адекватным образом учесть такие сложные явления, как резонансный обмен энергией между частицами и волнами. В ряде случаев возможно использование менее детальных моделей на основе МГД уравнений, представляющих собой уравнения для моментов функции распределения частиц. Несмотря на значительные упрощения в МГД моделях, разброс характерных масштабов (см. рис. 1) может быть все еще слишком большим, что приводит в дальнейшем к огромным вычислительным трудностям, связанным с невозможностью одновременного описания процессов с характерными временами и масштабами, различающимися на много порядков, подверженностью численным ошибкам и их накоплению, ограниченностью вычислительных ресурсов и т.д.

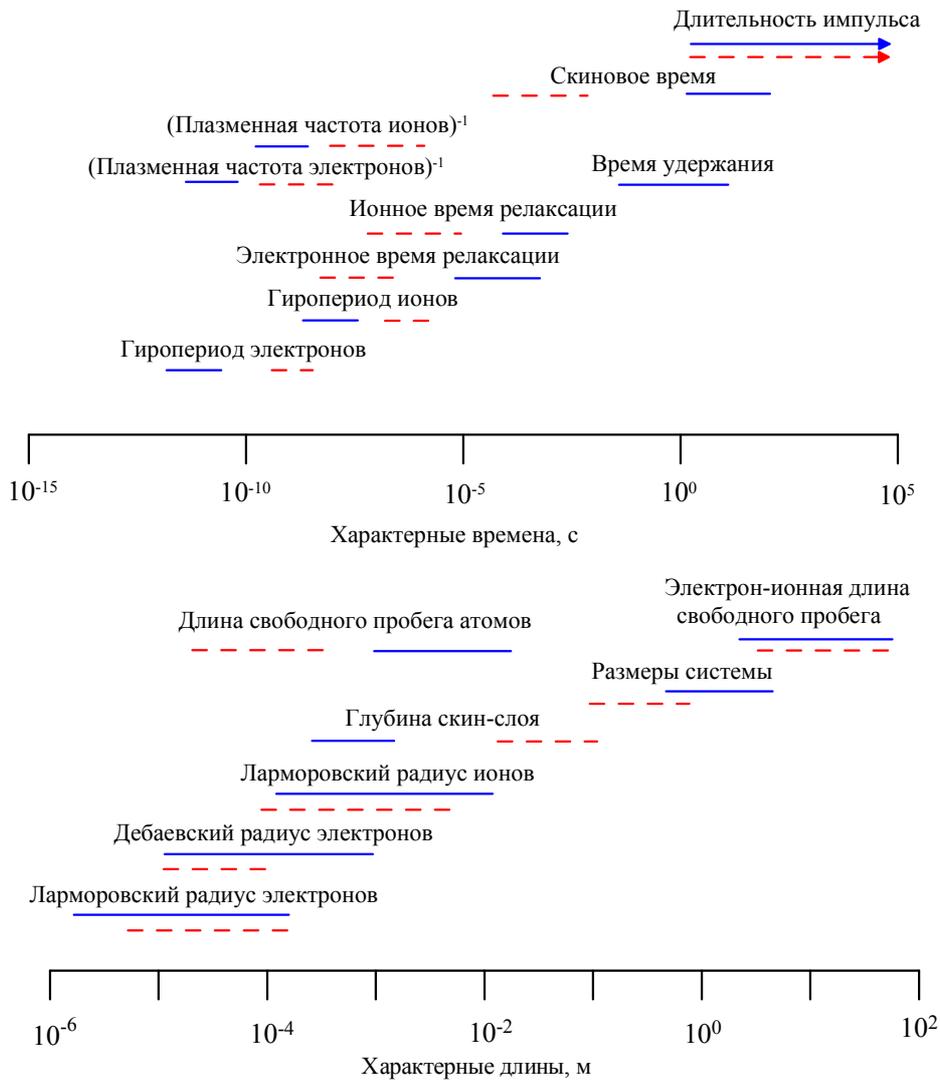


Рис. 1 Характерные временные и пространственные масштабы для типичных современных установок токамак (сплошная линия) и газоразрядных устройств (пунктир).

Описание и анализ основных принципов математического моделирования тороидальных установок с магнитным удержанием плазмы изложены в третьем параграфе первой главы. Плотная тороидальная плазма представляет собой ансамбль заряженных частиц, находящихся в электромагнитном поле сложной геометрии и взаимодействующих по закону Кулона. Базовой математической моделью плазмы в этом случае является система кинетических уравнений с оператором кулоновских столкновений для функций распределения частиц и система уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Исходная модель чрезвычайно сложна как для теоретического, так и для численного исследований. Ее существенными особенностями являются многомерность и наличие эффектов с сильно различающимися характерными параметрами. Однако при описании конкретных явлений модель может быть упрощена, например, за счет использования

симметрии, усреднения по быстрым процессам. Во многих теоретических и численных исследованиях рассматриваются одномерные и двумерные модели, делаются различные приближения, значительно сужающие область применимости полученных результатов и дающие лишь качественную оценку физических эффектов. При этом важно не потерять значимые физические эффекты и в то же время получить задачу, доступную для численного решения.

Переход к изучению плазмы с термоядерными параметрами требует отказа от многих упрощающих предположений, разработки соответствующих моделей с более детальным описанием различных процессов. В термоядерной плазме возникает и ряд качественно новых эффектов, которые могут существенно изменить характеристики плазмы, повлиять на энергобаланс, мощность термоядерного энерговыделения, привести к неэффективному использованию или разрушению дорогостоящего оборудования. Поэтому при планировании и оптимизации термоядерных экспериментов, интерпретации результатов наблюдений, разработке проектов реакторов необходимо иметь обоснованные количественные расчеты поведения и эволюции плазмы на основе последовательных математических моделей.

Анализ основных методов и моделей, использующихся в настоящее время при расчете устройств с потоками частиц на стенки, представлен в параграфе 4 первой главы. Для описания процессов, происходящих в газоразрядной плазме, разработан целый ряд математических моделей, принципиально различающихся между собой. В целом все их можно разбить на модели аналитические, кинетические, гидродинамические, Монте-Карло, частиц в ячейке, а также определенные их комбинации, называемые гибридными моделями. Каждой из этих моделей свойственны свои преимущества и недостатки.

Параграф 5 главы 1 посвящен постановке задач на исследование.

Самосогласованное описание кинетических и транспортных процессов в высокотемпературной плазме с учетом влияния токов неомической природы на характер поведения плазмы в квазиравновесных режимах до сих пор является весьма актуальным. Сложная физическая природа неомических токов позволяет провести только численное их изучение. В этой связи представляет большой интерес разработка математической модели эволюции равновесия плазмы с учетом этих процессов. Именно этим вопросам и посвящена **глава 2** настоящей диссертации.

Физические процессы, лежащие в основе эволюции плазменного шнура в токамаке, рассматриваются в параграфе 1 второй главы. Показано, что взаимодействие плазмы и магнитного поля имеет самосогласованный характер. В наиболее общем виде задача эволюции равновесия тороидальной плазмы может быть описана с помощью уравнений

Максвелла, уравнения равновесия и кинетических уравнений для функций распределения всех присутствующих в плазме сортов частиц. В качестве уравнения равновесия выступает уравнение баланса сил, соответствующее описанию эволюции через последовательность равновесных конфигураций. Однако получающаяся при этом система уравнений слишком сложна для решения. Поэтому необходимо построение более простых моделей, пригодных для численного решения.

