

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Воронежского государственного
университета, доктор экономических наук
профессор Д.А. Ендовицкий

2015 Г.

ОТЗЫВ

ведущей организации – Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Воронежский государственный университет» о диссертационной работе Аристова Анатолия Игоревича «Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация А. И. Аристова «Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа» посвящена изучению решений ряда уравнений в частных производных, где неизвестная функция зависит от вектора пространственных переменных и от времени. Интерес к исследованию таких уравнений связан с тем, что к ним сводятся многие задачи физики, в частности, относящиеся к теории полупроводников и к гидродинамике.

Важной особенностью работы является то, что в ней аналитически получены результаты, которые затруднительно получить численно, поскольку речь идёт о стремлении к бесконечности некоторых физических величин.

Рецензируемая работа состоит из введения, обзора литературы, семи глав, заключения и библиографии.

Во введении названы цели работы, показаны теоретическая и практическая значимость полученных результатов.

В первой главе показан вывод уравнений, исследуемых далее. Большинство моделей, на которых основан вывод уравнений, относится к области полупроводников, хотя названы и модели из других областей. Вторая глава посвящена задачам Коши для уравнений соболевского типа с квадратичными и кубическими нелинейностями. Введены понятия обобщенных решений. Для них при некоторых условиях построены

асимптотические формулы при стремлении времени к бесконечности. Формулы получены с помощью преобразования Фурье и теории возмущений. Однозначная разрешимость задач вытекает из принципа сжимающих отображений.

Кроме того, построено семейство нетривиальных начальных данных, удовлетворяющих условиям, при которых проводились рассуждения.

В третьей главе продолжается исследование асимптотик решений задач Коши. В задачах, рассмотренных в предыдущей главе, коэффициент при лапласиане неизвестной функции был строго больше, чем коэффициент при самой этой функции. Интересен вопрос, каково качественное поведение решений в случае, когда эти коэффициенты равны. Частично на него отвечает третья глава: здесь рассмотрена задача, в которой названные коэффициенты равны, а нелинейность представляет собой функцию от неизвестной функции и от независимой пространственной переменной. Введено определение обобщенного решения, доказана однозначная разрешимость с помощью принципа сжимающих отображений. Для решения построена асимптотическая формула при стремлении времени к бесконечности.

Четвёртая, пятая и шестая главы посвящены начально-краевым задачам для нелинейных соболевских уравнений. В них введены определения обобщенных решений и понятия разрушения и опрокидывания. Под разрушением подразумевается разрешимость задачи локально по времени, но не глобально. В частности, говорят, что решение разрушается путём опрокидывания, если оно стремится к бесконечности в некоторой норме по пространственным переменным при стремлении времени к конечной величине. В этих главах обосновывается разрешимость задач, по крайней мере, локально по времени с помощью принципа сжимающих отображений. Затем строятся верхние и нижние оценки времени существования решений в виде явных, неявных и квадратурных формул. Кроме того, при некоторых условиях доказывалась разрешимость задач глобально по времени. Таким образом, показано, что решение задачи может, в зависимости от параметров, опрокидываться (в одной из физических интерпретаций это значит пробой полупроводника) или существовать глобально по времени. Однозначная разрешимость вытекает из принципа сжимающих отображений. Для оценки времени существования решений используются энергетические оценки. Основные особенности задач, рассмотренных в этих главах, состоят в следующем.

Уравнения четвёртой главы содержат нелинейности только в стационарной части. Уравнения пятой главы содержат нелинейности не

только в стационарной части, но и под знаком производной по времени. Как показано в работе, этот новый вид нелинейности может влиять на качественное поведение решений. В шестой главе рассмотрены более сложные уравнения: они содержат нелокальные по времени члены.

В седьмой главе продолжается изучение локальной и глобальной разрешимости начально-краевых задач. Основная особенность рассмотренной там задачи состоит в том, что независимая пространственная переменная является одномерной. К этой задаче удаётся успешно применить методы, применявшиеся в предыдущих главах к задачам с многомерной пространственной переменной. Получены верхние и нижние оценки времени существования решения в виде явных и неявных формул. Кроме того, названы достаточные условия глобальной по времени разрешимости.

Научные результаты работы получены автором лично, являются новыми и строго обоснованными.

По диссертации имеются следующие замечания.

1. Интересно было бы исследовать решения уравнений (в том числе, разрушающиеся) не только аналитически, но и с помощью численных методов. Исследования в этом направлении ведутся: назовём, например, главу 8 в книге А. Г. Свешникова, А. Б. Альшина, М. О. Корпусова и Ю. Д. Плетнера «Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа», М.: Физматлит, 2007.
2. В работе исследованы асимптотики решений только для задач Коши, а разрушение решений – только для начально-краевых. Можно ли перенести эти исследования асимптотик и разрушений соответственно на начально-краевые задачи и задачи Коши?

Высказанные замечания предлагают вопросы для дальнейших исследований и не влияют на положительную в целом оценку работы.

Полученные в диссертации результаты могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском государственном университете, в Санкт-Петербургском государственном университете, в Воронежском государственном университете, в Южно-Уральском государственном университете, в Московском физико-техническом институте, в Математическом институте имени В. А. Стеклова и в Институте прикладной математики имени М. В. Келдыша.

Считаем, что диссертационная работа «Исследование качественных свойств решений некоторых нелинейных уравнений соболевского типа» полностью соответствует паспорту специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление и удовлетворяет всем требованиям пункта 9 Положения о

порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Ее автор Анатолий Игоревич Аристов заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв подготовил доктор физико-математических наук, профессор Гликлик Юрий Евгеньевич.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры алгебры и топологических методов анализа Воронежского государственного университета 31 марта 2015 года, протокол № 0501-07.

Заведующий кафедрой алгебры и
топологических методов анализа
доктор физико-математических наук
профессор



Виктор Григорьевич Звягин

Доктор физико-математических наук
профессор



Юрий Евгеньевич Гликлик

394006, Воронеж, Университетская пл. 1, сайт www.vsu.ru, e-mail:
alg@math.vsu.ru, телефон +7-473-220-86-41

