

На правах рукописи

Сучков Егор Петрович

# Реконструкция эволюции равновесия тороидальной плазмы

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2012

Работа выполнена на кафедре автоматизации научных исследований факультета Вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор Зайцев Федор Сергеевич.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Мухин Сергей Иванович  
кандидат технических наук,  
Евстигнеев Николай Михайлович

Ведущая организация: Национальный исследовательский центр  
“Курчатовский институт”

Защита состоится 30 мая в 15:30 на заседании диссертационного совета Д.501.001.43 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова, 2<sup>ой</sup> учебный корпус, факультет ВМК, ауд. 685.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке факультета Вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан 26 апреля 2012 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Захаров Евгений Владимирович

# Общая характеристика работы

## Актуальность работы

В последние десятилетия проводятся интенсивные исследования по созданию термоядерного реактора. Одно из наиболее перспективных направлений в области управляемого термоядерного синтеза (УТС) - замкнутые магнитные системы типа токамак. Успехи, достигнутые на установках токамак, позволяют рассматривать их в качестве способного обеспечить потребности человечества источника энергии. В конце 80-х годов прошлого века началось проектирование международного экспериментального термоядерного реактора ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), целью которого является демонстрация экономической целесообразности использования УТС для производства энергии. Сейчас проект ITER находится в фазе активного строительства.

Существенный прогресс в исследованиях на установках токамак поставил задачу детального сопоставления эксперимента с теорией. Такое сопоставление требует применения методов математического моделирования, поскольку многие величины, фигурирующие в теории, не измеряются непосредственно в эксперименте. Одной из базовых моделей в проблеме УТС является магнитногидродинамическая (МГД) модель, позволяющая в соответствующем приближении решать задачу расчёта равновесной конфигурации плазмы.

Возможность более точного и быстрого восстановления неизмеряемых непосредственно в процессе эксперимента параметров плазмы, таких как плотность тока и граница плазмы, позволит создать надежную технику управления разрядом и системы длительного удержания плазмы, что особенно актуально для термоядерных электростанций.

## Цели и задачи исследования

В диссертационной работе поставлены и решены следующие задачи:

- Создание методики, позволяющей исследовать с заданной точностью струк-

туру множества решений задачи реконструкции эволюции равновесия тороидальной плазмы с неточно заданными входными данными.

- Разработка метода реконструкции границы плазмы по измерениям магнитного поля.
- Программная реализация вышеописанных методик. Разработка графического интерфейса пользователя, позволяющего облегчить процесс поиска решений обратной задачи.
- Исследование роли данных MSE (motional Stark effect; диагностики, основанной на изменении контуров спектральных линий под воздействием электрического поля, возникающего при взаимодействии заряженных частиц), поляриметрии (диагностики, основанной на измерении степени поляризации света и угла поворота плоскости поляризации при прохождении через плазму) и интерферометрии (диагностики, основанной на измерениях фазы волны, прошедшей через плазму) в задаче реконструкции плотности тока и коэффициента запаса устойчивости.
- Исследование структуры множества решений обратной задачи о реконструкции плотности тока и коэффициента запаса устойчивости с неточно заданными входными данными для параметров установок MAST (Mega Ampere Spherical Tokamak, Великобритания), JET (Joint European Torus, Евросоюз, Великобритания), ITER (Франция).
- Применение полученных теоретических результатов и созданного программного обеспечения для обработки экспериментальных данных и исследования эффективности измерительной аппаратуры на установке JET. Оценка с помощью вычислительного эксперимента необходимой точности измерений и интервала доверия реконструкций.

## Научная новизна

Одной из центральных задач в проблеме УТС является задача восстановления плотности тока в плазме по измерениям магнитного поля. Однако эта задача является сильно некорректной. Помимо отсутствия или неединственности решения может иметь место неустойчивость по входным данным, т.е. близким измерениям могут соответствовать существенно различные плотности тока.

Типичные методы реконструкции равновесия плазмы разыскивают лишь некоторое решение обратной задачи с неточно заданными входными данными, не исследуя структуру множества решений. В диссертационной работе предложен способ, позволяющий исследовать структуру множества решений данной задачи. В работе показано, что привлекая дополнительные измерения, из набора таких решений можно отобрать одно, соответствующее реальному физическому процессу. В случае отсутствия сильно различающихся решений предложенный метод дает оценку интервала доверия, который состоит из множества решений, удовлетворяющих погрешности входных данных.

