

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертацию Калининой Инны Сергеевны
"Системы функциональных уравнений счетнозначной логики",
представленной к защите на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.09
– дискретная математика и математическая кибернетика
в Диссертационный совет Д 501.001.44 при
Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова

Обсуждаемая диссертация посвящена разработке и исследованию одного из методов задания и анализа дискретных функций, состоящего в построении и решении систем функциональных уравнений. Актуальность такой задачи определяется следующими обстоятельствами.

Во-первых, функциональные уравнения широко распространены и применяются в различных разделах математики как действенное средство задания и характеристики функций и их классов. Они тесно связаны с реальными содержательными задачами из предметных областей, в которых функции используются как модели. Хорошо известны и продолжают изучаться частные случаи функциональных уравнений: дифференциальные, интегральные, разностные уравнения для функций вещественного и комплексного переменного, рекуррентные уравнения для функций натурального аргумента. Функциональными уравнениями задаются линейные, периодические, симметрические, четные и нечетные функции на различных множествах, самодвойственные функции алгебры логики, автоморфные функции комплексного переменного, ограниченно-детерминированные (конечно-автоматные) функции, решения начально-краевых задач математической физики, описываются операции суперпозиции и примитивной рекурсии, свойства коммутативности и ассоциативности операций, рефлексивности и симметричности бинарных отношений.

Во-вторых, функции счетнозначной логики, обобщающие k -значные функции, представляют собой мощный аппарат дискретной математики и математической кибернетики, точнее, теории функциональных систем, применяемый для описания структуры и оперирования реальными управляющими системами в живой и неживой природе, обществе, технике и их математических моделей. В связи с этим большое значение приобретает классификация таких функций, затрудняемая континуальной мощностью их множества. Во многих функциональных системах классификация элементов осуществляется при помощи операторов замыкания, определяемых операциями системы, соответствующими правилам построения сложных объектов (управляющих

систем) из простых. Широко применяются операторы суперпозиции функций и замыкания относительно суперпозиции. Таким путем полностью построена счетно-бесконечная решетка замкнутых относительно суперпозиции классов булевых функций, выяснена континуальная мощность решетки всех замкнутых относительно суперпозиции классов k -значных функций для конечных $k \geq 3$, описаны конечные и бесконечные ее фрагменты. В счетнозначной логике ситуация осложняется тем, что множество только предполных (т. е. максимальных) классов гиперконтинуально. Для сокращения множества классов и получения лучше обозримой классификации применяют иные операторы замыкания. Функциональные уравнения оказываются одним из способов введения замыкания в многозначной логике.

В-третьих, уже исследованы (С. С. Марченковым и В. С. Федоровой) системы функциональных уравнений в k -значной логике, в частности, установлена конечность множества всех замкнутых относительно функциональных уравнений классов, оценена сложность задачи выполнимости системы уравнений. В счетнозначной логике подобные задачи до сих пор не ставились, хотя актуальность их весьма высока и уже обоснована.

Таковы главные предпосылки для постановки задачи диссертационного исследования. Опишем и охарактеризуем содержание работы и ее основные результаты.

Во введении убедительно обоснована актуальность темы исследования, описаны история проблемы, цели и задачи диссертации, приведен краткий обзор ее основных результатов.

В первой главе исследуется оператор FE -замыкания (замыкания на основе систем функциональных уравнений) в счетнозначной логике. Определено понятие решения системы уравнений, показана порождаемость FE -замыканием класса всех общерекурсивных функций (теорема 1), FE -замкнутость класса H всех однородных (самосопряженных относительно любой биекции натурального ряда) функций (следствие 2), определено его положение в решетке всех FE -замкнутых классов (теорема 2, очень изящный и по содержанию, и по методу получения результат!), описаны FE -замкнутые классы, порожденные особыми конечными системами функций (теоремы 3–9 и следствия).

В главе 2 устанавливаются мощностные характеристики решетки всех FE -замкнутых классов в счетнозначной логике: гиперконтинуальность множества всех классов (теорема 10) и не менее, чем континуальная мощность множества предполных классов (теорема 12). Инструментом для вывода этих результатов явились уже применявшиеся в счетнозначной логике теоретико-

множественная конструкция фильтра и условия расширения замкнутого класса до предполного (их модификация для рассматриваемого случая — теорема 11).

В главе 3 доказана алгоритмическая неразрешимость проблемы выполнимости системы уравнений с функциональной константой $p(x, y, z)$, суперпозиции которой порождают весь класс H однородных функций. В этом коренное отличие счетнозначной логики от случая булевых функций, в котором такая проблема, хоть и трудна, но алгоритмически разрешима. Находится также положение этой проблемы в иерархии Клини–Мостовского (теорема 13) и характеристика множества всех выполнимых систем уравнений (теорема 14 и следствия).

Важным достоинством работы является конструктивный характер доказательств. Указаны способы построения систем уравнений с требуемыми свойствами решений, предполного класса, содержащего заданный замкнутый класс, дерева решений выполнимой системы уравнений с функциональной константой $p(x, y, z)$.

Значимость полученных результатов — в расширении выразительных возможностей языка функциональных уравнений, установлении связей между различными функциональными системами и различными же языками описания счетнозначных функций, а также нахождении различий между ними, продвижении на пути построения общей теории функциональных уравнений на дискретных, конечных и бесконечных, множествах.

Уместно сделать несколько критических замечаний.

1. Небесспорным представляется утверждение "в настоящее время исследований по счетнозначной логике проводится крайне мало" (с. 12 диссертации, с. 5 автореферата).

2. В историческом обзоре (с. 11) неточно передано содержание работы [36].

3. В замечании 1 (с. 34) неверно указаны номера теоремы и следствия.

4. Не определено обозначение $\Gamma_{a_1 \dots a_n}$ (с. 41), хотя смысл его в дальнейшем становится ясен.

5. Не все ссылки на библиографические источники точны.

Замечания носят технический характер и не влияют на оценку работы по существу.

Результаты диссертации являются новыми и достоверными. Они опубликованы и доложены на научных конференциях и семинарах.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Калининой Инны Сергеевны "Системы функциональных уравнений счетнозначной логики" представляет собой законченный

научный труд, содержащий новые результаты в теории функциональных систем, полученные автором самостоятельно, и удовлетворяет всем требованиям к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика. Ее автор Калинина И. С. достойна присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Канд физ.-мат. наук, доцент
кафедры математического моделирования НИУ МЭИ
111250, Москва, Красноказарменная ул., 14,
Национальный исследовательский университет
"Московский Энергетический институт"
MeshchaninovDG@mpei.ru
(495)362-77-74

Мещанинов Д. Г.

Собственноручную подпись доцента Д. Г. Мещанинова заверяю.

начальник кафедры *Баранов*

10.09.