

Отзыв официального оппонента

на диссертацию Месяца Алексея Игоревича «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой», представленную на соискание ученой степени кандидата физико- математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертационная работа Месяца А.И. «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой» посвящена разработке методов решения задач управления трубками траекторий динамических систем. Трубка траекторий может быть ансамблем траекторий динамической системы, возникающих в силу присутствия неопределенного (случайного) воздействия. Трубки траекторий возникают также при изучении группы объектов, которые должны выполнить некоторое общее задание, находясь при этом внутри некоторого виртуального контейнера. Задача управления трубками траекторий является естественным развитием задачи управления отдельной траекторией и представляет собой практически важную проблему, имеющую большое число приложений. Так, А.Б.Куржанским была поставлена задача построения управления для группы объектов, которым необходимо достичь заданного целевого множества, избегая при этом столкновений с внешними препятствиями и друг с другом. Для решения такой задачи прежде всего предлагается решить задачу управления контейнером таким образом, чтобы он избегал столкновений с внешними препятствиями, возможно, меняя при этом свою форму и даже разделяясь на отдельные «субконтейнеры». Уже после решения этой задачи могут быть найдены управления для отдельных объектов внутри контейнера, для которых границы контейнера служат внешним фазовым ограничением. Отметим, что при этом контейнер не должен быть слишком большим, чтобы обходить препятствия, но, в то же время, не может быть слишком маленьким, иначе не будет существовать управление отдельными объектами контейнера, не приводящее к столкновению. В диссертационной работе рассматриваются вопросы управления трубками траекторий (в том числе траекториями движения и формой контейнеров) в том случае, когда сечение трубки в каждый момент времени представляет собой эллипсоид (так называемыми эллипсоидальными трубками траекторий). Школой А.Б.Куржанского были разработаны методы эллипсоидальной аппроксимации, которые позволяют аппроксимировать трубки траекторий изучаемых систем в реальном времени. В рассматриваемой диссертационной работе для эллипсоидальных трубок траекторий разрабатываются методы управления и эффективно решаются прикладные задачи, как

упомянутые выше, так и другие. Этим определяются **актуальность и прикладная значимость** диссертационной работы. Для решения поставленной проблемы осуществляется исследование новых задач управления динамическими системами с матричной фазовой переменной, являющейся матрицей конфигураций эллипсоида, в том числе исследуются вопросы сложности вычисления матричной фазовой переменной и вопрос визуализации матричных множеств. Это определяет **новизну** полученных результатов.

Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы из 74 наименований. Объём диссертации — 102 страницы. Во введении приводится краткий обзор известных результатов, полученных другими авторами по теме диссертации, обосновывается важность тематики исследований и актуальность полученных результатов.

В первой главе исследуется задача оптимизации квадратичного по управлению интегрального функционала, заданного на траекториях линейной матричной управляемой системы. В гл. 1 эта задача решается с помощью сведения к задаче синтеза управления на траекториях обычной векторной управляемой системы. Сведение осуществляется с использованием свойства тензорного произведения Кронеккера. Полученная задача решается с помощью классических методов динамического программирования. При этом решение для отдельных компонент функции цены записывается в виде набора дифференциальных уравнений с известной правой частью. Показывается, что лишь в некотором специальном случае удастся переписать эти уравнения в матричном виде, используя лишь операции матричного сложения, умножения и скалярного умножения. Таким образом, в главе 1 показывается, что «естественный» способ решения задачи, рассматриваемом в данном разделе, хотя и приводит к ответу, не является полностью удовлетворительным. В частности, этот способ не позволяет использовать эффективные параллельные алгоритмы перемножения матриц и затрудняет учет ограничений на управление и состояние системы. Альтернативный, более эффективный метод решения рассматриваемой задачи рассматривается в следующей главе.