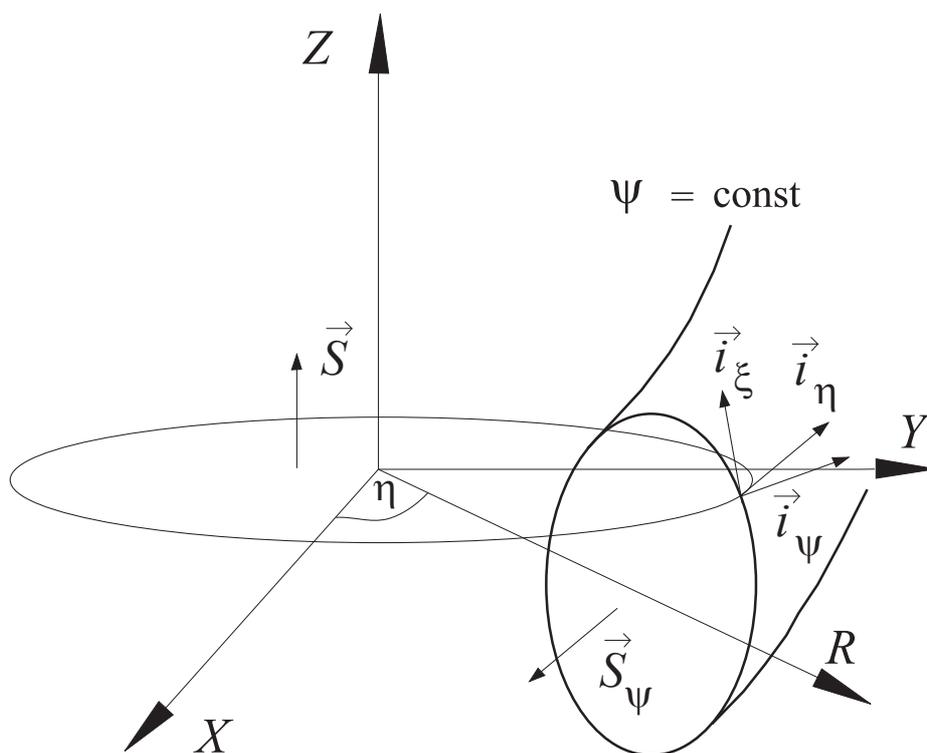


Рис. 2 Система координат (R, η, Z) - цилиндрическая, (ψ, η, ξ) - связанная с поверхностью $\psi = const$.

В параграфе 2 на основе уравнений Максвелла, уравнения баланса сил и закона Ома в цилиндрических координатах (R, Z) получена система двух сильно нелинейных уравнений для неизвестных функций $\psi(t, R, Z)$ и $F(t, R, Z)$. Первая из них представляет собой полоидальный поток, а вторая пропорциональна полоидальному току. Указанная выше система уравнений состоит из уравнения равновесия Грэда-Шафранова, полученного из закона Ампера и баланса сил для аксиально-симметричного магнитного поля, и уравнения эволюции - проекции закона Ома на направление магнитного поля \vec{B} . В последнее уравнение входит усредненная функция $F(t, R, Z)$. При этом усреднение проводится с помощью интегрирования по линии пересечения магнитной поверхности $\psi = const$ и плоскости $\eta = const$, где η - тороидальный угол (рис. 2). Такое усреднение

моделирует относительно быстрые процессы, приводящие плазму в каждый момент времени в состояние равновесия, на котором F обязана быть функцией ψ [1]. Граница плазмы определяется как замкнутая поверхность $\psi = const$, имеющая максимальную ширину. Сформулированная задача представляет собой двумерную задачу со свободной границей, определяемой в процессе решения.

Полный ток в плазме может состоять из различных компонентов, таких как омический, диамагнитный и бутстреп токи, а также ток Пфирша-Шлютера и токи, созданные безындукционными методами с помощью внешних источников (электромагнитных волн, пучков нейтральных частиц и др.). Эти дополнительные токи используются для поддержания постоянного режима работы токамака, что является совершенно необходимым для будущего стационарного термоядерного реактора.

Знание профиля полного тока в плазме зависит от точного предсказания значений его компонентов и является чрезвычайно важным для изучения устойчивости и транспорта частиц в токамаке. Дополнительные токи могут оказывать существенное влияние на профиль полного тока. В то же самое время их точное определение возможно только для известного полного тока. Однако профиль полного тока зависит от текущей равновесной конфигурации, которую нельзя рассчитать без знания всех компонентов полного тока. Таким образом, данная задача может быть корректно решена только с помощью самосогласованного моделирования. В параграфе 3 в рамках разработанной математической модели эволюции плазменного шнура получены выражения для токов, вызванных градиентами давления (диамагнитный, Пфирша-Шлютера и бутстреп токи), а также для электрической проводимости плазмы. Помимо самовозбуждаемых токов большое влияние на равновесие плазмы оказывают токи, индуцированные меняющимся магнитным полем, источниками которого являются соленоид и управляющие катушки полоидального поля. С целью анализа таких токов решена задача о распространении электромагнитного поля кольцевых витков с током. В качестве внешних источников безындукционных токов, оказывающих воздействие на эволюцию плазменного шнура, рассмотрены электромагнитные волны и инжекция нейтральных частиц.

Решение задачи эволюции позволяет найти все основные характеристики электромагнитного поля и плазмы. Кинетические параметры входят в уравнения равновесия и эволюции через давление, продольную проводимость и дополнительные токи. Их можно определить с помощью решения нестационарных трехмерных кинетических уравнений для функций распределения частиц. Решение таких уравнений доступно на современной вычислительной технике, но может занимать очень много времени. Поэтому кинетические уравнения для некоторых или всех частиц плазмы

заменяют более простыми транспортными уравнениями, которые получаются как моменты от кинетических уравнений. В параграфе 4 главы 2 описаны различные постановки самосогласованной и частично самосогласованной задачи эволюции равновесия плазмы, в том числе, с использованием транспортных уравнений для расчета кинетических параметров.

Параграф 5 посвящен задачам управления эволюционными процессами в плазме. Рассматривая входные данные в уравнениях равновесия и эволюции в сочетании с транспортными уравнениями и граничными условиями как свободные параметры, можно сформулировать различные задачи управления и оптимизации: управление формой и положением плазмы, управление полным током плазмы, одновременное управление формой и полным током плазмы, управление профилем коэффициента запаса устойчивости q (значения q означают, сколько оборотов вдоль тора требуется сделать магнитной силовой линии до замыкания самой на себя), поиск режимов улучшенного удержания плазмы. Разработан основанный на использовании магнитных измерений функции полоидального потока, оптических измерениях границы плазмы и данных о полном тороидальном токе плазмы алгоритм управления формой и полным током плазмы с обратной связью в натурном эксперименте.