Важнейшей задачей проблемы удержания плазмы в тороидальных системах является задача определения формы и положения плазмы. Информация о границе плазмы используется в качестве входной многими кодами, рассчитывающими или восстанавливающими характеристики плазмы, а также системами управления плазмой. Задача восстановления границы плазмы по измерениям магнитного поля также является некорректной, тем не менее разработаны различные методы ее решения, например, реализованные в кодах XLOC и EFIT. Однако код EFIT решает слишком общую задачу, восстанавливая не только границу, но и внутренние параметры плазмы. При этом для достижения достаточной точности в дополнение к магнитным измерениям алгоритм кода EFIT требует данные других диагностик. Недостатком кода XLOC является существенное использование конструктивных особенностей установки JET и типичной формы плазмы. В диссертационной работе представлена формулировка общей математической задачи о восстановлении границы плазмы по магнитным

измерениям и изложен алгоритм ее решения.

### **Теоретическая и практическая значимость**

- Предложены новые постановки задач о реконструкции эволюции равновесия тороидальной плазмы, разработаны и обоснованы методы их решения.
- Создан программный комплекс, позволяющий исследовать структуру множества решений задачи реконструкции эволюции равновесия тороидальной плазмы с неточно заданными входными данными.
- Предложенная в диссертации методика может быть использована для исследования структуры множества решений достаточно широкого круга обратных задач математической физики с неточно заданными входными данными.
- Полученные теоретические результаты и созданное программное обеспечение используется на установке JET для анализа экспериментов.

### **Апробация работы**

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и научно-исследовательских семинарах:

1. Международная конференция “35th EPS Plasma Physics Conference” (о. Крит, Греция, 2008 год).
2. VI Курчатовская молодежная школа (г. Москва, 2008 год).
3. Международная летняя школа “ITER” (г. Экс-ан-Прованс, Франция, 2009 год).
4. XVII Международная конференция “Ломоносов-2010” (г. Москва, 2010 год).
5. XI Международный семинар “Супервычисления и математическое моделирование” (г. Саров, 2009 год).

6. XII Международный семинар “Супервычисления и математическое моделирование” (г. Саров, 2010 год).
7. Семинар ИКИ РАН “Вычислительные технологии в естественных науках. Перспективные компьютерные системы: устройства, методы и концепции” (г. Таруса, 2011 год).
8. Международная конференция “7-th Workshop on Data Processing Validation and Analyses” (Фраскати, Италия, 2012 год).

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, в том числе 3 – в статьях журналов списка ВАК. Список публикаций по теме диссертации приведен в конце автореферата.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Объем работы – 113 страниц.

### **Содержание работы**

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, раскрыта научная новизна и практическая значимость диссертационной работы. Приведена структура диссертации и краткое содержание основных разделов.

В **первой главе** даны постановки различных математических задач эволюции равновесия тороидальной плазмы, решению которых посвящена диссертация. В начале главы формулируется прямая задача эволюции тороидальной плазмы, далее, используя соотношения, входящие в постановку прямой задачи, формулируется обратная задача, которая разбивается на две: восстановление границы плазмы и определение параметров внутри плазмы.

В первом разделе рассматривается самосогласованная модель эволюции равновесия плазмы. Дается математическая постановка задачи, включающая уравнение равновесия Грэда-Шафранова с эллиптическим оператором и нелинейной правой частью,

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R j_\eta(t, R, \psi), \quad (1)$$

$$j_\eta(t, R, \psi) = \begin{cases} R \frac{\partial p(t, \psi)}{\partial \psi} + \frac{1}{2\mu_0 R} \frac{\partial F^2(t, \psi)}{\partial \psi} & \text{внутри } \Gamma_p(t) \\ \sum_{i=1}^L J_i(t) \delta(R - R_i) \delta(Z - Z_i) & \text{вне } \Gamma_p(t) \end{cases},$$

усредненную продольную (по отношению к магнитному полю) компоненту обобщённого закона Ома и дополнительные ограничения. Используются следующие обозначения:  $(R, \eta, Z)$  - цилиндрические координаты с осью  $Z$ , направленной вдоль оси аксиальной симметрии;  $\psi(t, R, Z)$  - функция полоидального потока, равная ковариантной компоненте  $A_\eta$  векторного потенциала магнитного поля  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ ;  $F(\psi)$  - функция полоидального тока, связанная с тороидальным магнитным полем  $B_{\text{тор}} = F/R$ ;  $p(t, \psi)$  - кинетическое давление;  $\Gamma_p(t)$  - граница плазмы, определяемая как замкнутая магнитная поверхность  $\psi = \text{const}$  максимальной ширины;  $J_i(t)$  - токи в соленоиде, катушках полоидального поля и стенках камеры;  $j_\eta(t, R, Z)$  - плотность тороидального тока. Искомыми функциями являются  $\psi, p, F$  и  $\Gamma_p$ .

