

Отзыв официального оппонента

на диссертационную работу

Жуковской Зухры Тагировны на тему

«Исследование нелинейных аномальных задач и динамических управляемых систем»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертационная работа Жуковской З.Т. посвящена исследованию различных классов аномальных и вырожденных задач. Общей отличительной особенностью таких задач является то, что общеизвестные или классические методы изучения применительно к ним уже не подходят. А значит, эти задачи требуют развития новых идей, новых подходов и методов. В связи с этим, основная тематика диссертации является весьма актуальной с точки зрения современной математической науки.

Аномальная (пусть для простоты конечномерная) задача – это задача, в точке минимума которой нарушается общепринятое условие нормальности, называемое условием Люстерника. Это условие заключается в том, что градиенты функций, задающих ограничения, в точке экстремума линейно независимы. Точка экстремума, в которой нарушена нормальность, называется соответственно аномальной. Для аномальных экстремальных задач правило множителей Лагранжа выполняется автоматически и, следовательно, неинформативно. Кроме того, известно, что классические необходимые условия экстремума второго порядка для аномальной задачи неверны. По сути аномальность означает, что после естественной линеаризации задачи ее линейное локальное приближение устроено качественно по-другому, нежели исходная нелинейная задача. Такой эффект объясняется тем, что в окрестности аномальной точки утверждение классической теоремы об обратной функции относительно локальной разрешимости уже не выполняется. В этой связи поиск новых достаточных условий разрешимости нелинейных систем в окрестности аномальной точки (см., например, Теорему 1.1 в работе Жуковской З.Т.) интересен не только сам по себе, но и мотивирован изучением необходимых условий экстремума для аномальных задач.

Настоящая область анализа тесно связана с исследованием различных свойств вещественных квадратичных отображений. Квадратичное отображение — это векторная функция, все координаты которой суть квадратичные формы. Действительно, поскольку в силу аномальности первая производная отображения вырождается (пусть она просто равна нулю) и, значит, она не несет никакой полезной информации о значениях нелинейного отображения в окрестности аномальной точки, то естественно предположить, что такую функцию возьмет на себя гессиан (вторая производная отображения). А гессиан — это квадратичное отображение. В работе Жуковской З.Т. этому вопросу уделено отдельное внимание (Глава 3) и получен ряд глубоких интересных результатов, которые могут оказаться крайне полезными для понимания свойств исходного неквадратичного отображения в окрестности аномальной (вырожденной) точки.

Теория аномальных задач на сегодняшний день является еще достаточно молодой, но вместе с тем стремительно развивающейся областью нелинейного анализа и теории экстремума. Одними из первых, кто обратил внимание на важность и сложность исследования аномальных задач были выдающиеся американские математики Марстон Морс и Гильберт Эймс Блисс в связи с задачами вариационного исчисления. Зарождение же непосредственно теории, в рамках которой написана работа Жуковской З.Т., можно связать с концом 70-х — началом 80-х годов прошлого столетия и работами А.В. Авакова, А.А. Аграчева, А.В. Арутюнова, Р.В. Гамкрелидзе и А.А. Милютин.

Рецензируемая работа состоит из Введения, трех глав, заключения и списка литературы.

В первой главе автор формулирует и доказывает некоторые теоретические результаты, используемые в дальнейшем при исследовании управляемых систем и задач оптимального управления.

Во второй главе автор изучает достаточные условия локальной разрешимости управляемых систем. Здесь получены достаточные условия локальной разрешимости управляемых динамических систем при наличии смешанных ограничений. Причем также рассматривается и случай уравнения, не разрешенного относительно старшей производной (что, безусловно, является очень серьезным продвижением вперед в изучении задач со смешанными ограничениями.)

В третьей главе обсуждается множество различных вопросов из оптимального управления. Например, приводятся необходимые условия оптимальности второго порядка для дискретной задачи оптимального управления. Изучаются свойства функции минимума для задачи управления с квадратичными ограничениями, и т.д.

К основным результатам работы следует отнести следующее.

- Получены достаточные условия локальной разрешимости управляемых систем дифференциальных уравнений со смешанными ограничениями и управляемых систем дифференциальных включений со смешанными ограничениями.
- Получены необходимые условия оптимальности второго порядка для дискретной задачи оптимального управления. Получены необходимые условия оптимальности второго порядка для особых управлений для задачи оптимального управления с непрерывным временем.
- Получены условия выпуклости, липшицевости и дифференцируемости функции минимума для задачи оптимального управления с линейной дифференциальной связью, квадратичным функционалом и квадратичными концевыми ограничениями.
- Доказана теорема о неявной функции в окрестности аномальной точки, т.е. точки, в которой нарушается условие регулярности Робинсона.

Все математические результаты, полученные Жуковской З.Т., являются новыми, а предложенные в работе доказательства рецензенту видятся вполне убедительными и оригинальными.

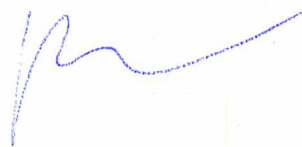
В целом, работа написана в высшей степени аккуратно. Рецензенту не удалось увидеть сколь либо значимых опечаток, неточностей в формулах или даже просто обычных грамматических ошибок. Есть несколько замечаний, которые, однако, никак не влияют на общую положительную оценку работы.

1. Глава 3 – это некоторый каскад разных совершенно задач и вопросов, и с дискретным и непрерывным временем, и свойства функции минимума, и особые управления, и понтрягинский минимум, и т.д. На мой взгляд, вполне разумным было бы разбить эту главу на две, а то и на три главы. (В целом следует отметить, что наработанного научного материала у Жуковской З.Т. довольно много).

2. Стр. 61, Определение 3.1. Сопряженную переменную в отечественной литературе принято обозначать через ψ (понтрягинские обозначения), в то время как в западной литературе больше встречается обозначение p , как раз используемое в рецензируемой работе.
3. Относительно теоремы 3.5 возникает следующий естественный вопрос. Насколько существенными являются требования односторонней непрерывности управления или интегрируемости по Риману? Можно ли здесь требовать измеримость или интегрируемость по Лебегу?

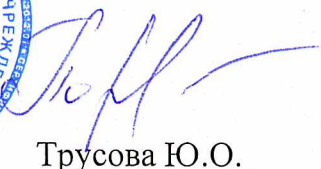
На основании вышеизложенного считаю, что работа Жуковской Зухры Тагировны «Исследование нелинейных аномальных задач и динамических управляемых систем» полностью соответствует специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физ.-мат. наук,
старший научный сотрудник Федерального
государственного бюджетного учреждения науки
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына
Российской академии наук,
119333, Москва, ул. Вавилова, д.40,
телефон: 8 (499) 135 04 40



Карамзин Д.Ю.

Подпись Карамзина Д.Ю. заверяю,
Ученый секретарь Федерального
государственного бюджетного учреждения науки
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына
Российской академии наук,
к.т.н. Трусова Ю.О.



Трусова Ю.О.