Глава 3 посвящена численному моделированию эволюции равновесия плазмы токамаков. Сформулированная в главе 2 задача самосогласованной эволюции плазмы и электромагнитного поля в установке токамак может быть решена только численно. В параграфе 1 третьей главы описаны разностная схема и метод решения уравнений равновесия и эволюции плазмы. Решение, начинающееся с расчета исходного состояния равновесия, состоит из нескольких последовательных этапов, повторяющихся необходимое число раз:

1. определение давления, проводимости плазмы и дополнительных токов;
2. решение уравнения эволюции;
3. решение уравнения равновесия.

Рассматривается свободная граница плазмы, определяемая токами в управляющих обмотках, стенке камеры и пассивных элементах. Приближённое решение уравнения эволюции строится с помощью двух шагов, один из которых явный, а другой – неявный. Предложены достаточно надежные и точные алгоритмы расчета дополнительных токов. Большое внимание уделено тому, что решение уравнения равновесия чувствительно к правой части, а коэффициенты уравнения эволюции могут меняться на несколько порядков в зависимости от точки фазового пространства.

Параграф 2 посвящен численным алгоритмам решения задач управления, сформулированных в параграфе 5 главы 2. Рассмотрены особенности построения численных методов решения задач управления полным током плазмы, положением и формой плазмы, а также профилем коэффициента запаса устойчивости q . Подходы, аналогичные методу управления коэффициентом q , можно применять для решения разнообразных проблем глобального регулирования эволюции плазмы.

В настоящее время разработано огромное количество различного программного обеспечения для вычислительных экспериментов. Но в большинстве случаев это программное обеспечение не обладает удобным интерфейсом, и пользователь вынужден тратить значительное количество времени на изучение программы, ввод параметров и т.д. Часто входная информация разнородна, а выходные файлы имеют различный формат и представлены в большом количестве. Во многих случаях не предусмотрена возможность централизованного хранения и учета таких файлов. Кроме того, для пользователей наиболее удобно графическое представление полученных в результате расчета данных и гибкий механизм их анализа в рамках того же интерфейса.

В параграфе 3 главы 3 описана разработанная нами система ScopeShell, представляющая собой универсальную дружественную графическую среду для численных кодов и визуализации данных и облегчающая решение перечисленных выше задач. Она предназначена для автоматизации рутинных операций настройки входных и выходных данных численного кода, его компиляции и запуска, мониторинга формирования данных, преобразования формата данных, построения двумерных и трёхмерных графиков.

Система ScopeShell отвечает таким требованиям как:

- 1) гибкость и платформонезависимость (для работы в различных операционных системах);
- 2) абстрагирование от природы данных (источник данных - любой);
- 3) возможность просматривать полученные в результате расчета данные в любом графическом представлении;
- 4) лёгкость в изучении и использовании;
- 5) наличие встроенной системы помощи и подсказок пользователю.

Параграф 4 посвящен описанию численного кода SCoPE. Код SCoPE реализует самосогласованную модель эволюции тороидальной плазмы, сформулированную в главе 2. Название кода происходит от **Self-Consistent Plasma Evolution**. С помощью кода SCoPE удалось численно предсказать существование режимов улучшенного удержания плазмы в сферических токамаках с немонотонным профилем коэффициента запаса устойчивости q . Обсуждение с экспериментаторами найденных в результате проведенных

численных расчетов режимов продолжалось в течение почти двух лет до тех пор, пока их существование не было подтверждено опытным путем на многих установках и стало общепризнанным. SCoPE внёс заметный вклад в понимание поведения плазмы в омических разрядах и разрядах с инжекцией на установках START и MAST, позволил изучить способы перевода плазмы в квазистационарный режим в сферических токамаках.

Одним из важнейших результатов, полученным с помощью кода SCoPE, является обоснование неоклассического характера проводимости плазмы в сферических токамаках. Способ обоснования базируется на уникальных возможностях SCoPE, которые пока не реализованы ни в одном из альтернативных эволюционных кодов.

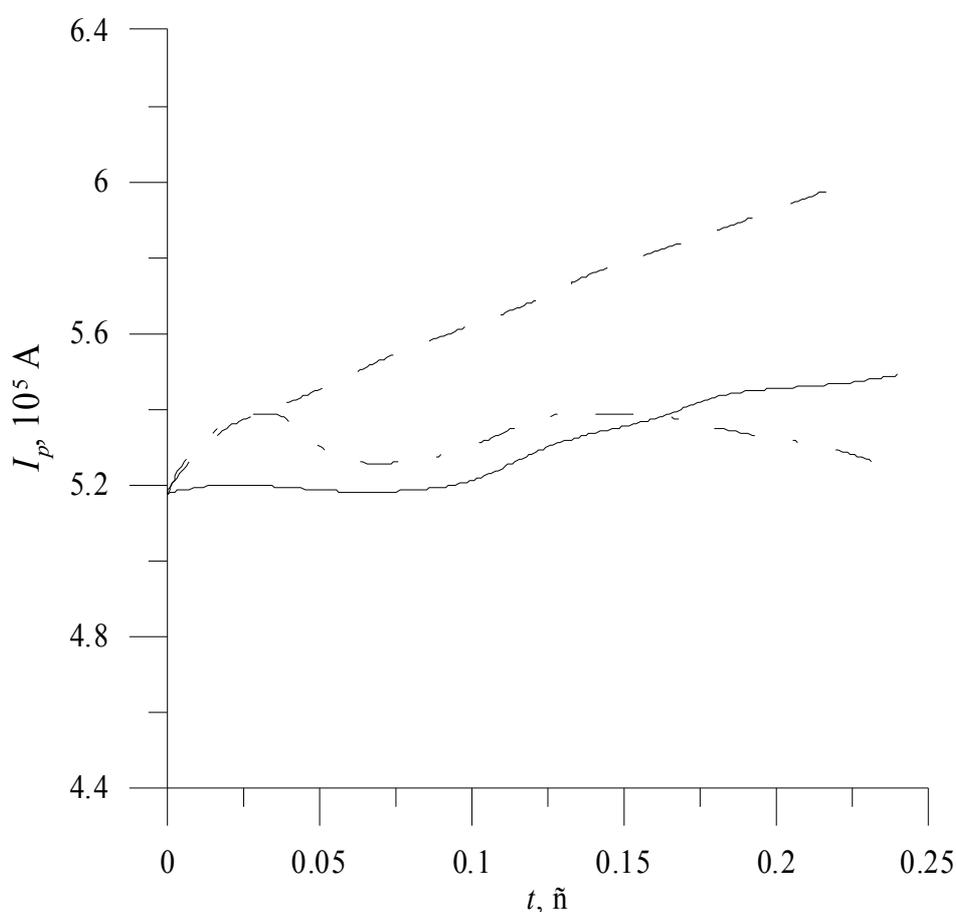


Рис. 3. Тороидальный ток в плазме $I_p(t)$. Сплошная линия соответствует модели с неоклассической проводимостью, штриховая – спитцеровской, штрих-пунктирная – экспериментальные данные.

