

Проректор Казанского федерального университета
по научной деятельности
профессор Д. К. Нургалиев

" 15 сентября 2015 г.

Отзыв

Ведущей организации — Казанского федерального университета
на диссертационную работу Калининой Инны Сергеевны
"Системы функциональных уравнений счетнозначной логики", представленную на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика

Одной из основных задач математической кибернетики является задача о выразимости объектов из заданного множества над некоторым базисом при помощи операций определенного вида. При этом в качестве объектов могут рассматриваться функциональные системы, замкнутые относительно некоторого набора операций. Работы в этом направлении были начаты Э. Постом, который описал счетную решетку всех замкнутых классов относительно операции суперпозиции классов булевых функций. Подход Поста был развит С.В. Яблонским на функции трехзначной логики. В дальнейшем эта тематика была распространена на k -значные логики, счетнозначные логики, автоматы, рекурсивные функции. При этом для описания базовых объектов можно использовать разные языки: формулы, системы предикатов, и т.д. Один из распространенных способов задания функций основан на языке функциональных уравнений. Примеры такого рода можно найти в дискретной математике, в частности, в теории алгоритмов, теории автоматов и теории функций многозначной логики. Исследования выразительных возможностей языка функциональных уравнений проводились разными авторами, например, Марченковым С. С., Федоровой В. и др.

Диссертационная работа "Системы функциональных уравнений счетнозначной логики" Калининой Инны Сергеевны посвящена изучению структуры замкнутых классов функций счетнозначной логики. Основной целью работы является изучение свойств и выразительных способностей оператора замыкания, базирующегося на системах функциональных уравнений, а также исследование проблемы выполнимости для таких систем. Ранее системы функциональных уравнений и оператор замыкания, базирующийся на системах функциональных уравнений, исследовались для случая булевых функций и функций многозначной логики. Применительно к функциям счетнозначной логики системы функциональных уравнений использовались в основном

при решении конкретных задач. В настоящей работе системы функциональных уравнений счетнозначной логики впервые исследуются с самых общих позиций, в частности, находятся важнейшие характеристики оператора FE-замыкания и устанавливается алгоритмическая сложность проблемы выполнимости для систем функциональных уравнений.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 60 наименований. Во введении приводится обзор результатов, полученных в данной области, дается постановка задачи и приводится краткий перечень основных результатов.

В первой главе исследуется оператор FE-замыкания и его свойства. Данная глава состоит из 6 параграфов. В первом параграфе определяется оператор FE-замыкания. Далее в параграфе 2 диссертант рассматривает другой оператор замыкания – HG-замыкание, и на этой базе доказывает теорему: для всякого общерекурсивного оператора Φ найдется такая система уравнений (в формализме FE) с функциональными константами $0, x + 1, f_1, \dots, f_m$, которая для любого выбора функциональных констант $f_1, \dots, f_m$ определяет (по своей главной переменной) функцию $\Phi(f_1, \dots, f_m)$. В третьем параграфе диссертант доказывает принцип сопряженности для оператора FE-замыкания, формулирует следствия из данного принципа и доказывает теорему о том, что произвольный FE-замкнутый класс, содержащий нетривиальную однородную функцию, целиком включает класс H однородных функций. В четвертом параграфе исследуется замыкание системы $\{x + 1, 0\}$ и подобных ей систем. В частности, показано, что класс отношений RFE, определяемых в формализме FE, совпадает с классом Σ_1^1 иерархии Клини. Кроме того, устанавливается справедливость теоремы о том, что замыкания систем функций, подобных системе $\{x + 1, 0\}$, дают класс Σ_1^1 , следствием чего является то, что замыкания систем, подобных системе $\{x + 1\}$, также дают класс Σ_1^1 . В пятом параграфе исследуются системы, содержащие характеристические функции бинарных отношений. Доказывается, что для каждого из множеств с предикатами отношений $<, \leq$ FE-замыкание этого множества совпадает с классом Σ_1^1 , в отличие от множества функций, состоящих из 0, 1 и предиката $=$. В шестом параграфе расширяются логические возможности языка FE путем добавления в язык оператора FE-замыкания некоторого множества логических связок. При этом показано, что без потери силы выразительной способности можно отказаться от логической связки $\neg$.

Вторая глава посвящена изучению некоторых замкнутых классов счетнозначной логики относительно операции FE-замыкания. Глава состоит из двух параграфов. Первый параграф данной главы содержит теорему о том, что мощность множества FE-замкнутых гиперконтинуальна. Во втором параграфе показывается, что некоторые FE-замкнутые классы можно расширить по FE-предполных. Доказывается теорема о том, что мощность множества FE-предполных классов не менее чем континуальна.

В третьей главе рассматривается проблема выполнимости систем функциональных уравнений с функциональной константой $p(x, y, z)$. Показано, что для систем уравнений счетнозначной логики, проблема выполнимости является неразрешимой, а также что эта проблема принадлежит классу P_1 арифметической иерархии Клини-

Мостовского. Фактически, эти результаты дают точную оценку сложности данной проблемы. Эти результаты обобщаются автором на случай системы $\{p(x, y, z), a_1, \dots, a_k\}$, где $a_1, \dots, a_k$ – произвольные константы.

В заключении перечислены основные результаты, определены направления для дальнейших исследований.

В качестве замечания можно отметить, что было более удобно для читателя, если бы автор использовал вместо сквозной нумерации теорем и утверждений структурную нумерацию, что позволило бы лучше ориентироваться в работе.

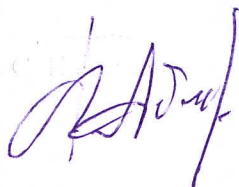
Все основные результаты диссертации являются новыми и интересными, основные утверждения строго доказаны. При их получении автором были преодолены существенные трудности. Эти результаты могут найти применение в исследованиях по теории функциональных систем, ведущихся в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Казанском (Приволжском) федеральном университете, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского, Институте прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Институте математики СО РАН (г. Новосибирск), Вычислительном Центре РАН, а также других университетах, вузах и научно-исследовательских институтах страны. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора, автореферат соответствует содержанию диссертации.

Диссертационная работа И. С. Калининой является научно-квалификационной работой, в которой исследованы выразительные возможности оператора замыкания, базирующегося на системах функциональных уравнений, и проблема выполнимости функциональных систем для случая счетнозначной логики.

Диссертационная работа Калининой Инны Сергеевны "Системы функциональных уравнений счетнозначной логики" отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика, а её автор вне всякого сомнения заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв утвержден на заседании кафедры теоретической кибернетики ВМК К(П)ФУ (протокол "1" от "01.09.2015").

Заведующий кафедрой
теоретической кибернетики
факультета ВМК КазФУ
д. ф. - м. н., профессор



Ф. М. Аблаев