

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Кареева Искандера Амировича
«Нижние границы для среднего объема наблюдений в процедурах отбора
и упорядочивания»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.05 «Теория вероятностей и
математическая статистика»

Актуальность. Тематика диссертационной работы связана с ответом на следующий традиционный вопрос математической статистики: для рассматриваемой статистической задачи (класса задач) определить необходимый (минимальный) объем выборки, при котором возможно получить решение, обладающее требуемой точностью. Безусловно, требуются дополнительные уточнения о классе процедур, о мере точности и т.п., чтобы описанная проблема имела строгую постановку и допускала строгое решение. Несомненны как теоретическая важность этой задачи, так и ее значимость для приложений.

Сама указанная тематика развивается уже более полувека, ее различные постановки и решения связаны с такими классиками математической статистики Хёфдинг, Вальд и другие. В дальнейшем их классические результаты были значительно обобщены и усилены такими видными российскими математиками как И.Н. Володин (руководитель диссертанта), М.Б. Малютов и А.А. Новиков, причем результаты И.Н. Володиной имеют достаточно универсальный характер для широкого класса статистических проблем.

Тем не менее, при рассмотрении конкретного класса задач имеющиеся общие результаты могут быть уточнены и конкретизированы, и если рассматриваемые задачи представляют научный и прикладной интерес, то это является достаточной мотивацией для исследования нижних границ для среднего объема наблюдений.

В диссертации рассматривается следующий класс статистических задач, называемых задачами отбора и упорядочивания и формулируемые следующим образом. Имеется несколько популяций (m), каждая из которых представлена выборкой, случайно извлеченной из нее. Предполагается, что каждая популяция характеризуется некоторым (неизвестным) параметром θ . Проблема заключается в нахождении популяции с экстремальным (для определенности, максимальным) значением параметра θ (задача отбора) или

упорядочивании популяций в соответствии с возрастанием параметра (задача упорядочивания). В первой задаче пространство решений состоит из чисел $\{1, 2, \dots, m\}$, а во второй задаче – из $m!$ перестановок этих чисел, и лишь одно из этих решений правильное. В качестве критерия качества решения принимается вероятность корректного решения. Безусловно, существует множество прикладных задач, в которых возникают подобные постановки, что указывает на важность и актуальность рассматриваемых задач.

Диссертант приводит подробный обзор имеющихся результатов, в котором ясно выделены «белые пятна», определившие перечень конкретных задач, решаемых в диссертации. По мнению оппонента, представленный обзор является полным, и из него следует необходимость решения сформулированных задач, как с теоретической, так и с прикладной точек зрения. С учетом вышеизложенного, это подтверждает важность и актуальность рассматриваемых в диссертации научных проблем.

Новизна и обоснованность результатов. Диссертант сформулировал основные задачи, которые были поставлены и решены в диссертационной работе. В рамках тематики диссертации, ограниченной статистическими задачами отбора и упорядочивания и проблемой построения нижних границ для необходимого объема выборки, обеспечивающего возможность решения этих задач с заданным качеством, им сформулирован практически полный перечень возникающих здесь проблем:

- уточнение имеющихся универсальных нижних границ применительно к рассматриваемым в диссертации статистическим задачам, в том числе к задачам построения нижних границ для конкретных наиболее часто используемым моделям данных (вероятностным распределениям выборки); исследования свойств этих границ;
- исследование эффективности конкретных наиболее часто используемых процедур отбора и упорядочивания с точки зрения объема выборки, обеспечивающего заданное качество решения.

Полученные решения всех сформулированных задач свидетельствуют о цельности и законченности диссертации.

Содержание диссертации. Рассмотрим подробно содержание диссертации и полученные результаты.

Во введении содержится прекрасный обзор работ по тематике диссертации, дающий полное представление о тематике, имеющихся результатах и места в них результатов автора.

Основной является Глава 1. В этой главе вначале вводятся все необходимые определения и обозначения и даются строгие постановки решаемых задач. В частности, вводится естественное общее понятие «зоны безразличия», которое фактически исключает из рассмотрения (из параметрического пространства задачи) области некорректных решений, близких к корректным решениям. Другими словами, предполагается, что единственное корректное решение находится на ненулевом «расстоянии» от возможных некорректных решений. При таком предположении применение универсальных границ к рассматриваемым задачам, приводящее к необходимости решения сложных минимаксных оптимизационных задач, удается значительно упростить, и Теорема 1 дает ответ на вопрос, когда построенная приближенная нижняя граница для процедуры отбора является точной (полученной при строгом решении задачи на минимакс). Приводятся примеры некоторых важных частных случаев, иллюстрирующих общий результат. Второй важный новый результат, полученный в Главе 1, сформулирован аналогичным образом для процедуры упорядочивания.

Естественно, нижние границы, построенные для произвольного класса распределений, могут быть уточнены в случае конкретных классов распределений. Именно такие нижние границы были построены для наиболее часто используемых вероятностных моделей: нормального, показательного, биномиального и пуассоновского распределений, а также для мультиномиальной схемы испытаний. Для каждого из этих распределений уточняется понятие зоны безразличия, которая для каждой модели имеет очевидный и наглядный смысл. Для каждой из этих моделей получены соответствующие нижние границы.

Третья глава посвящена изучению в некотором смысле обратной задачи: насколько для конкретной процедуры отбора или упорядочивания необходимый объем выборки совпадает с нижней границей. Другими словами, насколько эта рассматриваемая процедура эффективна с точки зрения необходимого объема наблюдений, обеспечивающего заданный уровень качества решения. В качестве исследуемых процедур выступают наиболее известные и часто применяемые процедуры. Результаты здесь получены в асимптотическом приближении.

Все полученные результаты являются новыми и важными как для математической статистики, так и для ее приложений. Автор показал хорошие знания и эрудицию в области исследования и уверенное владение общематематическими и вероятностными методами.

Достоверность результатов подтверждается корректным применением математических методов, обеспечивающих корректное доказательство всех приводимых результатов.

Диссертация прошла достаточную экспертизу – 6 публикаций, включая 2 статьи в самом профильном вероятностном журнале «Теория вероятностей и ее применения» объемом 18 и 7 страниц; доложена на международных и всероссийских конференциях и научных семинарах, включая семинары в МГУ.

Суммируя вышеизложенное, оппонент считает, что диссертационная работа является законченной самостоятельно выполненной научно-квалификационной работой. Совокупность результатов и теоретических положений диссертации, разработанных на основании выполненных исследований, можно квалифицировать как научное достижение в математической статистике, заключающееся в построении нижних границ для среднего объема наблюдений для востребованных статистических задач отбора и упорядочивания, обеспечивающего требуемое качество решения. Диссертационная работа удовлетворяет критериям п. 7 Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор Кареев И.А. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика.

**Официальный оппонент, доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий лабораторией Когнитивных методов
анализа данных и моделирования Института системного анализа РАН**

БЕРНШТЕЙН А.В.

23 мая 2014 года

Подпись Бернштейна А.В. заверяю

Зам. директора ИСАН
по научн. работе, д.э.н., проф.



Швецов А.Н.