Далее рассматривается задача восстановления границы плазмы по данным магнитных измерений. Задача формулируется в новой постановке, включающей уравнение Грэда-Шафранова, рассматриваемое вне плазмы, а также ряд дополнительных ограничений. В задаче требуется по магнитным измерениям вне плазмы восстановить ее границу.

Третий раздел главы посвящен описанию задачи реконструкции плотности тороидального тока. Задача восстановления плотности тока в плазме по измерениям магнитного поля является сильно некорректной. Помимо отсутствия или



неединственности решения может иметь место неустойчивость по входным данным, когда близким измерениям удовлетворяют существенно различные плотности тока. В разделе дается математическая формулировка задачи, как и в предыдущих разделах, формулировка включает уравнение Грэда-Шафранова и дополнительные ограничения, некоторые из которых могут быть заданы с погрешностью. Приводятся различные новые модификации постановки обратной задачи, учитывающие, базовые и и специальные дополнительные ограничения, соответствующие измерениями или расчетам по прямым задачам.

В последнем разделе первой главы рассматривается задача реконструкции равновесия плазмы с учетом закона Ома. В разделе приводится математическая формулировка задачи, включающая уравнение Грэда-Шафранова, усредненный продольный закон Ома и ряд дополнительных ограничений.

Во **второй главе** представлены разработанные численные методы решения обратных задач эволюции равновесия. В диссертации задача реконструкции эволюции равновесия разбивается на две: восстановление границы плазмы и реконструкция параметров внутри плазмы.

Первый раздел второй главы посвящен способу построения сильно различающихся решений некорректной задачи. В разделе дана общая формулировка задач, представленных в первой главе, и описан алгоритм их решения. Алгоритм основан на использовании теории  $\varepsilon$ -сетей, основа которой заложена в работе А.Н. Колмогорова и В.Н. Тихомирова<sup>1</sup>. Множество  $B$  называется  $\varepsilon$ -сетью для множества  $A$ , если любая точка множества  $A$  находится на расстоянии, не превышающим  $\varepsilon$  от некоторой точки из  $B$ . Критерий отбора сильно различающихся решений зависит от конкретной цели исследований.

В данной части второй главы изложены алгоритмы построения  $\varepsilon$ -сетей полиномов и сплайнов. Для полиномов предложены два способа построения сети: первый основан на рассмотрении специальных наборов коэффициентов полиномов; второй – на построении сетки таким образом, чтобы проходящие через ее

---

<sup>1</sup>А.Н. Колмогоров, В.М. Тихомиров. “ $\varepsilon$ -энтропия и  $\varepsilon$ -емкость множеств в функциональных пространствах”. Успехи мат. наук. 1956, т. XIV, вып. 2(86), с. 3-86.

узлы полиномы образовывали  $\varepsilon$ -сеть. Также описан способ построения комбинированной  $\varepsilon$ -сети полиномов. Данный способ заключается в использовании двух вышеописанных методов, каждый из которых применяется к определённой части исследуемого множества, а не ко всему множеству. Для сплайнов предложен способ построения  $\varepsilon$ -сети на сетке.

Для каждого предложенного метода построения  $\varepsilon$ -сети в диссертации получены оценки числа её элементов, зависящего от точности  $\varepsilon$  и степени полиномов или количества узлов сетки по горизонтали, в случае сплайнов. Для  $\varepsilon$ -сетей полиномов и сплайнов, строящихся на сетке, в работе получены ограничения на шаг сетки по вертикали, при котором множество функций, проходящих через узлы сетки, образует  $\varepsilon$ -сеть.

В заключении раздела приводятся стратегии применения  $\varepsilon$ -сетей. Описываются способы выбора полосы, внутри которой происходит построение сети, степени полинома или числа узлов сетки для сплайнов, а также точности  $\varepsilon$ . Приводятся различные способы конструирования  $\varepsilon$ -сетей полиномов или сплайнов с некоторыми заранее заданными свойствами.

