

Отзыв официального оппонента
о диссертационной работе **Аристова Анатолия Игоревича «Исследование
качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского
типа»**, представленной к соисканию учёной степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.02 «дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление»

В диссертации А. И. Аристова «Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа» изучены решения ряда уравнений в частных производных с неизвестной функцией, зависящей от пространственных переменных и от времени. Интерес к таким уравнениям обусловлен тем, что к ним сводятся многие прикладные задачи физики, в частности, относящиеся к теории полупроводников и к гидродинамике.

Что же конкретно сделано в диссертации? Если говорить с математической точки зрения, в диссертации,

во-первых, исследованы асимптотики решений уравнений указанного типа при больших временах, и

во-вторых, исследованы вопросы локальной и глобальной по времени разрешимости.

Более детально.

Первая глава посвящена выводу уравнений, исследуемых далее. Большинство уравнений относится к физике полупроводников, однако указаны и другие области математики, где могут использоваться соболевские уравнения.

Следующие главы посвящены изучению задач двух классов.

К первому классу относятся задачи Коши для соболевских уравнений. Для них исследуется *асимптотическое поведение решений при больших временах*. При этом изучаются решения гладкие по времени и находящиеся в пространстве типа L_p по пространственным переменным.

Ко второму классу относятся начально-краевые задачи, для которых исследуются вопросы *существования и разрушения решений*. Поясним, что *разрушением решения* называется явление, состоящее в том, что решение существует на некотором конечном временном промежутке, но не существует глобально по времени. Изучаемые в работе разрушающиеся решения разрушаются путём опрокидывания, т. е. стремятся к бесконечности по некоторой норме по пространственным переменным при стремлении времени к конечной величине. Для разрушающихся решений построены верхние и нижние оценки времени их существования в виде явных, неявных и квадратурных формул. При этом для ряда задач показано, что при соблюдении специальных условий решение существует глобально по времени и ограничено.

Отметим, кстати, что в одной из физических интерпретаций опрокидывание решения означает пробой полупроводника.

Отметим также, что выявлять условия разрушения решений полезно не только потому, что это явление может иметь непосредственную физическую интерпретацию (например, пробой полупроводника или переход от ламинарного течения к турбулентному). Оно может и определять временные границы применимости модели, сводящейся к уравнению.

Что касается методов исследования описанных задач, то отметим, что в исследованиях асимптотик использовались анализ Фурье и теория возмущений. Исследования

разрушения основаны на энергетических оценках. Однозначная разрешимость всех задач обосновывается с помощью принципа сжимающих отображений.

Некоторые замечания.

1. Было бы интересно не только оценивать время разрушения решений, как сделано в главах 4-7, но и выявлять асимптотики неограниченных решений.
2. Во второй главе рассмотрены задачи, содержащие нелинейности второй и третьей степени. Можно ли провести аналогичные исследования для нелинейностей более общего вида?
3. В третьей главе рассмотрена задача, где нелинейность является функцией от зависимой переменной и от независимой пространственной переменной. Было бы интересно рассмотреть нелинейности, содержащие и операторы дифференцирования, как во второй главе.
4. Основные результаты работы характеризуют качественное поведение решений. В явном виде построен только пример нетривиальных начальных данных, удовлетворяющих условиям, фигурирующим во второй главе. Было бы интересно проиллюстрировать установленные результаты частными решениями задач, выраженными через элементарные или специальные функции.

Очевидно, эти замечания носят рекомендательный характер и не влияют на положительную в целом оценку работы.

Считаю, что диссертационная работа А. И. Аристова «Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа» полностью соответствует специальности 01.01.02 «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры прикладной математики
федерального государственного автономного
образовательного учреждения «Российский
университет дружбы народов»

Б.Ю.Стернин

Б.Ю.Стернин

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6,
Тел.: +7(495)4347027
e-mail: sternin@mail.ru

подпись руки

заверяю: зам. декана

31 марта 2015 года



В.М. Корольков