

Отзыв о диссертации Чертока Андрея Викторовича
*«Моделирование потоков заявок на финансовых рынках
с помощью обобщённых процессов риска»,*

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация А. В. Чертока посвящена разработке и анализу моделей неоднородных потоков заявок в специальных системах с очередями – так называемых книгах заявок в высокочастотных системах электронных торгов. Актуальность темы диссертации обусловлена несколькими обстоятельствами. Во-первых, это необходимость разработки методов решения многочисленных прикладных задач, связанных с обработкой высокочастотных финансовых данных. В связи с активным развитием электронных торгов за последнее десятилетие и распространением высокочастотных торговых систем структура таких данных значительно усложнилась, а объём данных вырос в сотни раз, что требует разработки новых методов статистического анализа и оценки финансовых рисков. Во-вторых, указанные обстоятельства породили широкий теоретический интерес к моделированию динамики книги заявок. Этой проблеме, в частности, посвящены работы C. Parlour (1998), T. Foucault (1999), R. Goettler, C. Parlour, U. Rajan (2005), M. Avellaneda, S. Stoikov (2008), I. Rosu (2009), R. Cont, S. Stoikov, R. Talreja (2010) и др. В последней из перечисленных работ для описания динамики книги заявок предложена модель типа марковского процесса с непрерывным временем. В этой работе книга заявок рассматривается как специальная система массового обслуживания с независимыми пуассоновскими входящими потоками заявок единичного объема на покупку/продажу и отмену ранее поступивших заявок. Такие системы массового обслуживания традиционно анализируются с помощью аппарата процессов рождения-гибели. Математическая модель книги заявок типа системы массового обслуживания, предложенная в указанной работе, снабжена целым рядом жестких формальных условий. В частности, интенсивности входящих потоков предполагаются постоянными. Эти условия слишком ограничительны и нереалистичны с практической точки зрения. Поэтому крайне востребованы информативные модели характеристик книги заявок, ориентированные на их применение в самых широких условиях, свойства которых можно описать без лишних и технических ограничений. В работах R. Cont, A. Kukanov, S. Stoikov (2011, 2014) была предложена удобная интегральная характеристика текущего состояния книги заявок – процесс дисбаланса потока заявок (order flow imbalance process, сокращенно OFI), которую можно вычислять и анализировать, не используя аппарат теории массового обслуживания. Точно такая же формальная модель была независимо предложена и исследована в работах A. Gorshenin, A. Doynikov, V. Korolev, V. Kuzmin (2012) и В. Ю. Королев, А. В. Черток, Ф. Ю. Корчагин, А. К. Горшенин (2013) под названием процесс обобщенной цены. Процесс OFI оказывается существенно более чувствительным к информации о рынке, нежели сам процесс цены. Это обусловлено, во-первых, тем, что на рассматриваемых временных масштабах изменения цены являются чрезвычайно редкими событиями по сравнению с изменениями состояния книги заявок, и во-вторых, тем, что процесс OFI учитывает не только изменения лучших цен покупки и продажи, но и события, происходящие глубоко внутри книги заявок.

В диссертации А. В. Чертока показано, что процесс OFI вполне естественно трактовать как так называемый двусторонний процесс риска – процесс риска со случайными премиями. При этом в качестве формальной математической модели последнего

предложено использовать специальный обобщенный дважды стохастический пуассоновский процесс (обобщенный процесс Кокса). При обосновании указанной модели определяющую роль играет предложенное А. В. Чертоком мультипликативное представление накопленных интенсивностей, согласно которому интенсивности потоков заявок на покупку и продажу с точностью до неслучайного множителя пропорциональны одному и тому же случайному процессу, характеризующему общий ажиотаж на рынке. Чрезвычайно интересно то, что это модельное представление получило в диссертации А. В. Чертока как теоретическое, так и статистическое обоснование. Действительно, хорошо известно, что так называемые дисперсионно-сдвиговые смеси нормальных законов очень хорошо описывают конечномерные распределения процессов OFI. Для того, чтобы такие смеси можно было интерпретировать как асимптотические аппроксимации при линейной нормализации допредельных случайных блужданий, необходимо, чтобы центрирующие и нормирующие константы были пропорциональны, что в рассматриваемом случае возможно только в условиях мультипликативного представления интенсивностей входящих потоков заявок. Статистические оценки интенсивностей потоков заявок, полученные в диссертации А. В. Чертока, продемонстрировали практическое их совпадение: отношение указанных интенсивностей колеблется около единицы, изменяясь в малых пределах, а распределение этих колебаний хорошо согласуется с нормальным, что говорит о том, что отклонение от отношения от единицы можно объяснить чисто диффузионными причинами.