Следующий раздел главы посвящен описанию численного алгоритма реконструкции границы плазмы по данным магнитной диагностики. Метод основан на приведении задачи к системе нелинейных алгебраических уравнений, ее линеаризации и решении набора линейных систем.

Функция  $\psi$  ищется в виде многочлена

$$\psi = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_{ij} \rho^i z^j, \quad \rho = R^2 - R_0^2, \quad z = Z - Z_0,$$

а граница плазмы - в параметрическом виде

$$\begin{cases} R = R(\xi) \\ Z = Z(\xi) \end{cases}, \quad \xi \in [-\pi, \pi].$$

Уравнения для определения границы плазмы включают следующие условия:

значения функции полоидального потока  $\psi$  в точках измерения, уравнение Грэда-Шафранова вне плазмы, условия для  $\psi$  на границе плазмы, вблизи стенок камеры и пассивных элементов. Для каждой кривой  $(R(\xi), Z(\xi))$  из рассматриваемого класса данная система уравнений дает возможность определить функцию  $\psi(R, Z)$  вне плазмы. Для её решения применяется метод регуляризации Тихонова. В качестве искомой границы принимается та, на которой достигается минимум невязки системы.

В общем случае перебор границ осуществляется с помощью специальной  $\varepsilon$ -сети сплайнов, построенной отдельно для  $R(\xi)$  и для  $Z(\xi)$ . В разделе проанализирована точность общего метода и простейшей трехпараметрической аппроксимации границы

$$\begin{cases} R(\xi) = R_0 + \gamma \cos \xi - \delta \sin^2 \xi \\ Z(\xi) = Z_0 + \lambda \gamma \sin \xi, \end{cases}$$

где  $\gamma$  - полуширина границы плазмы,  $\lambda$  - её эллиптичность,  $\delta$  - треугольность.

Третий раздел главы посвящен изложению алгоритма восстановления равновесной плотности тороидального тока. Алгоритм разбивается на три этапа. На первом этапе определяется правая часть уравнения Грэда-Шафранова на основе закона Ампера. На втором этапе восстанавливается давление  $p$  и функция полоидального тока  $F$  с использованием теории  $\varepsilon$ -сетей. На третьем этапе по найденным производным  $p$  и  $F$  вычисляем значения равновесной плотности тороидального тока.

Принципиально новым в алгоритме является использование информации о положении границы плазмы  $\Gamma_p$ , найденной с помощью алгоритма, предложенного в предыдущем разделе данной главы.

Далее в диссертационной работе приводится пример расчета плотности тороидального тока для параметров типичного разряда в установке MAST с использованием вышеизложенного алгоритма. Сравнение с решением прямой задачи, показало, что алгоритм решения обратной задачи обладает приемлемой точностью. Изложенный алгоритм использует данные о положении границы,

что позволяет достичь более высокой точности восстановления по сравнению с другими алгоритмами, не учитывающими эту информацию.

В следующих двух разделах описываются алгоритмы восстановления напряжения тороидального электрического поля и равновесия с учетом уравнения эволюции. В задаче восстановления напряжения рассматривается уравнение, полученное из уравнение Грэда-Шафранова взятием от обеих частей производной по времени  $t$  при фиксированной границе плазмы. Метод решения данной задачи аналогичен методу, применявшемуся на первом этапе алгоритма восстановления равновесной плотности тока. В задаче восстановления равновесия с учетом уравнения эволюции, помимо уравнения Грэда-Шафранова, учитывается также усредненный продольный закон Ома, на основе которого восстанавливается функция полоидального тока  $F$ . В шестом разделе второй главы приводится описание алгоритма решения данной задачи.

Седьмой раздел второй главы посвящен описанию алгоритма построения существенно различных решений обратной задачи восстановления плотности тока. Формулировка дополнительных условий для выделения одного решения обратной задачи из набора существенно различных в настоящее время является нерешенной теоретической проблемой. Поэтому важно построить все сильно различающиеся решения при заданной погрешности измерений и на основе дополнительных данных отобрать одно, наиболее соответствующее исследуемому физическому процессу. В разделе описан алгоритм, использующий методику  $\varepsilon$ -сетей, поиска существенно различных решений обратной задачи для заданного с погрешностью полоидального поля на границе плазмы.

В конце второй главы приводится описание способов распараллеливания предложенных алгоритмов. В алгоритмах, как правило, происходит либо перебор в цикле всевозможных элементов  $\varepsilon$ -сети, либо проход по всем точкам сетки. Поэтому наиболее важной частью распараллеливания является преобразование циклов. Возможные способы преобразований исследованы в данной главе.

