Отзыв Официального оппонента

на диссертацию Маркова Алексея Сергеевича «Исследование скорости сходимости спектральных разложений обыкновенных дифференциальных операторов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (специальность 01.01.02. – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

Диссертация Маркова А.С. посвящена исследованию проблем сходимости функциональных рядов, получающихся в результате разложения функций из определенных классов по собственным и присоединенным функциям несамосопряженных обыкновенных линейных дифференциальных операторов с негладкими коэффициентами. Эта проблематика всегда была в центре внимания крупных специалистов в области функционального анализа и дифференциальных уравнений. Важный импульс был ей придан работами В.А.Ильина последней четверти прошлого века. Им был предложен и разработан новый подход к проблеме, когда вместо краевых условий накладываются определенные требования на расположение спектра рассматриваемого оператора и на соответствующие корневые функции – эти условия теперь называются условиями В.А.Ильина. Подход этот был значительно развит в последующих работах как самого В.А.Ильина, так и его учеников, в частности И.С.Ломова, руководителя автора диссертации. Так, И.С.Ломовым была получена оценка скорости равносходимости с тригонометрическим рядом Фурье указанных выше разложений для операторов второго порядка, а С.В.Афониным и И.С.Ломовым для операторов нечетного порядка при некоторых предположениях относительно характера асимптотики коэффициентов этих разложений (степенного характера). В диссертации А.С.Маркова эти результаты распространяются также и на матричные операторы произвольного порядка, при этом условия И.С.Ломова на асимптотику коэффициентов разложения заменены на условия степенно-логарифмического характера. Они переходят в условия И.С.Ломова при равенстве нулю показателя степени β, с которой входит логарифм в эту асимптотику.

В первой главе получены оценки локальной равносходимости для операторов четного порядка. В теореме 1.1 это сделано для скалярных операторов второго порядка; при $\beta = 0$ этот результат принадлежит И.С.Ломову. В теореме 1.3 результат теоремы 1.1 распространен на скалярные операторы высокого четного порядка; доказательство в случае $\beta = 0$ опущено. Отметим, что здесь дополнительно требуется, чтобы существенные экстремумы собственных функций мажорировались их нормами в лебеговых пространства некоторого порядка большего единицы (см. оценку (1.3.3)). Теоремы 1.4 и 1.5 касаются матричных операторов второго порядка, а теоремы 1.6 и 1.7 матричных операторов высокого четного порядка.

Во второй главе аналогичные вопросы изучены для операторов нечетного порядка. Здесь ключевыми являются теорема 2.2 (теорема 2.1 получается при $\beta = 0$) - в ней установлена равносходимость с тригонометрическим рядом для скалярного оператора и теорема 2.4 для нечетного оператора высокого порядка. Теорема 2.3 получается из теоремы 2.4 при $\beta = 0$, и потому не доказывается. Теоремы 2.5 и 2.6 относятся к матричным операторам первого порядка, а теоремы 2.7 и 2.8 высокого нечетного порядков. Их доказательства схематичны.

В главе 3 получены оценки равносходимости с тригонометрическим рядом на всем интервале для операторов четного порядка. В теореме 3.1 это сделано для скалярного оператора второго порядка, а в теореме 3.2 для скалярного оператора высокого четного порядка. Теоремы 3.3 и 3.4 касаются матричного случая, их доказательства аналогичны приведенным ранее, а потому опущены.

В краткой четвертой главе этот вопрос рассмотрен для операторов нечетного высокого порядка скалярных и матричных.

Отметим, что доказательства основных теорем, в частности, теорем 1.1 и 2.4 даны достаточно подробно; они потребовали от диссертанта довольно высокой математической культуры и аналитической техники, а также хорошего знакомства и владением рядом результатов из функционального анализа и дифференциальных уравнений.

Однако в изложении полученных результатов можно было бы опустить формулировки утверждений, соответствующих случаю $\beta = 0$, тем более, что автор их, как правило, и не доказывает – это ограничило бы размер диссертации. Требование абсолютной непрерывности вместе с первой производной от решения матричной системы уравнений на стр. 92, по-видимому, завышено.

Далее, при $l = 0$ система 2.4.1 совпадает с системой первого порядка 2.3.1, поэтому условия 2.4.2 и 2.4.3, по-видимому, излишни. Здесь же в оценке 2.3.7 фигурирует число n_1, а в оценке 2.4.9 для системы 2.4.1 при $l = 0$ фигурирует число m_0, что несколько неестественно. На стр. 30 и 37 отсутствуют номера литературных ссылок. На стр. 38 не приведен явный вид выражений для U_{23} и U_{51}.

Считаю только что приведенные погрешности несущественными, и не влияющими на ценность полученных автором диссертации результатов.

Основные результаты диссертации опубликованы в восьми работах автора, в том числе в трех статьях в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях, проводимых в коллективах Новгородского университета, Южного федерального государственного университета, и ряда других.

Автореферат в целом правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Маркова А.С. «Исследование скорости сходимости спектральных разложений обыкновенных дифференциальных операторов» соответствует пункту 9 Положения о присуждении ученых степеней ВАК РФ, предъявляемых к кандидатским диссертациям, а её автор Марков Алексей Сергеевич заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02. – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Федерального государственного бюджетного учреждения науки

Физический институт им. П.Н.Лебедева Российской академии наук

Адрес: 119991 ГСП – 1 Москва, Ленинский проспект, д. 53, ФИАН

Тел.: 8(499)135-42-64, факс:8(499)135-78-80

E – mail: nzhura@sci.lebedev.ru

10.04.2015 Н.А.Жура

Подпись Н.А. Жура заверяю

Заместитель директора Гиппиус А.А.