

**Отзыв официального оппонента  
на диссертационную работу Куренного Алексея Святославовича  
"Ньютоновские методы решения задач оптимизации  
с липшицевыми производными",  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.09 -  
дискретная математика и математическая кибернетика.**

Многие численные методы оптимизации предполагают двукратную непрерывную дифференцируемость целевой функции и ограничений задачи. В тоже время некоторые прикладные оптимизационные задачи имеют более слабые свойства гладкости. В частности, функции, определяющие задачу, могут иметь лишь липшицевые производные. В диссертационном исследовании А.С. Куренного изучены численные методы решения оптимизационных задач с липшицевыми производными, основанные на методе модифицированных функций Лагранжа, методе множителей Лагранжа с линеаризованными ограничениями, методе последовательного квадратичного программирования. Указанные методы исследовались в работах Bertsekas D.P., Boggs P.T., Fernandez D., Friedlander M.P., Измаилова А.Ф., Hestenes M.R., Powell M.J.D., Robinson S.M., Solodov M.V., Saunders M.A., Tolle J. W. и других. Перечисленные методы численного решения оптимизационных задач в целом исследованы подробно. Однако применение этих методов при ослабленных предположениях гладкости оставалось слабо изученным.

Кратко опишем содержание диссертации. Работа состоит из введения, списка основных обозначений, трех глав, заключения и списка литературы. Объем работы составляет 134 страницы.

Во введении отражены мотивация исследования, краткое описание основных результатов диссертации, актуальность темы диссертационной работы, методика исследования и апробация результатов.

В первой главе диссертации получена полная картина соотношений между различными условиями регулярности для смешанных комплементарных задач. Кроме того, исследованы решения системы Каруша–Куна–Таккера для оптимизационной задачи с липшицевыми производными, выведена оценка расстояния до решения. Соответствующий результат сформулирован в теореме 2 первой главы.

Во второй главе разработаны некоторые итерационные схемы решения обобщенных уравнений. Получены достаточные условия сходимости последовательности итераций при различных предположениях метрической регулярности решения обобщенного уравнения. Определена скорость сходимости последовательностей итераций к решению. Соответствующие результаты сформулированы в теоремах 1, 2 и 3 второй главы. Кроме того, для рассматриваемых обобщенных уравнений построен метод численного решения, обобщающий

метод Джозефи–Ньютона на негладкий случай. Соответствующие условия сходимости и оценки скорости сходимости сформулированы в теоремах 4 и 5.

В третьей главе исследованы некоторые численные методы решения задач оптимизации с липшицевыми производными. Получены условия локальной сходимости метода модифицированных функций Лагранжа при различных предположениях (теоремы 1–5). Аналогичные результаты получены для метода множителей с линеаризованными ограничениями (теоремы 6,7). Кроме того, изучен метод последовательного квадратичного программирования. Для него получены необходимые и достаточные условия прямой сверхлинейной сходимости. Соответствующие результаты сформулированы в теоремах 8–11 третьей главы.

Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Диссертация имеет теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы для исследования и численного решения систем Каруша–Куна–Таккера оптимизационных задач с липшицевыми производными, обобщенных уравнений и включений, удовлетворяющих различным условиям регулярности.

#### Замечания

1) В формулировке теоремы 1 второй главы предполагается, что параметр  $q$  принимает значения в полуинтервале  $[0, 2^{-1})$ . Однако кажется естественным, что утверждение теоремы выполняется при значении параметра  $q \in [0, 1)$ . Следовало бы или ослабить это предположение теоремы, или показать его существенность на примере. То же замечание касается и теоремы 2.

2) Некоторые термины и обозначения, используемые в диссертации, не определены. Так, например, следовало бы определить понятие “точечно-множественного отображения”, которое встречается, например, в формулировках теорем 1, 2 второй главы. Кроме того, следовало бы добавить в список обозначений  $O$  и  $o$  и объяснить их значения. Также в тексте диссертации для обозначения одного и того же свойства отображений используются термины “локальная липшицевость в точке” и “липшицевость в некоторой окрестности точки”. Правильнее было бы использовать только один термин.

3) В диссертации имеются опечатки. На страницах 12, 13, 14, 15 в выключных формулах (2), (7), (8), (9) в каждой строчке системы пропущено слово “если” и запятая перед ним. На странице 78 в 7-ой строке сверху, на странице 99 в 14-ой строке сверху и 4-ой снизу следовало бы поставить “и” вместо “and”. Также следовало бы исправить описание рисунка 3.1 на странице 90 в 1-ой строке снизу.

Приведенные замечания в основном имеют методический характер, не подвергают сомнению достоверность и научную обоснованность всех полученных автором результатов и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

Результаты диссертации полностью опубликованы в статьях, прошли аprobацию на конференциях и семинарах. Автореферат подробно, полно и правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация представляет собой законченное математическое исследование по актуальной теме. В работе получены новые результаты, имеющие несомненную научную значимость для специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика. Диссертационная работа "Ньютонаовские методы решения задач оптимизации с липшицевыми производными" удовлетворяет требованиям ВАК РФ, ее автор, Куренной Алексей Святославович, заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Доцент кафедры нелинейного анализа и оптимизации  
Российского университета дружбы народов  
кандидат физико-математических наук

С.Е. Жуковский

"25" апреля 2014 г.

Погодин доц. С. Е. Жуковского  
удостоверяю  
Член сената Учёного совета РУДН  
Всасин Савелий В. А. /

25.04.