Предложенные численные алгоритмы реализованы в программном комплек-

се *SDSS*, написанном на языках Fortran 2003 и Java. Описанию данного комплекса посвящена **третья глава** диссертации.

В первом разделе третьей главы сформулированы функциональные возможности кода *SDSS*.

Далее в диссертации приводится описание графического интерфейса пользователя, реализованного на языке *Java*. Данный интерфейс позволяет автоматизировать построение и визуализацию  $\varepsilon$ -сетей, задание объемных входных данных и запуск кода *SDSS*.

В третьем и четвертом разделах приводится описание входных и выходных данных кода *SDSS*, представлена методика его использования, изложенная в виде поэтапного руководства.

Последний раздел третьей главы посвящен описанию организации параллельных вычислений. В данном разделе продемонстрированы преимущества использования языка Фортран 2003 для организации параллельных вычислений при решении задач проблемы УТС. Также в разделе приводится описание технологии MPI и сформулированы некоторые рекомендации по её использованию.

В **четвертой главе** приведены и проанализированы физические результаты, полученные методами математического моделирования, проведена обработка экспериментальных данных.

В первом разделе продемонстрированы результаты восстановления плотности тока и коэффициента запаса устойчивости с помощью алгоритма, описанного в седьмом разделе второй главы, для параметров установок MAST, JET и ITER. Построение решения проводилось с помощью кода *SDSS*. Для каждой из рассмотренных установок показано, что использования данных только магнитной диагностики недостаточно для однозначной идентификации физического процесса внутри плазмы. В рамках заданной погрешности входных данных, условиям задачи могут удовлетворять существенно различные (как качественно, так и количественно) решения, соответствующие различным режимам удержания плазмы.

В диссертации исследована роль диагностики MSE в выделении решения, адекватного физическому процессу. Во втором разделе показано, что использование MSE-ограничения, заданного с погрешностью, сравнимой с экспериментальной, позволяет выделить решение, соответствующее реальному физическому процессу. Ширина интервала доверия для плотности тороидального тока с использованием диагностики MSE оказалась сравнима с погрешностями измерения магнитных диагностик и MSE.

Помимо MSE, в диссертационной работе изучена роль данных поляриметрии и интерферометрии в идентификации физического процесса внутри плазмы. В третьем разделе для параметров установки JET показано, что эти диагностик также позволяют выделить решение, соответствующее реальному физическому процессу. Однако требования к погрешности измерений сильнее, чем в случае MSE.

Далее в диссертации приводится сравнение значимости данных MSE, поляриметрии и интерферометрии. Для каждой из этих диагностик, найдены оценки максимально допустимой погрешности аппаратуры, при которой удастся выделить решение, соответствующее физическому процессу. Анализ оценок показал, что наибольшую дополнительную информацию о магнитном поле внутри плазмы для обратной задачи дают измерения MSE. Выработаны рекомендации по использованию различной измерительной аппаратуры.

В последнем разделе главы приведены результаты реконструкции эволюции равновесия для установки MAST с использованием алгоритма, предложенного в шестом разделе второй главы. Показано, что алгоритм решения обратной задачи обладает приемлемой точностью. В частности, продемонстрирована возможность восстановления проваленной вблизи магнитной оси плотности тока.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

## **Основные результаты**

1. Предложены новые постановки задач о реконструкции эволюции равновесия тороидальной плазмы. Разработан численный алгоритм для исследования с заданной точностью структуры множества решений данных задач. Создана методика отбора дополнительных условий, позволяющая выделить решение, наиболее адекватное реальному физическому процессу. Предложены и обоснованы новые последовательные и параллельные алгоритмы восстановления границы и внутренних параметров плазмы по заданным с погрешностью измерениям.
2. Новые подходы реализованы в программном комплексе SDSS, написанном на языках Fortran 2003 и Java. Комплекс имеет развитый графический интерфейс пользователя, позволяющий автоматизировать процесс поиска решений обратной задачи и визуализировать большое количество связанных с ней массивов данных.
3. Исследована структура множества решений задачи о реконструкции плотности тока и коэффициента запаса устойчивости с различными дополнительными ограничениями для параметров установок MAST, JET и ITER. Показано, что обратная задача, основанная только на магнитных измерениях, является сильно неустойчивой по входным данным и имеет решения, соответствующие различным режимам удержания плазмы. Изучена роль измерений MSE (motional Stark effect), поляриметрии и интерферометрии в выделении решения.
4. Полученные теоретические результаты и созданное программное обеспечение составили основу одного из приоритетных проектов Евроатома по обработке экспериментальных данных и исследованию эффективности измерительной аппаратуры на установке JET. Предложенные методы в сочетании с масштабным вычислительным экспериментом позволили обосновать достоверность идентификации физического процесса и оценить интервал доверия для реконструкций.