Параграф 5 посвящен самосогласованному моделированию плазмы. В п.1 изучена электрическая проводимость плазмы в сферических токамаках. Проведен вычислительный эксперимент для различных моделей проводимости. Проведено сравнение полученных основных характеристик плазмы с экспериментальными данными.

Рис. 3 показывает эволюцию тока $I_p(t)$ в установке MAST для разряда № 9037: магнитная

ось $R_{mag. axis} \sim 0.8$ м, малый радиус $\gamma_\alpha \sim 0.5$ м, вытянутость ~ 1.5 , $B(R_{mag. axis}) \sim 0.52$ Т, $n_{e,d} \sim 4 \cdot 10^{19}$ м⁻³, $T_{e,d} \sim 0.4$ кэВ. Близость численных и экспериментальных результатов, физическая интерпретация наблюдаемых эффектов убедительно свидетельствуют о том, что проводимость плазмы в сферических токамаках соответствует неоклассической модели.

В п.2 выполнено совместное решение системы уравнений для электромагнитного поля и кинетического уравнения для функции распределения электронов, описывающего воздействие ВЧ волн на плазму. Существенную трудность при численном решении представляет возможная сильная локализация токов, возбужденных ВЧ волнами, в геометрическом пространстве. Для случая использования нижнегибридных волн (рис. 4) приведены результаты фиксированной границы и параметров установки масштаба ITER-FDR [15]. Решение задачи самосогласованной эволюция равновесия и нижнегибридного тока позволило оценить, насколько быстро нижнегибридный ток устанавливается в плазме, что необходимо знать для задач стабилизации МГД процессов с помощью указанного тока.

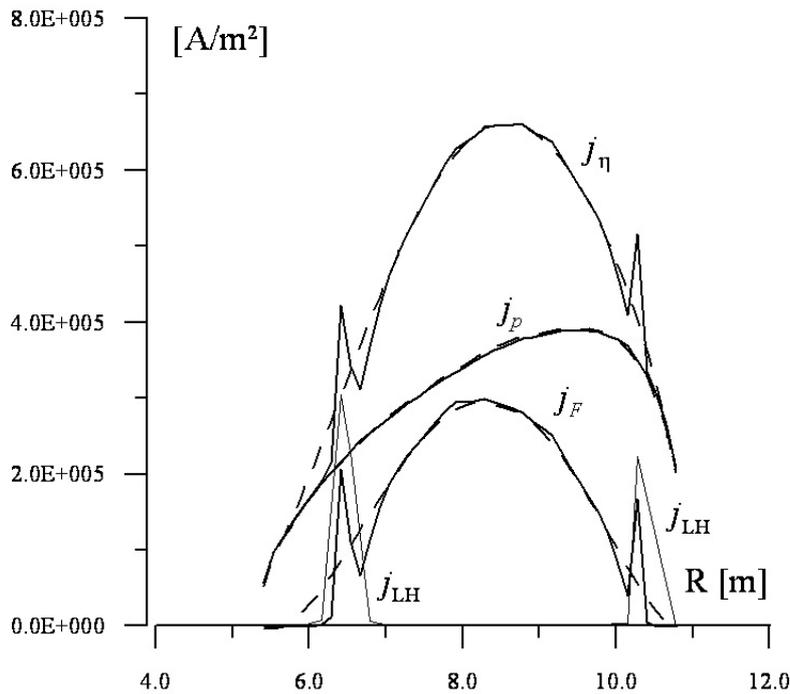


Рис. 4 Начальная и стационарная плотности тороидального тока j_η и его компонент $j_p = R \partial p / \partial \psi$, $j_F = (\partial F^2 / \partial \psi) / (2\mu_0 R)$. Штриховая линия соответствует начальному моменту времени $t=0$ с, сплошная – $t=30$ с. Тонкая линия показывает рассчитанный ток j_{LH} при $t=30$ с.

В п.3 в рамках самосогласованного моделирования эволюции плазмы проведен поиск режимов с улучшенным удержанием, т.е. таких режимов, когда коэффициент запаса устойчивости q является немонотонной функцией полоидального потока (рис. 5). Отметим, что образующийся минимум в окрестности магнитной оси приблизительно соответствует положению точки максимума бутстреп-тока. Перестройка q сопровождается изменениями в распределении плотности тороидального тока, на профиле которого также возникают точки локальных минимумов вблизи магнитной оси.

В п.4 изучена возможность достижения и поддержания режима улучшенного удержания плазмы в условиях установки MAST при наличии инжекции нейтралов. Показано, что для заданных параметров за время ~ 0.5 с плазма достигает режима, близкого к стационарному. Профиль коэффициента запаса устойчивости q со временем становится более плоским. Расчеты для экспоненциальной зависимости температуры и плотности тока, возбужденного инжекцией нейтралов, от времени продемонстрировали, что плазма может быть переведена в режим с большой долей дополнительных токов и немонотонным профилем коэффициента q .

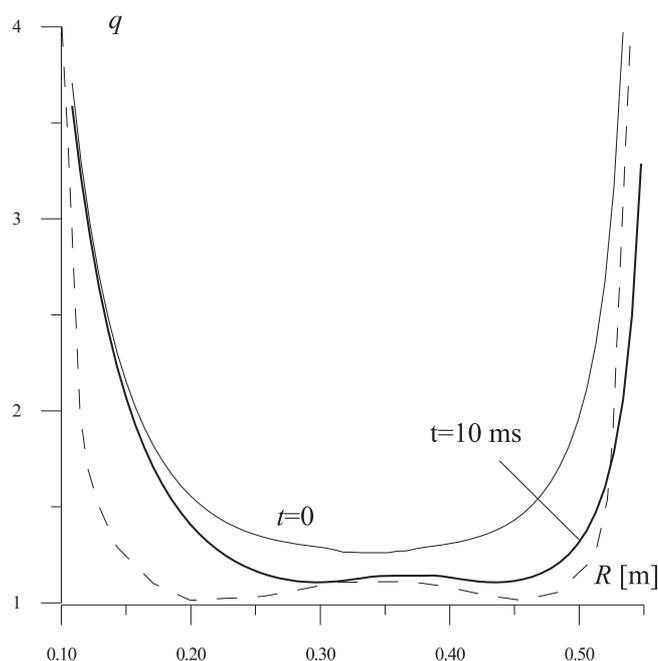


Рис. 5 Коэффициент запаса устойчивости $q(t, \psi(R, Z = 0))$. Сплошная линия соответствует расчету по коду SCoPE, штриховая – реконструкция профиля q кодом EFIT [16-18] для разряда №36544 в токамаке START.

Задача об управлении профилем коэффициента q в сферическом токамаке рассмотрена в п.5. При этом решалась задача минимизации функционала, определяющего близость рассчитанного профиля q к заданному. В модели учитывались токи, вызванные градиентом давления. Давление плазмы нарастало линейным образом со временем за счет изменения температуры электронов. Продемонстрирована возможность подбора амплитуд управляющих токов, обеспечивающих близость q к заданной функции, с точностью не менее 10%.

