

**Отзыв официального оппонента**  
**о диссертации Гудича Игоря Григорьевича**  
**«ИССЛЕДОВАНИЕ**  
**ОДНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГАЗА**  
**ПРИ УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ КНУДСЕНА»,**  
**представленной на соискание ученой степени кандидата физико-**  
**математических наук по специальности 05.13.18 – математическое**  
**моделирование, численные методы и комплексы программ.**

Диссертационная работа И.Г.Гудича посвящена разработке и обоснованию математических методов создания оптимальных средств математического моделирования явлений, связанных с движением большого числа микроскопических объектов разной природы. В том числе, это относится к мезо-моделям, востребованным в индустрии, например, в области микрофлуидики при создании различного рода химических анализаторов.

Таким моделям посвящено значительное количество международных конференций и публикаций, отражающих интерес научной общественности к данной тематике, включая международный конкурс междисциплинарных исследований по применению высокопроизводительной вычислительной техники G-8. Таким образом, актуальность темы диссертации сомнений не вызывает.

В этой важной и актуальной области исследований естественным методом математического моделирования является верификация моделей газа на основе вычислительного эксперимента. Другим существенным аспектом моделирования сложных объектов является создание алгоритмов для решения соответствующих модельных систем стохастических дифференциальных уравнений.

Оба указанных метода исследования сложных систем представлены в диссертационной работе И.Г.Гудича.

Целью его диссертационной работы является верификация на основе вычислительного эксперимента одной стохастической мезо - модели газа для умеренных чисел Кнудсена с упрощенными коэффициентами.

Обратимся к содержанию диссертации. Она состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы.

Введение посвящено обзору литературы и существующим подходам к исследованию сложных газодинамических систем, приведено краткое изложение сложившихся подходов к решению проблемы моделирования течений газа, описана общепринятая методика построения соответствующих моделей, в зависимости от пространственных масштабов, рассмотрены и обсуждены основные классы вычислительных методов, применяемых для решения возникающих задач.

В главе 1 И.Г.Гудичем описана стохастическая модель газа в виде набора реализаций случайного процесса в фазовом пространстве. При этом коэффициенты в уравнениях, описывающих эту модель, трудоёмки для вычислений, поскольку они являются интегралами в многомерном фазовом пространстве координат-скоростей. Автором выполнен вывод упрощенных коэффициентов, основанный на гипотезе о нормальности распределения молекул газа по скоростям. Тем самым получаются аналитические выражения на основе функции ошибок.

Во второй главе автором исследуется, по-существу, одномерная задача о пространственно-однородной релаксации в пространстве скоростей в предположении о сферической симметрии функции распределения, что приводит к сферически симметричной постановке для уравнения Колмогорова – Фоккера – Планка с упрощенными коэффициентами. Сделан переход в сферическую систему координат, что позволило свести исходные уравнения для трех переменных к одномерному уравнению. Выведены в явном виде упрощенные коэффициенты для диффузионной модели газа при умеренных числах Кнудсена. При этом автором подчеркивается, что остается открытой

проблема связи полученных результатов с исходной моделью без упрощения коэффициентов.

На основе явной схемы Эйлера найдено приближение стационарного решения, построена консервативная разностная схема для линейной нестационарной задачи, выполнен вычислительный эксперимент (методом установления) на неравномерной сетке, исследована сходимость аппроксимаций.

Главу 3 автор посвящает исследованию существенно многомерных задач. Здесь на основе проведенных вычислительных экспериментов И.Г.Гудичем установлено, что для многомерных расчетов в фазовом пространстве решение системы стохастических дифференциальных уравнений является более приемлемым методом, нежели решение уравнения Колмогорова – Фоккера – Планка. Данные положения иллюстрируются вычислительными примерами для различных исходных данных.

В главе 4 диссертационной работы автор обращается к численным методам и алгоритмам для нелинейной задачи о пространственно - однородной релаксации на основе решения системы стохастических дифференциальных уравнений по винеровской мере с коэффициентами, являющимися интегралами плотности распределения. Автором подчеркивается, что такому классу задач достаточно оптимально соответствует программно - аппаратная архитектура современных видеокарт. В вычислительных экспериментах с нелинейными коэффициентами (в отличие от линейного случая) обнаружение стабилизации вычислительного процесса к стационарному решению оказалось трудной проблемой. Это связано с накоплением вычислительной ошибки. Автором предложено решение этой задачи на основе введения в алгоритм этапа коррекции функции распределения с целью соблюдения закона сохранения энергии, который делает вычислительный метод полностью консервативным.

