

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертационную работу **Месяца** Алексея Игоревича
«Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой»
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы
и оптимальное управление»

Диссертационная работа А.И. Месяца посвящена задачами управления для систем с эллипсоидальной динамикой. В отличие от классических задач управления, где фазовое состояние системы описывается вектором состояния, в рассматриваемых системах фазовое состояние описывается матрицей. Особый интерес для приложений представляют случай, когда эту матрицу можно интерпретировать как матрицу конфигураций некоторого эллипсоида. В этом случае траектория системы будет описывать эллипсоидальную трубку — многозначное отображение, сечение которого в каждый момент времени будет эллипсоидом. Эллипсоидальные траектории (трубки) представляют большой интерес как математический аппарат описания динамики информационных множеств для систем с неполной информацией, они используются в задачах группового управления, где эллипсоидальная трубка выступает в роли внешнего фазового ограничения — эллипсоидального контейнера. Важно отметить, что в диссертации А.И. Месяца рассматриваются управляемые трубки, что является новым и важным классом задач в современной теории трубок траекторий. Таким образом, рассматриваемые в диссертации задачи являются актуальными, и их исследование является востребованным в различных разделах современной теории управления.

Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, состоящего из 74 наименований. Объём диссертации составляет 102 страницы.

Во введении приведен исторический обзор теории эллипсоидального оценивания, изложены принципы применения эллипсоидального контейнера в задачах группового управления, а также основные известные результаты, касающиеся роли эллипсоидальных трубок в общей теории трубок траекторий. Показано, как

задачи диссертационного исследования соотносятся с результатами других авторов. Также во введении приведено краткое описание основных результатов, полученных в работе.

В первой главе рассмотрена базовая линейно-квадратичная задача управления, состоящая в оптимизации квадратичного по управлению интегрального функционала на траекториях матричной линейной управляемой системы в условиях отсутствия геометрических ограничений на управление. Эта задача затем используется в диссертации, как пример приложения разработанных автором методов и как часть решения более сложных задач. Через вытягивание матриц в вектора и использование свойств тензорного произведения матриц, базовая задача управления матричной динамической системой сводится к классической (векторной) линейно-квадратичной задаче, которая затем решается методами динамического программирования. Ответ получается записанным в терминах систем уравнений Риккати для векторной задачи. Поскольку исходная задача формулировалась в терминах динамики матричной системы, то актуален вопрос записи полученного решения в матричной форме. Доказано утверждение о том, что возвращение оказывается возможным только для узкого класса систем.

Вторая глава посвящена изложению операторного метода решения задач с матричной фазовой переменной, основанного на использовании представлений матричных операторов. Введено понятие «представление матричного оператора», устанавливается ряд его свойств (в том числе, вид представления сопряженного оператора, представление композиции операторов). Метод представлений затем применяется для решения линейно-квадратичной задачи управления из первой главы с сохранением матричной формы записи результата и всех этапов решения.

Основной особенностью предложенного автором метода является возможность разделить способ формальной записи матричных операторов и метод вычислений операций на их основе. При решении задачи оптимального управления путем вытягивания матриц в вектора эти два алгоритма неразрывно связаны. Разделение методов позволяет использовать эффективные алгоритмы умножения матриц для вычисления действий над представлениями. В диссертации доказано, что использование метода решения через представления матричных операторов имеет меньшую алгоритмическую сложность (в смысле числа арифметических операций, требуемых для вычисления решения), чем метод через вытягивание. Это утверждение

подтверждено результатами проведенных автором расчётов. Во второй главе также показано, как применить предложенный метод операторных представлений для решения линейно-квадратичной задачи с фазовыми ограничениями, приведен ряд иллюстрированных примеров решения задач управления.

Третья глава посвящена применению операторного метода матричных представлений для решения задач с геометрическими ограничениями на управления. Рассмотрена задача достижимости для линейной матричной системы с квадратичными ограничениями на управление, а также задачи построения внешних и внутренних эллипсоидальных (в пространстве матриц) оценок для множеств достижимости и разрешимости для таких систем. Одновременно с этим исследуется вопрос визуализации матричных множеств в фазовом пространстве. Предложен способ построения «проекции» множеств положительно определённых матриц на фазовую плоскость, доказан ряд свойств в терминах выпуклого анализа. Глава завершается применением описанных методов для решения задачи синтеза управления для эллипсоидального контейнера в условиях препятствий.