Параграф 6 посвящен применению нейронных сетей для нахождения заданных режимов плазмы токамаков. Основная идея применения нейросетей к аппроксимации математической модели состоит в следующем. Нейросеть настраивается на относительно небольшом числе расчётов по исходной математической модели и далее используется вместо точной модели для вычислений. На основании таких расчётов можно локализовать наиболее интересную область значений входных параметров. В локализованной области проводятся дополнительные расчёты по исходной модели, которые затем используются для уточнения настройки нейросети. Данная методика применялась для оптимизации длительности разряда и величины дополнительного тока, вызванного градиентом давления, в установке MAST. В результате были найдены значения входных данных, которые позволили увеличить длительность разряда более чем в 3 раза, а величину дополнительного тока поднять на 20%.

Комплекс математических моделей, описывающих процессы, происходящие в плазме устройств с потоками частиц на стенки, справедливых в широком диапазоне частот генератора и плотностей плазмы и адекватных результатам проводимых экспериментов, построен в **главе 4**.

В параграфе 1 этой главы перечислены особенности процессов и построения математических моделей газоразрядных установок, используемых в различных приложениях. Существенную роль при этом играет частота ВЧ генератора ω , которая определяет время пролета приэлектродного слоя ионом. Если эта частота много больше ионной плазменной частоты ω_{pi} , то иону требуется много периодов, чтобы пересечь слой. Ионы при этом испытывают воздействие лишь усредненного за период потенциала слоя. Электроны успевают мгновенно следовать за изменением поля.

В противоположном случае, когда частота генератора много меньше ионной плазменной частоты, время пролета ионов через слой много меньше периода внешнего напряжения. Поэтому энергия ионов отражает временную зависимость плазменного потенциала. В соответствии со сказанным различают высокочастотные ($\omega \gg \omega_{pi}$) и

низкочастотные ($\omega \ll \omega_{pi}$) разряды. Параграф 2 четвертой главы посвящен разработке математических моделей низкочастотных разрядов. Поведение НЧ разрядов может быть описано как последовательность разрядов на постоянном токе, т.е. стационарных состояний.

При рассмотрении плоской конфигурации емкостного газового разряда основу модели составляет кинетическое уравнение для функции распределения ионов и уравнение Пуассона для потенциала. Для плотности ионов из бесстолкновительного кинетического уравнения получено сложное сильно нелинейное интегральное выражение. При выводе основного интегро-дифференциального уравнения рассматривалось два типа частиц: испытывающие и не испытывающие при своем движении отражение из-за непостоянства потенциала вдоль газоразрядной камеры.

Для того чтобы учесть в модели ион-нейтральные столкновения в исходное кинетическое уравнение, из которого ранее было получено выражение для плотности ионов, добавлен оператор столкновений в форме Батнагара-Гросса-Крука. Ион-нейтральные столкновения более существенны по сравнению с ион-ионными при моделировании разрядов, т.к. степень ионизации последних обычно довольно мала ($10^{-4} - 10^{-7}$). Учет ион-нейтральных столкновений представляется весьма важным, поскольку обычно бывает необходимо знать распределение ионов по энергиям в слоях и на электродах, а также профили потенциала. Указанные величины могут весьма сильно зависеть от частоты столкновений ионов с нейтрами. Дополнительную сложность задачи придает резкое изменение потенциала в тонких приэлектродных слоях.

Параграф 3 четвертой главы посвящен построению математических моделей емкостных газовых разрядов в широком диапазоне частот генератора. Поведение электронной и ионной компонент в слабоионизованной плазме может быть описано с помощью соответствующих уравнений Больцмана. Однако решение многомерного нестационарного уравнения Больцмана представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Более того, для самосогласованности проблемы необходимо также совместно решать и уравнение Пуассона, что еще больше усложняет задачу. При этом во многих случаях не требуется такого детального описания, которое дает уравнение Больцмана. Поэтому широкое распространение получило использование гидродинамического приближения, в котором используются усреднения уравнения Больцмана с различными весами. Полученные уравнения можно упростить еще больше, если представить потоки заряженных частиц как сумму дрейфовой и диффузионной компонент, отбросив все

остальные члены. Указанное приближение носит название дрейфово-диффузионного. В параграфе 3 построены две такие модели: одномерная и двумерная.

В первом случае основу модели составляет система уравнений, состоящая из уравнений непрерывности и передачи импульса для положительно и отрицательно заряженных ионов и электронов, а также уравнения электронного баланса энергии и уравнения Пуассона для потенциала электрического поля. Для замыкания системы уравнений используется приближение локального поля, в котором предполагается, что все электронные кинетические коэффициенты, определяемые в некоторой точке \vec{r} в момент времени t являются функцией локального электрического поля $E(t, \vec{r})$ в данной точке. Это подразумевает, что энергия, получаемая электронами от электрического поля, локально компенсируется потерями вследствие их столкновений. Отметим также, что данная модель может быть использована в широко распространенном случае, когда линейные размеры электродов значительно превышают расстояние между ними.

Во втором случае в двумерной модели в уравнении для передачи импульса ионами сохранен член, описывающий инерцию ионов, что позволяет более точно анализировать поведение ионов в приэлектродных слоях, где скорости ионов могут быть весьма значительными. Кроме того, используется приближение локальной средней энергии, когда предполагается, что электронные кинетические коэффициенты являются функцией только средней энергии электронов, получаемой из уравнения баланса энергии. На практике они получаются из функции распределения электронов (найденной с помощью стационарного решения уравнения Больцмана в двучленном приближении), которая в данном случае считается функцией локальной средней энергии электронов.

Глава 5 посвящена применению разработанных математических моделей емкостных ВЧ и НЧ разрядов для изучения и совершенствования технологических процессов в газоразрядных камерах, в том числе, плазменной стерилизации медицинских инструментов и материалов.

В параграфе 1 представлены результаты численного решения кинетического уравнения для емкостного НЧ разряда. Рассмотрена бесстолкновительная плазма и плазма с учетом ион-нейтральных столкновений для двух рабочих газов: водорода и азота. Для численного решения выбрана сетка с узлами, сгущающимися вблизи электродов. С помощью нелинейного преобразования она переведена в равномерную сетку. На рис. 6 показана функция распределения в различных точках разряда. Из результатов численного решения также следует, что учет ион-нейтральных столкновений приводит к увеличению падения потенциала в приэлектродных слоях.