Заключение содержит краткий перечень основных результатов диссертационной работы.

Основные научные положения диссертационной работы И.Г.Гудича состоят в следующем.

1. Получены аналитические выражения упрощенных коэффициентов системы стохастических дифференциальных уравнений, описывающих движение частиц в фазовом пространстве при умеренных числах Кнудсена как в декартовых, так и в сферических координатах пространства скоростей.

2. Получено уравнение Больцмана с интегралом столкновений в форме Колмогорова - Фоккера - Планка в сферической системе координат для пространственно - однородной задачи о релаксации газа из твердых сфер в случае зависимости коэффициентов только от тепловой скорости. Найдено численно стационарное решение.

3. Численно решена задача о пространственно-однородной релаксации для трехмерного случайного процесса в декартовых координатах. Показано, что стационарное решение трехмерной задачи, полученное стохастическим методом частиц, совпадает со стационарным решением одномерной задачи в сферических координатах.

4. Построен и реализован консервативный алгоритм численного решения нелинейной трехмерной задачи о пространственно - однородной релаксации с использованием архитектуры CUDA. Показано, что стационарное решение для нелинейной модели близко к стационарному решению линейной задачи, когда коэффициенты зависят только от тепловой скорости. Последнее делает возможным использование коэффициентов более простой структуры при решении пространственно - неоднородных задач газовой динамики в фазовом пространстве, что существенно для экономии вычислительных ресурсов.

Основные научные положения диссертационной работы И.Г.Гудича неоднократно докладывались научной общественности, своевременно опубликованы, автореферат соответствует диссертации. Полученные научные

И.Г.Гудичем результаты являются новыми, достоверными и относятся к актуальной области современного математического моделирования.

Автореферат диссертации полно отражает содержание и результаты диссертации. Основные результаты работы опубликованы в ведущих научных журналах.

Суммируя общее впечатление о представленной работе, можно констатировать, что автором предложены аналитические и численные методы исследования сложных кинетических систем, имеющих прикладное значение.

Подводя итог содержательной части диссертационного исследования И.Г.Гудича, можно сказать, что в диссертации предложен эффективный инструмент исследования широкого круга задач, представляющий, как большой теоретический интерес, так и значительную практическую ценность.

В ходе выполнения исследования автор проявил высокую научную культуру, оригинальность подхода к исследуемой проблеме.

Однако диссертация не лишена недостатков.

- 1) При исследовании прикладных задач следовало бы указать на связь полученных результатов с поведением реальных чисел заполнения физических состояний кинетических систем, указать и детализировать характер физических взаимодействий, выражающийся в математических предположениях о коэффициентах стохастических уравнений движения.
- 2) Следовало бы обсудить возможность распространения результатов, связанных с газовой динамикой, на распределенные биологические системы, описываемые системами законов сохранения с нелинейностями квадратического типа.

- 3) Вызывает недоумение отсутствие в тексте диссертационной работы программных приложений и ссылок на зарегистрированные программы.

Отмеченные недостатки не снижают большого объёма исследовательской работы, проведённой автором диссертации. Считаю, что диссертационная работа Гудича Игоря Григорьевича является законченной научно-исследовательской работой и полностью соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - «математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

**Официальный оппонент -  
доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18 -  
«математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ»),  
профессор**

 **В.А.Галкин**

628412, Ханты-Мансийский автономный округ, гор. Сургут, пр.  
Ленина, 1, бюджетное учреждение высшего образования Ханты-  
Мансийского автономного округа – Югры «Сургутский  
государственный университет», Политехнический институт,  
Директор Политехнического института  
Тел. +(3462)763101  
e-mail: [val-gal@yandex.ru](mailto:val-gal@yandex.ru),

**Подпись Галкина Валерия Алексеевича «заверяю»  
Учёный секретарь, профессор  
Н.В.Кузьмина**

**«02» сентября 2015 г.**

