

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ВЦ РАН,
академик РАН

Ю. Г. Евтушенко

2014 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Д. С. Малышева «Исследование „критических“ наследственных классов в анализе вычислительной сложности задач на графах», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

Уже почти полвека проблема « $P \neq NP$ » является одной из самых известных и знаменитых математических проблем, ее научное значение выходит далеко за рамки чистой математики. В содержательном смысле хотелось бы понять, почему одни задачи на графах допускают простое алгоритмическое решение, а другие нет. Есть ли «простые» критерии полиномиальной разрешимости и как различать случаи «простых» и «трудных» подзадач одной и той же задачи.

Тема диссертации Д. С. Малышева связана с отмеченной выше тематикой и вплотную затрагивает некоторые из приведенных выше вопросов.

Как всегда, точные формальные постановки ограничивают содержательный смысл, но дают возможность понять природу трудностей и правомерность «наивных» вопросов и окончательных ответов.

Ограничение классами наследственных графов, принятое в диссертации, не является единственно возможным вариантом формальной постановки вопросов указанного выше типа. В то же время полученные результаты и соображения, связанные с общей теорией графов, дают разумные аргументы в пользу именно такого выбора.

Центральными понятиями в диссертации являются следующие: конечная определенность, P -сложный и P -простой класс графов, P -граничный класс, P -предельный класс и т.д. Здесь P — некоторая фиксированная NP -полная задача. При этом понятие граничного класса призвано выразить сложность задачи P в «топологических» терминах. Отметим, что начало изучению данного круга понятий положил В. Е. Алексеев.

Насколько адекватны такого рода представления, могут показать только будущие исследования. Однако в любом случае «сужение» области определения для данной NP-полной задачи с целью нахождения минимальной предельной сложности является очень разумным шагом и представляет самостоятельный интерес.

В первой главе диссертации вводятся основные определения и формулируется критерий граничности произвольного класса графов. Полезность этого критерия демонстрируется на двух классах графов: специальный тип лесов T и множество D реберных графов, получаемых из графов класса T .

Во второй главе приводится расширение понятия граничного класса с целью получения описания всех П-граничных классов относительно определенных семейств наследственных классов, так как решение задачи в полном объеме не представляется реалистичным.

В качестве модельных задач рассматривается известная задача о доминирующем множестве (задача ДМ) и менее известная задача о вершинном списковом ранжировании (задача ВСП).

Основными результатами второй главы являются теоремы 2.3 – 2.10, содержащие как ДМ-граничные описания относительно некоторых конкретных теоретико-графских конструкций, так и общие результаты о классах эквивалентности относительных граничных систем.

В главе III рассматривается классическая задача о независимом множестве. Эта глава содержит как результаты о структуре НМ-граничных классов относительно планарных и субкубических планарных графов, так и ряд конкретных результатов, относящихся к полиномиальной разрешимости задачи о независимом множестве для отдельных подклассов планарных графов.

Глава IV содержит целый ряд результатов, касающихся мощности граничных систем для задач о раскраске графов. Показано, в частности, что в задаче о 3-раскраске множество граничных классов бесконечно (и даже континуально).

В главе V исследуется задача о реберном списочном ранжировании (задача РСР). Получен целый ряд результатов, относящихся как к описанию граничных систем, так и к характеристике минимальных сложных классов.

В главе VI рассматривается проблема существования минимальных сложных классов графов. В содержательном смысле она напоминает задачу о нахождении нижних единиц монотонных булевых функций, но эта аналогия, безусловно, является достаточно поверхностной. Основной качественный результат этой главы — это доказательство отсутствия минимальных сложных классов для задачи о распознавании принадлежности графа наследственному классу графов.

Оценивая результаты диссертации Д.С.Малышева в целом, следует в пер-

вую очередь отметить ее нетрадиционное содержание и стремление автора разобраться в целом ряде вопросов, относящихся к сложностному статусу задач из теории графов при изменении области определения задачи. В этом плане следует признать, что исследование во многих отношениях носит пионерский характер. В полной мере значение многочисленных результатов диссертации прояснится в ходе будущих исследований.

Что касается изложения результатов, следует сделать несколько замечаний.

(1) Доказательства целого ряда фактов изложены слишком кратко в форме «из леммы . . . и работы . . . вытекает . . . ». Такой стиль изложения заметно затрудняет чтение и понимание текста.

(2) Часть результатов, связанных с граничными, сложными, предельными классами опирается лишь на общие факты о монотонных классах множеств и стандартные теоретико-множественные рассуждения. Эти результаты допускают замену предиката сложности класса на любой другой монотонный предикат. Разграничению между результатами такого рода и результатами, существенно использующими сложностную природу рассматриваемых классов, в работе уделено недостаточно внимания.

Отмеченные недостатки не являются принципиальными и не снижают ценности работы.

Результаты работы могут использоваться в исследованиях, проводимых по теории сложности и теории графов в таких организациях как ВЦ РАН, МГУ, МИ РАН, ИМ СО РАН и др.

Считаем, что диссертация Д.С.Малышева удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв обсужден на семинаре сектора методов комбинаторного анализа отдела математических проблем распознавания и методов комбинаторного анализа ВЦ РАН 15.04.2014.

Главный научный сотрудник,
д.ф.-м.н.



(В.К.Леонтьев)

Ученый секретарь семинара,
к.ф.-м.н.



(М.Н.Вялый)