## Публикации по теме диссертации

(Научные статьи в журналах и изданиях, включенных в перечень ВАК, выделены курсивом):

1. Д.П. Костомаров, Ф.С. Зайцев, Е.П. Сучков *“Построение сильно различающихся решений некоторого класса некорректных задач с неточно заданными входными данными”*, ДАН, 2011, т.437, №3, с. 316-320.
2. Д.П. Костомаров, Ф.С. Зайцев, А.Г. Шишкин, Д.Ю. Сычугов, С.В. Степанов, Е.П. Сучков. Программное обеспечение библиотеки *“Виртуальный токамак”*. // Вестник Моск. ун-та. Сер. 15, Вычислительная матем. и киберн. 2011, с. 48-54.
3. F.S. Zaitsev, D.P. Kostomarov, E.P. Suchkov, V.V. Drozdov, E.R. Solano, A. Murari, S. Matejcik, N.C. Hawkes and JET-EFDA Contributors. *“Analyses of substantially different plasma current densities and safety factors reconstructed from magnetic diagnostics data”*, Nuclear Fusion, 2011, v. 51, 103044, 10 p.
4. F.S. Zaitsev, S. Matejcik, A. Murari, E.P. Suchkov and JET EFDA Contributors. A new method to identify the equilibria compatible with the measurements using the technique of the e-nets. // 7-th Workshop on Data Processing Validation and Analyses. Frascati, Italy. March 2012, 1 p.
5. Ф.С. Зайцев, Д.Ю. Сычугов, А.Г. Шишкин, В.Э. Лукаш, Ю.В. Митришкин, Р.Р. Хайрутдинов, В.Н. Докука, И.Б. Семенов, А.А. Лукьяница, И.В. Зотов, В.В. Нефёдов, С.В. Степанов, Е.П. Сучков, С.А. Унучек. Концепция комплекса имитационного моделирования «Виртуальный токамак» с системами управления плазмой. // XII Международный семинар "Супервычисления и математическое моделирование 11-15 октября 2010. - Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2011, с. 194-195.
6. Ф.С. Зайцев, А.Г. Шишкин, Д.Ю. Сычугов, В.Э. Лукаш, Ю.В. Митришкин, Р.Р. Хайрутдинов, С.В. Степанов, Е.П. Сучков. Структура и функци-



ональные возможности комплекса имитационного моделирования "Виртуальный токамак". // Вычислительные технологии в естественных науках. Перспективные компьютерные системы: устройства, методы и концепции. М.: ИКИ РАН, 2011, с. .

7. Ф.С. Зайцев, Д.П. Костомаров, Е.П. Сучков "Восстановление границы тороидальной плазмы по данным магнитной диагностики". Труды XII Международного семинара "Супервычисления и математическое моделирование", г. Саров, 2010, с.193-194.
8. Е.П. Сучков "Алгоритм построения сильно различающихся решений некоторого класса обратных задач". Сборник тезисов XVII Международной научной конференции "Ломоносов-2010", секция "Вычислительная математика и кибернетика", Москва, 2010, с. 149-150.
9. Ф.С. Зайцев, Д.П.Костомаров, Е.П. Сучков. Анализ существенно различных решений обратной задачи магнитной диагностики тороидальной плазмы. // XI Международный семинар "Супервычисления и математическое моделирование". - Саров: РФЯЦ. Октябрь 2009. С. 67.
10. F.S. Zaitsev, D.P. Kostomarov, E.P. Suchkov "Existence of substantially different solutions in an inverse problem of plasma equilibrium reconstruction". 35th EPS Plasma Physics Conference. Crete, Greece, 2008. P-1.091, 4p.
11. Ф.С. Зайцев, Е.П. Сучков. Существование решений обратной задачи для уравнения Грэда-Шафранова с сильно различающимися  $q$ . // 6-я Курчатовская молодёжная школа. - Москва: РНЦ "Курчатовский институт". Ноябрь 2008. С. 93-94.