

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Тамбовского государственного
университета имени Г.Р. Державина
доктор экономических наук, профессор
В.М. Юрьев



« 12 » апреля 2014 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу А.С. Куренного «Ньютоновские методы решения задач оптимизации с липшицевыми производными», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика» в диссертационный совет Д 501.001.44 в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова

В диссертационной работе А.С. Куренного исследуется ряд эффективных методов решения задач оптимизации с липшицевыми производными, т.е. задач оптимизации, производные целевой функции и ограничений которых являются локально липшицевыми отображениями. Задачи с указанными свойствами гладкости возникают во многих разделах и приложениях математики, в том числе в математической экономике, оптимальном управлении, машинном обучении. Несмотря на широкий спектр приложений, задачи с липшицевыми производными вплоть до настоящего времени оставались в значительной степени малоизученными, поэтому тема работы является актуальной.

Для изучения свойств локальной сходимости рассматриваемых в диссертации численных методов автором предлагаются и исследуются абстрактные параметрические алгоритмы решения обобщенных уравнений. Теоремы о локальной сходимости этих алгоритмов, доказанные в диссертации, представляют собой универсальный инструментальный для

исследования различных численных методов решения оптимизационных и вариационных задач. Отметим, что создание такого инструментария само по себе является серьезным вкладом в теорию численных методов для задач рассматриваемых классов.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 91 источника, представленных на 134 страницах.

Первая глава диссертации посвящена ряду вопросов вариационного и негладкого анализа. С точки зрения основного содержания диссертации, наиболее важный результат главы состоит в установлении оценки расстояния до множества решений системы Каруша-Куна-Таккера задачи оптимизации с липшицевыми производными. Примечательно, что эта оценка расстояния доказывается без каких-либо условий регулярности ограничений. Также в первой главе изучаются соотношения между рядом условий регулярности решения смешанной комплементарной задачи, в частности доказывается несколько неизвестных ранее соотношений между этими условиями. Помимо этого, в одном из разделов главы доказывается равенство между двумя обобщенными дифференциальными объектами, использующимися в литературе по численным методам решения задач оптимизации с липшицевыми производными.

Во второй главе диссертации предлагается и исследуется несколько абстрактных алгоритмов решения обобщенных уравнений. Для этих алгоритмов устанавливается локальная сходимость и определяется скорость сходимости в различных наборах предположений: при сильной метрической регулярности, при полуустойчивости, при верхне-липшицевом поведении решений при канонических возмущениях. Отметим, что в итоге получается весьма обширный набор средств анализа локальной сходимости численных методов решения оптимизационных и вариационных задач. Помимо абстрактных алгоритмов, в данной главе предлагается метод решения обобщенных уравнений с полугладкой базой, который является обобщением метода Джозефи-Ньютона. Для указанного метода доказывается теорема о локальной сверхлинейной сходимости.

В третьей главе диссертационной работы доказанные в предыдущей главе теоремы о локальной сходимости абстрактных алгоритмов решения обобщенных уравнений применяются для анализа метода модифицированных функций Лагранжа и метода множителей с линеаризованными ограничениями. Таким способом автор получает первые результаты о локальной сходимости и скорости сходимости этих методов применительно к задачам оптимизации с липшицевыми производными. Отметим, что некоторые из этих результатов являются новыми и по

отношению к хорошо изученному классу задач оптимизации, целевая функция и ограничения которых дважды непрерывно дифференцируемы. Заключительный раздел главы посвящен выводу необходимых и достаточных условий прямой локальной сверхлинейной сходимости полугладкого метода последовательного квадратичного программирования. Эти условия могут быть полезными при конструировании методов квазиньютоновского типа для соответствующего класса задач оптимизации.

К работе имеются следующие замечания:

1. При установлении соотношений между различными условиями регулярности решения смешанной комплементарной задачи предполагается, что базовое отображение задачи является непрерывно дифференцируемым. Однако система Каруша-Куна-Таккера задачи оптимизации с липшицевыми производными представляет собой смешанную комплементарную задачу с локально липшицевым базовым отображением, которое не обязано быть непрерывно дифференцируемым. Поэтому было бы полезно распространить результаты об условиях регулярности на смешанные комплементарные задачи с более слабыми требованиями гладкости.
2. Остается не вполне изученным вопрос о возможности обоснования локальной сверхлинейной сходимости метода модифицированных функций Лагранжа при некритичности множителя и стремлении параметра штрафа к бесконечности с произвольной скоростью.

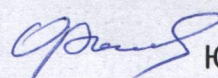
Отмеченные недостатки не снижают общего высокого научного уровня диссертации, представляющей собой законченную научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Автореферат работы правильно отражает ее содержание. Исследования, представленные в диссертации, обсуждались на нескольких международных конференциях. Основные результаты работы опубликованы в ведущих мировых рецензируемых журналах по оптимизации. Диссертация аккуратно оформлена и практически не содержит опечаток.

Полученные в диссертации теоремы о локальной сходимости абстрактных алгоритмов решения обобщенных уравнений могут применяться для анализа локальной сходимости различных численных методов оптимизации и вариационного анализа. Результаты диссертационного исследования могут быть использованы научными коллективами МГУ имени М.В. Ломоносова, ИММ имени Н.Н. Красовского УрО РАН, ВЦ имени А.А. Дородницына РАН, ИПМ имени М.В. Келдыша РАН и других учреждений РАН, занимающимися разработкой и обоснованием численных методов решения оптимизационных и вариационных задач.

Считаем, что диссертационная работа «Ньютоновские методы решения задач оптимизации с липшицевыми производными» удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Алексей Святославович Куренной, безусловно, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика».

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры алгебры и геометрии Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина «18» апреля 2014 г., протокол № 8.

Заведующий кафедрой алгебры и геометрии
кандидат физико-математических наук, доцент

 Ю.Г. Фомичева