Во второй главе диссертации описывается главный результат работы — предлагается метод решения сформулированной задачи оптимизации, основанный на использовании предложенной автором диссертации формы записи действия линейных операторов над матричными пространствами. А именно, вводится понятие «представления матричного оператора», под которым имеется в виду набор матриц

«разложения» оператора по базису матричного пространства. Выводятся формулы для представления сопряженного оператора и представления произведения операторов. Показывается, как вычисление произведения операторов может быть сведено к вычислению произведения матриц, причем демонстрируется применимость метода к рассматриваемой линейно-квадратичной задаче. Ключевым моментом, позволяющим получить алгоритмический выигрыш по сравнению с предыдущей главой, является произвольность способа построения матриц, хранящих коэффициенты операторов. Таким образом, в отличие от метода, описанного в первой главе, метод, предложенный во второй главе, сохраняет матричную структуру задачи в ответе, позволяя, таким образом, использовать хорошо известные алгоритмы умножения матриц. Благодаря этому, предложенный операторный метод оказывается эффективнее с вычислительной точки зрения: в работе доказывалось, что он обладает лучшей асимптотикой по числу арифметических операций, необходимых для произведения вычислений. Далее в гл. 2 линейно-квадратичная задача рассматривается при наличии ограничений на размер эллипсоида, порождаемого матрицей конфигураций. Приводятся многочисленные примеры расчета решения задачи при отсутствии и наличии ограничений на размер эллипсоида.

В третьей главе метод представления операторов, разработанный во второй главе, применяется к задачам синтеза управления с ограничениями на управление и состояние. Прежде всего, решается задача построения множества разрешимости (в пространстве матриц) для системы с ограничением на управление. Задача решается методом динамического программирования через ее сведение к параметрическому семейству линейно-квадратичных задач, рассмотренных в гл. 2. Далее предлагается способ визуализации трубок траекторий для выпуклых множеств матриц, описывающих множества разрешимости и множества достижимости управляемой системы дифференциальных уравнений. Приводятся примеры применения метода визуализации. Результаты используются при решении задач реконфигурации эллипсоидального контейнера, применяемой в теории группового управления.

К основным результатам А.И. Месяца можно отнести:

1. Решение матричной линейно-квадратичной задачи оптимального синтеза управления через сведение ее к векторной и исследование вопроса о возможности возвращения к матричным обозначениям.
2. Построение специального операторного метода для решения задач оптимального синтеза управления с матричной фазовой динамикой, сохраняющего

матричную структуру задачи и применимого для решения задач как с фазовыми, так и геометрическими ограничениями на управление.

3. Разработку и анализ способа проекции множеств положительно определённых матриц на фазовую плоскость с целью визуализации трубок траекторий.

4. Решения конкретных задач с фазовыми ограничениями и ограничениями на управление.

Все постановки задач, замечания и выводы диссертационной работы в должной степени аргументированы. Приведенные результаты получены в рамках строгих доказательств и математически обоснованных методов. Работа носит завершённый характер.

Результаты диссертации, выносимые на защиту, прошли апробацию на семинарах и международных конференциях. Основные результаты исследования отражены в публикациях автора, из которых две опубликованы в журналах из рекомендованного списка ВАК РФ. Научные статьи А.И. Месяца с достаточной полнотой отражают основные положения диссертации. Их научная новизна не вызывает сомнений.

Автореферат работы полностью соответствует основным положениям диссертации.

К диссертации можно сделать несколько замечаний, которые относятся к ее оформлению.

1. Элементы списка литературы диссертации не упорядочены по алфавиту или по порядку появления в тексте, что затрудняет его использование.

2. В формулировке Леммы 14 используется понятие «коллинеарных матриц», хотя ранее это понятие в тексте не определялось.

3. В подписях к рисункам 2.8, 2.9, 2.10 и 2.11 написано, что на них изображены «эллипсоидальные трубки» для траекторий системы, хотя на каждом из них изображено только по одной трубке.

4. Имеют место опечатки.

Приведенные замечания не изменяют общей положительной оценки диссертации в целом. Диссертационная работа представляет собой полноценную законченную научно-квалификационную работу. Она посвящена актуальным задачам и выполнена на высоком научном уровне. Результаты, полученные в ней, являются новыми и могут найти применение в современных теории и практике управления. Особенно следует

подчеркнуть практическое значение результатов, полученных в области синтеза управления группой объектов, выполняющих некоторое общее задание.

На основе вышесказанного, считаю, что диссертация А.И. Месяца «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой» полностью соответствует специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет всем требованиям ВАК к кандидатским диссертациям по этой специальности, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник ФИЦ «Информатика и управление»,
119333, Москва, ул. Вавилова, 40,
Телефон: 8-499-135-04-40,
e-mail: avlotov@mail.ru



19.11.15

Лотов Александр Владимирович

Подпись А.В. Лотова заверяю
Учёный секретарь ФИЦ ИУ РАН
Г.Т.Н.



В.Н. Захаров

19.11.2015