Основным теоретическим результатом диссертации А. В. Чертока являются предельные теоремы для процесса дисбаланса потока заявок. Им получены теоремы переноса для одномерных распределений и функциональные предельные теоремы в практически реалистичных условиях существования вторых моментов элементарных скачков. Подобные теоремы для обобщенных процессов Кокса ранее рассматривались в некоторых работах. В частности, в работе Д. Е. Кашеев (2001) доказаны некоторые функциональные предельные теоремы для обобщенных процессов Кокса с квадратично интегрируемыми управляющими процессами. Однако, класс предельных процессов для обобщенных процессов Кокса, у которых такие управляющие процессы, а скачки имеют конечную дисперсию, довольно узок, поскольку он, в частности, не может содержать никаких устойчивых процессов Леви (помимо винеровского процесса). В книге J. Jacod, A. N. Shiryaev (2003) приведено общее утверждение (следствие VII.3.6) о сходимости суперпозиций семимартингалов со стационарными приращениями, из которого можно вывести функциональную предельную теорему для обобщенных процессов Кокса с управляющими процессами, математические ожидания которых удовлетворяют условию Липшица. Однако в таком случае класс предельных процессов для обобщенных процессов Кокса, у которых скачки имеют конечную дисперсию, также не может содержать никаких устойчивых процессов Леви. В работах В. Ю. Королев, Л. М. Закс, А. И. Зейфман (2013) доказана функциональная предельная теорема для обобщенных процессов Кокса, у которых скачки имеют конечную дисперсию, а управляющие процессы удовлетворяют условию типа Гельдера с показателями, меньшими единицы. В таком случае класс предельных процессов для обобщенных процессов Кокса, у которых скачки имеют конечную дисперсию, может содержать устойчивые процессы Леви, что, в частности, хорошо описывает часто наблюдаемую кластеризацию заявок. Однако в указанной работе рассмотрен только симметричный случай. В диссертации А. В. Чертока вышеупомянутые результаты распространены на несимметричный случай и приведен критерий сходимости обобщенных процессов Кокса и, в частности, двусторонних процессов риска, описывающих процесс дисбаланса потоков заявок, к обобщенным гиперболическим процессам Леви.

К числу несомненных достоинств диссертации А. В. Чертока следует отнести предложенную им формализацию понятия токсичности потоков заявок. В рамках предложенного им подхода, основанного на формальной тождественности понятия токсичности потока заявок и понятия вероятности неразорения в процессах риска со случайными премиями, А. В. Чертоком разработан и реализован индикатор токсичности потока заявок, способный предсказывать ценовые шоки и токсичную ликвидность. Также предложен соответствующий метод вычисления такого индикатора и проведено его тестирование на финансовых данных.

При работе над диссертацией ее автор А. В. Черток продемонстрировал высокую квалификацию прикладного математика и владение аналитическими методами теории вероятностей и математической статистики, глубокое проникновение в особенности конкретных реальных процессов, исследуемых описываемыми в диссертации методами. Автор также успешно продемонстрировал изобретательность и мастерство при практическом применении разработанных им методов.

Диссертация А.В. Чертока «Моделирование потоков заявок на финансовых рынках с помощью обобщённых процессов риска» является законченным математическим исследованием по актуальной теме. Она удовлетворяет всем требованиям, которые предъявляет ВАК к кандидатским диссертациям. Все основные результаты своевременно опубликованы. Автореферат диссертации правильно и полно отражает содержание диссертации. Считаю, что Андрей Викторович Черток заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика.

Научный руководитель –

д.ф.-м.н., профессор

зав. кафедрой Математической статистики

факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова



В. Ю. Королев

Контактная информация

адрес: 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, стр. 52, факультет ВМК, кафедра математической статистики.

тел.: +7(495)939-53-94

эл. почта: vkorolev@cs.msu.su

Подпись проф. Королева В.Ю. заверяю.
Ученый секретарь Ученого Совета Ф-та ВМК МГУ
доц. Угрюмов Э.А. / [подпись]