В заключении кратко изложены основные результаты диссертационного исследования, описаны перспективы их возможного дальнейшего развития.

Основные результаты диссертационной работы А.И. Месяца заключаются в следующем:

1. Решена задача синтеза для матричной линейно-квадратичной задачи управления через сведение её к векторной. Указан класс систем, для которых возможен обратный переход к исходным матричным обозначениям.
2. Предложена специальная форма записи действия матричных операторов в терминах представлений операторов, позволяющая сохранить матричную форму решения. Доказана алгоритмическая эффективность метода.
3. Предложен метод решения матричной задачи синтеза с геометрическим ограничением на управление. Полученные в работе методы и алгоритмы применены для решения задачи реконфигурации.

Несомненным достоинством работы является тот факт, что описанные методы носят конкретный характер и позволяют решать задачи «до конца», т.е. до конкретных вычислительных алгоритмов, большое количество примеров применения которых приведено в работе.

Результаты работы являются полно обоснованными и достоверными, они получены с помощью корректного использования методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений, динамического программирования, выпуклого, функционального и матричного анализов. Основные утверждения оформлены в виде лемм и теорем и корректно доказаны. Результаты исследований апробированы на трёх международных конференциях и ряде научных семинаров, в достаточной степени отражены в четырёх публикациях по теме диссертации, две из которых опубликованы журналах из списка ВАК.

Исследование систем с матричной фазовой переменной является частью нового и на данный момент недостаточно развитого раздела современной математической теории управления. Научная новизна полученных автором результатов не вызывает сомнений. Результаты представляются имеющими научную значимость для теории управления в целом и для теории трубок траекторий в частности и могут быть применены для решения задач теории группового управления.

Диссертация оформлена в соответствии с требованиями ВАК, содержание автореферата соответствует содержанию диссертации.

По тексту работы имеются следующие замечания:

1. Не все обоснованные утверждения сформулированы в виде теорем. Например, утверждения, приведенные в последних абзацах раздела 1.3 (с. 24) являются итогом исследований этого раздела и основой для дальнейшего сравнения двух подходов, тем не менее, они четко не сформулированы. В том числе неясно, как следует понимать выражение «для любого возможного P » в конце с.24, а в лемме 2 не указано, какой класс матриц описывается словами «для всех P ». Не понятно, имеются ли в виду все матрицы соответствующего размера или только симметричные.
2. Результат п.2.3.2, относящийся к задаче с фазовыми ограничениями, желательно было сформулировать в виде логически завершенного утверждения о форме решения и условиях его существования.
3. На с.23 после формулы (1.14) используется обратная матрица P^{-1} , но нет пояснений, почему она существует.
4. На с. 38 рассмотрен случай, когда обе разности («разницы» по терминологии автора) положительны, т.е. выполняются оба неравенства

$$\langle Q, Q \rangle - \lambda_+^2 > 0 \text{ и } \lambda_-^2 - \langle Q, Q \rangle > 0.$$

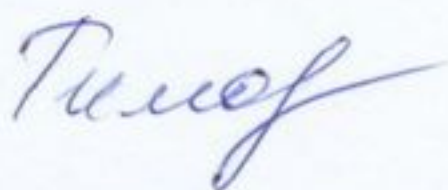
Однако, такая ситуация невозможна в силу неравенства (2.1): $0 < \lambda_- < \lambda_+$.

Приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку работы, задачи которой представляются выполненными.

Диссертационная работа А.И. Месяца «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой» представляет собой законченную научно-квалификационную работу, посвященную актуальной теме и выполненной на высоком научном уровне. На основе вышесказанного считаю, что диссертационная работа полностью отвечает специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ. Считаю, что её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент

Тимофеева Галина Адольфовна, РФ,
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующая кафедрой «Высшая и прикладная
математика» в Федеральном государственном
бюджетном образовательном учреждении высшего
профессионального образования «Уральский
государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВПО УрГУПС)



Тимофеева Галина Адольфовна
25 ноября 2015г.

Адрес: 620034, Екатеринбург, ул. Колмогорова, 66

Телефон: (343) 221-24-04

e-mail: gtimofeeva@usurt.ru

Подпись Г.А. Тимофеевой заверяю

Ученый секретарь Ученого совета УрГУПС




Т.И. Бушуева