

## **Отзыв**

официального оппонента на диссертационную работу Малышева Дмитрия Сергеевича «**Исследование «критических» наследственных классов в анализе вычислительной сложности задач на графах**», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 - дискретная математика и математическая кибернетика

### **Актуальность темы диссертации**

Феномен *труднорешаемости*, получивший формализацию и некоторое объяснение благодаря работам С. Кука, Р.М. Карпа, Л. Левина сорок лет назад, привлекает внимание большого числа исследователей и сейчас. Значительный интерес к этому феномену будет наверняка наблюдаться и в дальнейшем, по меньшей мере до тех пор, пока не удастся решить знаменитую проблему о соотношении классов P и NP. Один из подходов в попытке обнаружить границу между «простым» и «сложным» для дискретных задач в грубом описании заключается в следующем. Берется массовая «труднорешаемая» задача, рассматривается вложенная последовательность сужений этой задачи, сохраняющих труднорешаемость, которая (последовательность) стремится к искомой границе, или *граничному классу*. Реализации такого подхода для классов задач на графах посвящен, в частности, известный цикл работ В.Е.Алексеева. На развитие этого подхода направлена рассматриваемая диссертационная работа Д.С.Малышева, в которой обилие новых результатов обусловлено привлечением новых идей. Актуальность как тематики в целом, так и выбранного направления исследований сомнения не вызывает.

### **Структура и содержание работы**

Диссертация состоит из введения и шести глав. *Введение* посвящено истории вопроса, содержит мотивировку исследования и перечисление основных результатов.

В *первой главе* приводятся необходимые понятия и факты, устанавливается критерий граничности произвольного класса графов, с помощью которого доказываются достаточные условия граничности двух конкретных классов.

Во *второй главе* определяется подобный граничному – относительный граничный класс графов. Выявляются граничные системы относительно конкретных классов графов. Изучаются связи между понятиями граничного и относительного граничного классов, граничного и минимального сложного класса графов.

*Третья глава* содержит описание нескольких полиномиально разрешимых случаев классической NP-полной задачи НЕЗАВИСИМОЕ

**МНОЖЕСТВО.** Результаты этой главы существенно расширяют ранее известные факты о НМ-простых классах, что значительно продвигает исследования по гипотезе о единственности НМ-граничного класса.

В *четвертой главе* доказывается, что для задачи *k*-РАСКРАСКА граничная система является континуальной при любом  $k > 2$ .

В *пятой главе* полностью описывается граничная система для задачи РЕБЕРНОЕ СПИСКОВОЕ РАНЖИРОВАНИЕ, она состоит в точности из 10 конкретных классов графов.

В *шестой главе* рассматриваются минимальные сложные классы и доказывается, что для одних задач таких классов нет и что для других задач данные классы существуют.

### **Научная новизна результатов работы**

Перечислим основные результаты диссертации, обладающие научной новизной:

- для ряда известных NP-полных задач на графах впервые найдены граничные (относительные граничные) классы;
- обнаружена связь между единственностью относительного НМ-граничного класса с полиномиальной разрешимостью для подзадач о независимом множестве;
- приведены первые примеры задач с полным описанием минимальных сложных классов;
- обнаружены различия между понятиями относительного и абсолютного граничного класса графов, а также между понятиями граничного и минимального сложного класса;
- установлено значительное разнообразие мощностей граничных систем, состав которых варьируется от конечного до континуального множества классов;
- обнаружены существенно различающиеся задачи с совпадающими граничными классами.

К сказанному можно добавить, что вместе с большим количеством новых фактов в диссертации вводится ряд новых понятий, существенно расширяющий теорию «критических» классов.

### **Достоверность и обоснованность полученных результатов**

Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечивается строгостью математических доказательств, использующих математический аппарат теории графов, комбинаторного анализа и теории вычислительной сложности.

Основные результаты диссертации опубликованы в 23 статьях в журналах из списка, рекомендованного ВАК, и многократно докладывались на международных и всероссийских конференциях, а широко представлены на семинарах, связанных с дискретной математикой.

### **Ценность для науки и практики диссертационной работы**

Результаты диссертационной работы Д.С.Малышева составляют значимый вклад в теорию графов и в теорию сложности дискретных задач. Содержащиеся в диссертации новые факты о граничных классах существенно проясняют характер линии «водораздела» между простым и сложным в комбинаторных задачах на графах.

Материалы диссертационной работы целесообразно использовать в учебном процессе, включать в университетские курсы по направлениям прикладной математики и информатики. Содержание диссертации может служить основой монографии, посвященной алгоритмам и вычислительной сложности задач на графах.

### **Замечания**

1. Текст диссертации достаточно труден для восприятия по двум причинам. Во-первых, в нем используется большое количество не самых известных понятий, «спрятанных» за безликими обозначениями; потому, на мой взгляд, значительно помог бы компактный глоссарий. Во-вторых, часть утверждений диссертации украсили бы комментарии на содержательном уровне (впрочем, во многих случаях такие комментарии имеются, но их недостаточно).

2. На стр.20 диссертации фраза «На протяжении всей работы предполагается, что  $P \neq NP \dots$ » требует уточнения смысла. Во всяком случае, из нее не должно следовать, что результаты диссертации станут ошибочными, если вдруг  $NP$  окажется равным  $P$ . Кстати, в автореферате подобная фраза дополнена некоторым рассуждением, которое мало проясняет смысл.

Эти замечания не снижают общее благоприятное впечатление от проведенных исследований и полученных результатов. В целом, диссертация выполнена на высоком научном уровне, содержит результаты, обладающие научной новизной и практической значимостью, по существу и по форме удовлетворяет всем требованиям, которые предъявляются к докторским диссертациям.

### **Заключение**

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Малышева Дмитрия Сергеевича «Исследование «критических» наследственных классов в анализе вычислительной сложности задач на графах» является законченным научным трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком теоретическом уровне, в котором осуществлено решение научной проблемы классификации наследственных классов по алгоритмической сложности задач на графах, основанной на выявлении «критических» классов. Совокупность полученных результатов является новым научным достижением и вносит весомый вклад в развитие теории

графов. Все основные результаты диссертационной работы опубликованы. Содержание автореферата полностью соответствует основным положениям диссертации. Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Малышев Д.С. заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент:  
доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
дискретного анализа ФГБОУ ВПО  
«Ярославский государственный  
университет им. П.Г. Демидова»

В.А. Бондаренко

15.04.2014г.