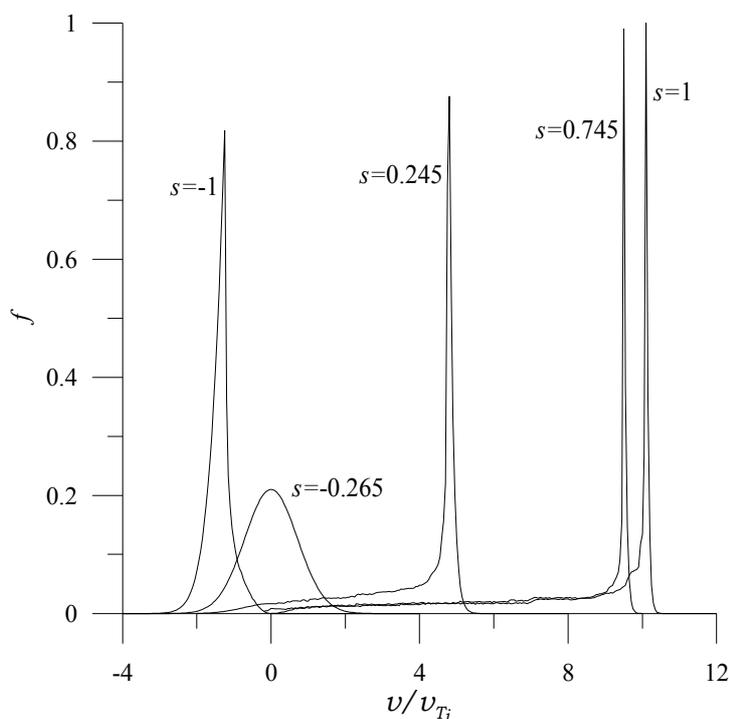


Рис. 6 Зависимость функции распределения ионов от v/v_{Ti} в различных точках разряда для полной разности потенциалов $\varphi_i = 200$ В. Здесь v_{Ti} - тепловая скорость ионов. Точки $s = -1$ и $s = 1$ соответствуют электродам газоразрядной камеры.

В параграфе 2 для дрейфово-диффузионной модели построена экспоненциальная схема. Ее использование позволяет одновременно описывать как диффузионный, так и конвективный режимы, а также избавиться от численной неустойчивости, характерной для обычно применяемых разностных схем. Как следует из результатов численного решения, выполненного для воздуха и гелия, плотность ионов чувствует только усредненное за период колебаний электрическое поле, а распределение плотности электронов меняется только в приэлектродных слоях и остается практически постоянным в плазме. Показано, что приэлектродные слои в воздухе вследствие низкой подвижности отрицательных ионов характеризуются значительно меньшей толщиной по сравнению с гелием. Отмечены характерные феноменологические свойства разрядов в электроотрицательных газах.

В параграфе 3 для двумерной дрейфово-диффузионной модели в цилиндрических координатах на основе экспоненциальной схемы, описанной в параграфе 2, с помощью интегро-интерполяционного метода построена консервативная разностная схема.

Численное решение однородного уравнения Больцмана для функции распределения электронов проведено в параграфе 4. Построена консервативная разностная схема. На основе решения уравнения Больцмана для различных газов, в том

числе их смесей, найдены зависимости электронных кинетических коэффициентов от энергии.

Параграф 5 посвящен численному решению двумерной дрейфово-диффузионной модели для двух рабочих газов: гелия и водорода. Из результатов расчетов следует, что в отличие от электронов существует постоянный поток ионов к стенкам вне зависимости от эволюции во времени электрического поля в слоях, что является очень желательным для различных технологических приложений ВЧ разрядов. Получены двумерные профили потенциала плазмы (рис. 7), плотностей электронов и ионов, а также средней энергии электронов. Исследовано влияние, оказываемое давлением на аксиальную составляющую приведенного электрического поля. Изучено влияние размеров реактора на параметры газоразрядной плазмы. Показано, что увеличение радиуса камеры, а также уменьшение межэлектродного расстояния влекут за собой симметризацию разряда.

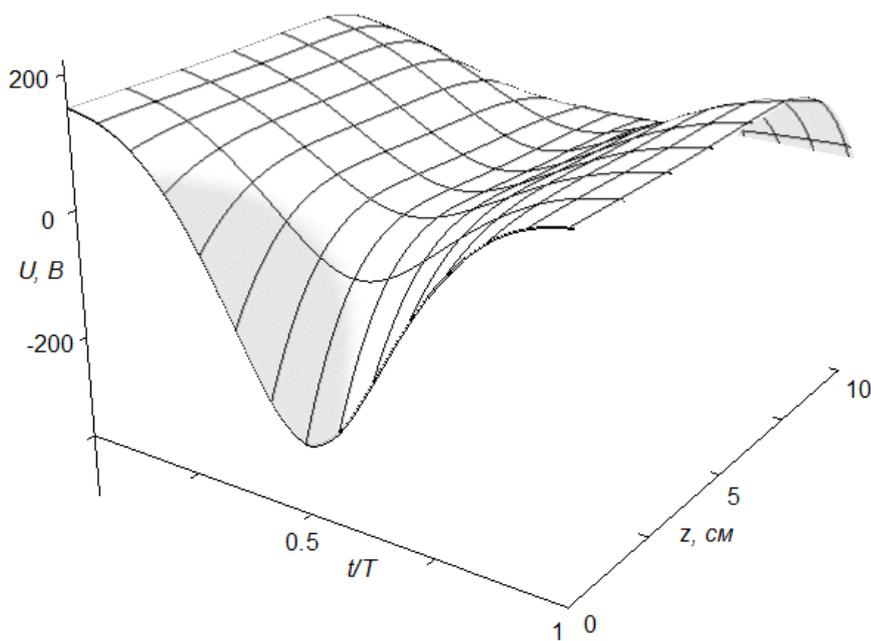


Рис. 7 Зависимость распределения потенциала плазмы от времени и аксиальной координаты z для $r = 0$. Здесь давление $p = 1$ Тор, напряжение $U_{rf} = 200$ В, межэлектродное расстояние $d = 10$ см, радиус газоразрядной камеры $R = 10$ см.

В параграфе 6 исследуются процессы плазменной стерилизации медицинских инструментов и материалов с помощью ВЧ и НЧ емкостных разрядов, параметры которых получены при использовании разработанных математических моделей. Выявлена и оценена роль доминирующих процессов, ответственных за стерилизацию. Приведены результаты выполненных экспериментальных исследований. Одну из главных ролей при

обработке материалов и инструментов играет бомбардировка их поверхности заряженными частицами. В качестве таковых в рассматриваемых типах разряда выступают положительно заряженные ионы. Поэтому знание динамики ионов, особенно в приэлектродных слоях, является совершенно необходимым. Она не только позволяет рассчитать поток ионов на поверхность обрабатываемых изделий, но и найти распределение температуры внутри объектов, так как тем самым определяются температурные режимы изделий как целого. Высокая температура ведет к разрушению и/или снижению качества материалов и инструментов, например, к повреждению режущих кромок металлических и высокопрецизионных инструментов. Для оценки распределения температуры (являющейся одним из основных инактивационных факторов стерилизации) внутри обрабатываемых изделий решена задача самосогласованного моделирования нагрева объектов на основе уравнений для частиц плазмы и многомерного уравнения теплопроводности. Найдены профили температуры внутри объектов, подвергаемых плазменной стерилизации. Это позволяет находить оптимальные режимы работы стерилизатора. Полученные результаты использовались при создании опытных образцов устройств плазменной стерилизации и стерилизации с помощью лучистого нагрева.

В **Заключении** приведены основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту.

