

**Отзыв официального оппонента**  
**на диссертацию Коноводова Владимира Александровича «Методы синтеза и оценки сложности схем с некоторыми структурными ограничениями» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.**

В диссертации изучается одна из основных задач теории дискретных управляющих систем – задача их синтеза. В общем виде эта задача состоит в построении для заданной дискретной функции её структурной реализации (схемы) в заданном классе дискретных управляющих систем, которая является оптимальной относительно заданного функционала сложности (индекса простоты). В диссертации рассматривается традиционный, предложенный ещё К. Шенноном, вариант постановки данной задачи – задача массового синтеза, решаемая в рамках асимптотического подхода. Указанный вариант задачи синтеза схем из заданного класса, реализующих булевы функции, заключается в изучении асимптотического поведения так называемой функции Шеннона – функции  $L(n)$  натурального аргумента  $n$ , равной наибольшему значению «сложности» наилучших в исследуемом классе реализаций булевых функций от  $n$  переменных при  $n = 1, 2, \dots$ . Описанный вариант задачи синтеза решается в диссертации для формул и схем из функциональных элементов из некоторых классов, связанных с введением ряда «естественных» ограничений на структуру и параметры схем.

Диссертационная работа Коноводова В. А. посвящена созданию методов синтеза формул и схем из функциональных элементов, параметры и структура которых удовлетворяют определенным ограничениям, а также получению асимптотических оценок различной (в том числе высокой) степени точности функций Шеннона для их сложности. В большинстве рассматриваемых моделей, то есть классов схем с наложенными на их структуру или параметры ограничениями, указанная функция Шеннона  $L(n)$  имеет при растущем значении числа переменных  $n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , порядок роста  $2^n / \log n$ . При этом «обычный» уровень точности оценок функции  $L(n)$  характеризуется относительной погрешностью вида  $O(\log \log n / \log n)$ , тогда как оценки высокой степени точности имеют относительную погрешность вида  $O(1 / \log n)$ .

В диссертации изучаются ограничения на глубину альтернирования и ширину схем, а также исследуются схемы, построенные из функциональных элементов с прямыми и итеративными входами, где выход одного элемента может присоединяться только к итеративному входу другого элемента. Указанные ограничения имеют определенный содержательный смысл, связанный с моделированием работы вычислительных и электронных устройств. Исследуемые в диссертации вопросы актуальны и представляют интерес как с теоретической, так и с прикладной точек зрения.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

Во введении приведен достаточно полный обзор публикаций по теме диссертации, дана краткая характеристика полученных в ней результатов и проведено сравнение этих результатов с результатами диссертации. Кроме того, в нем введены основные определения и обозначения, на базе которых даны точные формулировки результатов диссертации.



Первая глава диссертационной работы посвящена изучению сложности формул стандартного базиса  $\{\&, \vee, \neg\}$  с ограниченной глубиной альтернирования, которая равна увеличенному на 1 максимальному числу чередований типов элементов базиса в цепях данной формулы без учета присоединенных к входам отрицаний. Кроме того, в ней проведено исследование сложности схем стандартного базиса, имеющих ограниченную ширину, то есть минимальное число регистров, используемых схемой для хранения промежуточных результатов.

В первой главе поведение как «обычной» функции Шеннона для сложности формул с глубиной альтернирования  $a$ ,  $a \geq 3$ , так и аналогичной функции Шеннона для сложности формул с глубиной альтернирования 3, реализующих булевы функции, столбцы значений которых принадлежат языку заданной грамматики с конечным числом состояний, установлено на уровне асимптотических оценок высокой степени точности.

На основе данных результатов в первой главе получены также новые более точные оценки функции Шеннона для сложности схем из функциональных элементов ширины  $t$ ,  $t \geq 3$ . Кроме того, в ней установлен ряд интересных оценок, характеризующих сложность реализации в рассматриваемом классе схем некоторых функций и систем функций, встречающихся в приложениях. Указанные оценки получены для сложности линейной и монотонной симметрической функции с порогом 2 от  $n$  переменных, а также для сложности системы всех элементарных конъюнкций ранга  $n$  от  $n$  переменных.

