

**Отзыв научного руководителя на диссертацию Кашаевой Светланы  
Юрьевны «Представление субmartингалов в виде функций монотонных  
случайных процессов», представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - теория  
вероятностей и математическая статистика**

Теория мартингалов является основой ныне широко популярного аппарата стохастического интегрирования, применяемого во многих научных и прикладных направлениях. В теории мартингалов имеются два важных тесно связанных между собой понятия субмартингала и супермартингала. При исследовании свойств субмартингалов (супермартингалов) привлекаются большое число различных методов. В 1987 году С.М. Смирнов и М.Ю Сверчков предложили оригинальный подход к исследованию субмартингалов (супермартингалов) путем представления их в виде условного математического ожидания монотонных случайных процессов. Они построили такое представление для ограниченных субмартингалов и супермартингалов и показали, что такое представление помогает решить ряд других трудных задач из теории случайных процессов. Известный в области теории случайных процессов специалист Н.В. Крылов распространил теорему Смирнова-Сверчкова на положительные субмартингалы из класса Дуба. Н.В. Крылов показал, что его обобщение теоремы Смирнова-Сверчкова позволяет построить упрощенное доказательство принципиально важной и трудной теоремы Мейера о представлении положительного субмартингала из класса Дуба в виде равномерно интегрируемого мартингала и интегрируемого возрастающего натурального случайного процесса. В общем случае вопрос о представлении субмартингала в виде условного математического возрастающего процесса оставался открытым. Эта задача была предложена Кашаевой С.Ю. Задача была успешно решена и составила часть рассматриваемой диссертации. Было доказано представление субмартингала из класса DL в виде условного математического ожидания возрастающего случайного процесса. Затем это представление было использовано для упрощенного доказательства о представлении субмартингала (супермартингала) из класса DL в виде суммы (разности) мартингала и возрастающего натурального случайного процесса. В диссертации была привлечена теория обратных стохастических дифференциальных уравнений для исследования свойств субмартингалов (супермартингалов). С каждым супермартингалом из класса DL можно связать последовательность обратных стохастических дифференциальных уравнений, решения которых образуют возрастающую последовательность, сходящуюся почти всюду и в среднем к данному супермартингалу. Отсюда следует, что любой субмартингал из класса DL является пределом убывающей последовательности решений обратных стохастических дифференциальных уравнений. Это открывает

возможность для нового упрощенного доказательства теоремы о представлении субмартингала (супермартингала) из класса DL в виде суммы (разности) мартингала и предсказуемого возрастающего случайного процесса. К самой теории обратных стохастических дифференциальных уравнений были сделаны важные добавления. Доказана общая теорема о существовании решения стохастического дифференциального уравнения. Доказана теорема о перестановочности условного математического ожидания и интеграла от случайного процесса.

Диссертация представляет собой законченное математическое исследование теоретического характера на актуальную тему. Она содержит новые глубокие утверждения, совокупность которых составляет важный вклад в теорию мартингалов и теорию обратных стохастических дифференциальных уравнений. Все основные утверждения объединены одной целью исследовать свойства субмартингалов (супермартингалов). Общая идея может быть выражена словами из названия диссертации. Исследовать субмартингалы (супермартингалы) путем представления их в виде функций монотонных случайных процессов. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в журналах из перечня ВАК и докладывались на научных семинарах. Автор продемонстрировал мастерство и глубокое знакомство с текущей научной литературой, имеющей отношение к теме диссертации.

Диссертационная работа Кащаевой С.Ю. «Представление субмартингалов в виде функций монотонных случайных процессов» соответствует специальности 01.01.05 («Теория вероятностей и математическая статистика») и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Автор диссертации – Кащаева Светлана Юрьевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры математической статистики  
факультета вычислительной математики и кибернетики  
Московского государственного университета

имени М.В. Ломоносова

Круглов Виктор Макарович



Адрес: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы,  
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
2-й учебный корпус,  
факультет вычислительной математики и кибернетики,  
тел: +7 (495) 939-53-94  
e-mail: krugvictor@gmail.com