Публикации по теме диссертации

1. Костомаров Д.П., Зайцев Ф.С., Нефедов В.В., Шишкин А.Г., Робинсон Д.К., Кокс М., О'Брайн М.Р. Влияние неомических токов на эволюцию равновесия плазмы в токамаке // Математическое моделирование. – 1997. - Т. 9. - №7. - С. 3-25.
2. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Robinson D.C., O'Brien M.R., Gryaznevich M. The problem of evolution of toroidal plasma equilibria // Computer Physics Communications. – 2000. - Vol. 126. - № 1. - Pp. 101-106.
3. Шишкин А.Г., Шишкин Г.Г. Плазменная стерилизация медицинских изделий // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. – 2001. - №11. - С. 3-13.
4. Шишкин А.Г. Математическая модель емкостного разряда с учетом ион-нейтральных столкновений // Математическое моделирование. – 2001. - Т. 13. - №11. - С. 3-12.
5. Шишкин А.Г., Шишкин Г.Г. Высокочастотный разряд в металлической камере // Радиотехника и электроника. – 2002. - Т. 47. - №2. - С. 1-7.

6. Shishkin G.G., Shishkin A.G., Smirnov A.G. et al. Investigation of possible electric potential arising from a constant current through a superconductor coil // J. Phys. D: Applied Physics. – 2002. - Vol. 35. - №6. - Pp. 497-502.
7. Зайцев Ф.С., Лукьяница А.А., Шишкин А.Г. Применение нейронных сетей в задачах математического моделирования тороидальной плазмы // Доклады РАН. – 2003. - Т. 393. - №2. - С. 1-3.
8. Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Kostomarov D.P. et al. The numerical solution of the self-consistent evolution of plasma equilibria // Computer Physics Communications. – 2004. - Vol. 157. - №2. - Pp. 107-120.
9. Костомаров Д.П., Зайцев Ф.С., Akers R.J., Шишкин А.Г. Исследование электрической проводимости плазмы в сферическом токамаке // Доклады РАН. – 2004. - Т. 396. - №6. - С. 762-765.
10. Шишкин Г.Г., Герасимов В.Ф., Шишкин А.Г., Козырев М.Б. Стерилизация медицинских изделий посредством лучистого нагрева // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2007. - №12. - С. 2-13.
11. Степанов С.В., Шишкин А.Г. Использование средств статической отладки для верификации программной среды ScopeShell // Вычислительные методы и программирование. – 2009. - Т. 10. - С. 22-33.
12. Шишкин Г.Г., Шишкин А.Г. Электроника: Учебник для вузов – М. : Дрофа, 2009. – 703 с.
13. Костомаров Д.П., Зайцев Ф.С., Шишкин А.Г., Степанов С.В. Графический интерфейс ScopeShell: поддержка вычислительного эксперимента и визуализация данных // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. - 2010. - №4. – С. 40-47.
14. Шишкин А.Г. Преобразование уравнений геометрической оптики к каноническому виду в тороидальных и квазицилиндрических координатах // Материалы XVI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. Харьков. – 1990. - Часть 2. - С. 175.
15. Shishkin A.G. Collisional model of low pressure RF discharges // Proc. of 19th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics. Oxford. – 1994. - Pp. 124-125.
16. Shishkin G.G., Shishkin A.G. Plasma sterilization // Proc. of 19th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics. Oxford. – 1994. - Pp. 232-233.
17. Shishkin A.G. The effect of collisions on plasma parameters in RF discharges // Proc. of 12th European Sectional Conf. on the Atomic and Molecular Physics of Ionized Gases. Noordwijkerhout. – 1994. - Vol. 18E. - Pp. 147-148.

18. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G. General self-consistent evolution of equilibria and kinetic problems. Formulation of a simpler problem // Report on QH:08486-1. Culham Laboratory. UKAEA Fusion. – 1994. - Pp. 1-11.
19. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G. The problem of self-consistent description of plasma evolution in a tokamak // Report on QH:08486-2. Culham Laboratory. UKAEA Fusion. – 1994. - Pp. 1-23.
20. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Experimental and numerical study of capacitive RF discharge in metallic chamber serving as an electrode // Proc. of XXII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Hoboken. – 1995. - Vol. 1. - Pp. 127-128.
21. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Capacitively coupled RF discharge in metallic chamber // Proc. of 11th Intern. Conf. on Gas Discharges and Their Applications. Tokyo. – 1995. - Vol. 1. - Pp. 462-465.
22. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G. Formulation of the free boundary problem. Comparison of inverse and direct techniques // Report on QH:10458-1. Culham Laboratory. UKAEA Fusion. – 1995. - Pp. 1-30.
23. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G. Evolution of equilibria in START-like plasma allowing for intrinsic pressure gradient driven currents // Report on QH:10458-2. Culham Laboratory. UKAEA Fusion. – 1995. - Pp. 1-8.
24. Shishkin A.G. Canonical transformation of geometrical optics equations and their numerical solution in a plasma with conservation of the Hamiltonian // Digest of the 3rd Intern. Conf. on Electromagnetic Field Problems & Applications. Wuhan. – 1996. - P. 140.
25. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Numerical analysis of electric field in low pressure RF discharges // Digest of the 3rd Intern. Conf. on Electromagnetic Field Problems & Applications. Wuhan. – 1996. - P. 125.
26. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G. Self-consistent evolution of plasma equilibria and transport processes in START // Report on GQ:12890. Culham Laboratory. UKAEA Fusion. – 1996. - Pp. 1-10.
27. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G., Robinson D., Cox M., O'Brien M. Modelling of toroidal plasma equilibrium evolution with account of non-Ohmic currents // Proc. of Intern. Conf. "Computational Modelling and Computing in Physics". Dubna. – 1996. - P. 85.
28. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Nefedov V.V., Shishkin A.G., Robinson D., Cox M., O'Brien M. Equilibrium evolution of tight aspect ratio tokamak plasmas including non-Ohmic currents // Proc. of Int. Workshop on Spherical Torus and US-Japan Workshop for Low Aspect Ratio Tokamaks. Abingdon. – 1996. - Vol. 1. - Pp. 369-389.

29. Shishkin G.G., Shishkin A.G. Plasma sterilization of medical products // Proc. of 12th Intern. Conf. on Gas Discharges and Their Applications. Greifswald. - Invited Papers. – 1997. - Vol. 2. - Pp. 783-791.
30. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Investigation of low pressure air RF discharge // Proc. of XXIII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Toulouse. - 1997. - Vol. 5. - Pp. 38-39.
31. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Impact of ion-neutral collisions on plasma behaviour in RF discharges // Proc. of XX Int. Conf. On Physics Of Electronic & Atomic Collisions. Vienna. – 1997. - №TU-188.
32. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Shishkin A.G., O'Brien M.R., Gryaznevich M. Access to “advanced” regimes in tight aspect ratio plasmas // Proc. of 25th European Conf. On Controlled Fusion and Plasma Physics. Prague. – 1998. - Pp. 660-663.
33. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Robinson D.C., O'Brien M.R., Gryaznevich M. The problem of evolution of toroidal plasma equilibria // Proc. of Intern. Conf. “Modern Trends in Computational Physics”. Dubna. – 1998. - P. 102.
34. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Robinson D.C., O'Brien M.R., Gryaznevich M. The problem of evolution of toroidal plasma equilibrium // Preprint UKAEA FUS 406. Culham Science Centre. UK. - 1999. – Pp. 1-30.
35. Kostomarov D.P., Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Robinson D.C., O'Brien M.R., Gryaznevich M., Akers R.J., Krastylev A.V. Access to optimised shear equilibria in spherical tokamaks // Proc. of 26th European Conf. On Controlled Fusion and Plasma Physics. Maastricht. – 1999. - Vol. 23J. - Pp. 733-736.
36. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Experimental and numerical analysis of plasma parameters in low pressure RF discharge // Proc. of 13th Intern. Conf. On Gas Discharges and Their Applications. Glasgow. – 2000. - Vol. 2. - Pp. 667-670.
37. Зайцев Ф.С., Лукьяница А.А., Шишкин А.Г., Трефилов А.Б. Применение нейронных сетей к задачам моделирования и обработки данных в области управляемого термоядерного синтеза // VII Международный семинар «Супервычисления и математическое моделирование». Саров: РФЯЦ, – 2003. - С. 58.
38. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Problems of gas discharge processing of medical instruments // Proc. of 16th Intern. Symposium on Plasma Chem. Taormino. - 2003. – Pp. 279-282.
39. Shishkin A.G., Shishkin G.G. The study of ion distribution function and temperature profiles for processed products in a low frequency capacitive discharge plasma // Proc. of 15th Intern. Conf. on Gas Discharges and Their Applications. Toulouse. – 2004. - Vol. 2. - Pp. 637-640.