Во второй главе диссертации исследована сложность формул, построенных над произвольным конечным полным базисом из функциональных элементов с прямыми и итеративными входами. Для их построения используется операция «корректной» суперпозиции, которая допускает присоединение прямых входов элемента базиса только к входам схемы или их замену константами, а его итеративные входы, кроме того, могут, как обычно, присоединяться к выходам других элементов.

Было известно, что указанные ограничения на соединения элементов существенно усложняют критерий полноты базиса и структуру замкнутых классов. Результаты, полученные во второй главе диссертации, выявляют ряд особенностей, характеризующих решенные задачи синтеза в рамках данной модели.

В диссертационной работе установлено, что на поведение функции Шеннона  $L(n)$  для сложности формул в рассматриваемом базисе, реализующих булевы функции от  $n$  переменных, существенно влияет его итеративное замыкание – замкнутый класс решетки Поста, состоящий из констант 0, 1, и функций, реализуемых формулами, все неконстантные входы которых поступают только на итеративные входы элементов базиса.

Так, доказано, что в случае, когда итеративное замыкание базиса содержит класс монотонных функций, функция Шеннона  $L(n)$  имеет при растущем значении числа переменных

$n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , «стандартный» порядок роста и асимптотически равна  $c \cdot \frac{2^n}{\log n}$ , где константа

$c$  однозначно определяется базисом. При этом выявлен более сложный, чем обычно, характер зависимости константы  $c$  от «весов» элементов базиса, типов их входов и тех функций, которые они реализуют, а полученные для функции Шеннона  $L(n)$  оценки имеют «обычный» уровень



точности. Для достаточно широкого класса базисов указанного вида поведение функции Шеннона  $L(n)$  установлено на уровне асимптотических оценок высокой степени точности.

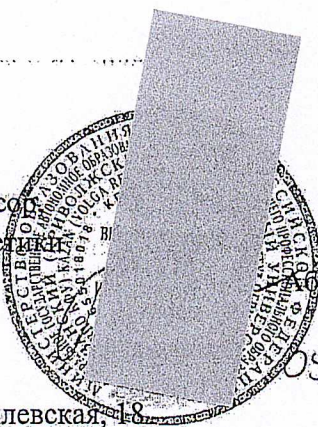
Оказалось, что во всех остальных возможных случаях «расположения» итеративного замыкания базиса на решетке Поста характер поведения связанной с ним функции Шеннона существенно меняется. Для каждого из этих случаев приведен пример такого базиса с соответствующим итеративным замыканием, для которого функция Шеннона  $L(n)$  имеет порядок роста  $2^n$ . Приведен также пример изменения порядка сложности реализации линейной функции от  $n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , переменных при переходе от одного базиса к другому, хотя оба они имеют одинаковые итеративные замыкания.

К недостаткам работы можно отнести наличие в ней ряда технических погрешностей, а также отсутствие четкой формализации некоторых понятий, затрудняющих чтение текста. В частности, перед теоремой 1, приводятся перечень 9 лемм и одной теоремы (часть из них «неавторские» - приводятся ссылки). Всего в работе упоминаются 31 лемма, большинство из которых неавторские. Представляется логичным не выделять их отдельно, а ссылаться на них по мере необходимости с указанием авторства. Часто используемое в тексте диссертации выражение "оценка высокой степени точности" интуитивно понятно, но более полное раскрытие этого понятия считаю было бы нелишним. Эти недостатки не являются существенными, они не влияют на истинность полученных результатов и их значимость.

Оценивая диссертационную работу в целом, следует констатировать, что она представляет собой законченное научное исследование. В ней предложены новые оригинальные конструкции и получен целый ряд интересных результатов, которые вносят значительный вклад в теорию синтеза управляющих систем. Диссертация написана на хорошем математическом уровне; все сформулированные в ней результаты строго обоснованы, являются новыми и получены автором самостоятельно. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертационная работа соответствует всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.09, а ее автор, Коноводов Владимир Александрович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой теоретической кибернетики  
Казанского федерального университета.



Фаблаев Фарид Мансурович

05.09.2015

Контактные данные: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18

Email: fablayev@gmail.com