40. Shishkin A.G., Shishkin G.G. Investigation of parameters of low pressure capacitive RF discharge used for processing of products // Proc. of XXVII Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Eindhoven. – 2005. - №06-047.
41. Lukyanitsa A.A., Zaitsev F.S., Shishkin A.G. et al. Data mining methods in controlled thermonuclear fusion // Материалы первого корейско-российского рабочего совещания по проблемам “Data Mining”. М.: Макс-Пресс. – 2008. - С. 17-27.
42. Ageev I.M., Shishkin A.G., Shishkin G.G., Merdanov K.M., Skvortsov V.S. Mathematical and numerical modeling of moving inhomogeneous weakly ionized gas-plasma flows for determination of target scattered fields // Proc. of 2008 International Conf. On Radar (RADAR 2008). Adelaide. – 2008. - Pp. 446-449.
43. Shishkin A.G., Shishkin G.G., Plokhil A.P., Soganova G.V. Heating of metal products in a low pressure air capacitive discharge // Proc. of XXIX Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. Cancun. – 2009. – Vol. 2. – Pp. 434-437.
44. Шишкин А.Г., Зайцев Ф.С., Сычугов Д.Ю., Зотов И.В., Нефедов В.В. Графический интерфейс пользователя библиотеки «Виртуальный токамак» // Материалы XI Международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». Саров. – 2009. - С. 113-114.
45. Сычугов Д.Ю., Шишкин А.Г., Зайцев Ф.С. и др. Библиотека программ «Виртуальный токамак» // Материалы XI Международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование». Саров. – 2009. - С. 101-102.
46. Vazhenin N.A., Plokhil A.P., Shishkin G.G., Shishkin A.G., Soganova G.V. Study for characteristics of fluctuating radiation originating inside a plasma source based on gas discharge with crossed E and H fields // Proc. of Intern. Conf. On Electromagnetics in Advanced Applications. Sydney. – 2010.
47. Plokhil A.P., Shishkin G.G., Shishkin A.G., Soganova G.V. Charged particle flow modeling for stationary plasma accelerators // Proc. 18th Int. Conf. on Gas Discharges and Their Applications. Greifswald. – 2010. – Pp. 410-413.

Список цитируемой литературы

1. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. – М.: Наука. – 1993. - 336 с.
2. V.S. Chan, S.C. Chiu, Y.R. Lin-Liu et al. Current initiation and sustainment in spherical tokamaks // GA Fus. Energy Res. Rep. A22795. - 1998.

3. Gryaznevich M., Akers R.J., Counsell G.F. et al. Next-step-targeted experiments on the Mega-Amp Spherical Tokamak // *Phys. Plasmas*. – 2003. - Vol. 10. - №5. - Pp. 1803-1808.
4. Morris A.W., Akers R.J., Counsell G.F. et al. Spherical tokamaks: present status and role in the development of fusion power // *Fusion Eng. Design*. – 2005. - Vol. 74. - №1-4. - Pp. 67-75.
5. Gryaznevich M., Shevchenko V., Sykes A. Plasma formation in START and MAST spherical tokamaks // *Nucl. Fusion*. – 2006. - Vol. 46. - №8. - Pp. S573-S583.
6. Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н., Яценко Н.А. Высокочастотный емкостный разряд: Физика. Техника эксперимента. Приложения. – М.: Наука. Физматлит. – 1995. – 320 С.
7. Lieberman M.A. Plasma discharges for materials processing and display applications. In: Schlüter H, Shivarova A, eds. *Advanced technologies based on wave and beam generated plasmas*. NATO Science Series. Dordrecht: Kluwer. – 1999. - Vol. 67. - Pp. 1-22.
8. Hammer T. Applications of plasma technology in environmental techniques // *Contrib. Plasma Phys.* – 1999. - Vol. 39. - №5. - Pp. 441–462.
9. Laroussi M. Sterilization of contaminated matter with an atmospheric pressure plasma // *IEEE Trans Plasma Sci.* – 1996. - Vol. 24. - №3. - Pp. 1188–1191.
10. Goedheer W. J. Lecture notes on radio-frequency discharges, dc potentials, ion and electron energy distribution. // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2000. - Vol. 9. - №4. - Pp. 507–516.
11. Kawamura E., Vahedi V., Lieberman M. A., Birdsall C. K. Ion energy distribution in RF sheaths; review, analysis and simulation // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1999. - Vol. 8. - №3. - Pp. R45–R64.
12. van Dijk J., Kroesen G.M.W., Bogaerts A. Plasma modeling and numerical simulation // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2009. - Vol. 42. - №19. - Pp. 190301-190314.
13. Kortshagen U., Heil B. Kinetic Modelling and experimental studies of large-scale low-pressure RF discharges // *J. Tech. Phys. (special issue XLI)*. – 2000. - Pp. 325.
14. Belenguer Ph., Boeuf J.P. Self consistent low pressure RF discharge modeling: comparisons with experiments in clean and dusty plasmas // *Pure & Appl. Chem.* – 1994. - Vol. 66. - №6. - Pp. 1363-1372.
15. ITER Physics Basis // *Nucl. Fusion*. – 1999. - Vol. 39. - № 12. - Pp. 2137-2638.
16. O'Brien D.P., Lao L.L., Solano E.R. et al. Equilibrium analysis of iron core tokamaks using a full domain method // *Nucl. Fusion*. – 1992. – Vol. 32. - №8. – Pp. 1351-1360.
17. Zwingmann W. Equilibrium analysis of steady state tokamak discharges // *Nucl. Fusion*. – 2003. – vol. 43. - №9. – Pp. 842-850.
18. Lao L.L., St. John H.E., Peng Q et al. MHD equilibrium reconstruction in the DIII-D tokamak // *Fus. Sci. Tech.* – 2005. – Vol. 48. - №2. – Pp. 968-977.