

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ
им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИПМех РАН)**

пр. Вернадского, д.101, к.1, г. Москва, 119526
Тел. (495) 434-00-17 Факс 8-499-739-95-31
ОКПО 02699323, ОГРН 1037739426735
ИНН/КПП 7729138338/772901001

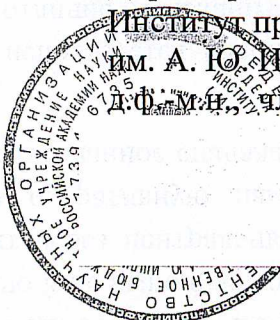
«Утверждаю»

Директор ФГБУН

Института проблем механики

им. А. Ю. Ишлинского РАН

д.ф.м.н., член-корр. РАН



04.12.2015 № 11004/02.2171.2-727

На № _____

Отзыв

ведущей организации — Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук» на диссертационную работу Месяца Алексея Игоревича «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация Месяца Алексея Игоревича посвящена исследованию задач управления и задачам синтеза для систем с эллипсоидальной динамикой — в первую очередь, задачам синтеза управления и задачам достижимости и разрешимости. Исследование подобных задач является новым направлением теории управления и является актуальной проблемой современной прикладной математики.

Ключевой особенностью рассматриваемых задач является тот факт, что фазовое состояние системы в ней описывается матрицей, а не вектором, как в классических задачах управления. Это позволяет рассматривать матричную траекторию системы как задающую трубку траекторий, то есть многозначное отображение. Фазовая матрица в таком случае рассматривается как матрица конфигураций эллипсоида. Эта особенность системы, с одной стороны, позволяет рассматривать не изолированные векторные траектории, а динамику некоторого множества в фазовом пространстве; с другой стороны, она накладывает определённые ограничения на рассматриваемые задачи и их способы, которые могут применяться для их решения. В работе исследуются эти особенности.

Приведём краткое изложение содержания работы. Диссертационная работа Месяца А. И. состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Объём диссертации — 102 страницы, в списке литературы 74 наименования.

Во введении приводится краткое описание рассматриваемых в диссертации задач, указывается их связь с классической теорией трубок траекторий и показывается, как полученные результаты могут быть использованы для решения задач группового управления, где эллипсоидальная траектория выступает в роли контейнера, описанного

вокруг группы агентов. Приводятся результаты, полученные ранее по рассматриваемой тематике другими авторами.

В первой главе рассматривается задача оптимизации квадратичного по управлению функционала на траекториях линейной управляемой системы. Данная задача используется как «пробный камень» для иллюстрации особенностей систем с матричной фазовой переменной. Эта задача затем решается через представление фазовой переменной в виде вектора-строки (вытягивание фазовой переменной в вектор), при этом используются тензорные свойства произведения матриц. После проведения вытягивания записанная в векторном виде задача сводится к классической линейно-квадратичной задаче оптимального управления, решение которой строится методом динамического программирования. После получения ответа в виде системы дифференциальных уравнений на функцию цены встаёт вопрос о возвращении к исходным обозначениям. Доказывается, что хотя исходная задача формулировалась только в операциях матричных (умножение и сложение матриц, скалярное умножение), записать решение в таком классе операций можно только при специальном виде правой части исходной системы.

Вторая глава посвящена чисто матричным методам решения линейно-квадратичной задачи из первой главы. Для этого автором вводится понятие *представления* матричного линейного оператора, которое является образом базиса матричного пространства под действием этого оператора. Затем выводятся формулы для нахождения представлений от различных действий, совершаемых над операторами, в первую очередь — произведения и сопряжения. Кроме того, явно указываются вычислительные способы для нахождения подобных представлений. Запись задачи в терминах представлений открывает путь для работы с задачей в операторном виде, который сохраняет, в отличие от метода через вытягивание из первой главы, матричную форму решения на протяжении всего процесса его получения. Показывается, как этот подход работает на рассматриваемой линейно-квадратичной задаче. Кроме того, производится сравнение предлагаемого операторного метода с методом через вытягивание с вычислительной точки зрения. Вычислительная сложность метода оценивается через число арифметических операций, необходимых для произведения расчёта по формулам, предлагаемым методом. Доказывается, что операторный метод имеет асимптотически меньшее число операций, чем метод через вытягивание. Это происходит потому, что, сохраняя матричную форму записи решения, операторный метод позволяет использовать хорошо известные эффективные алгоритмы (идущие от Штрассена) умножения матриц с хорошей вычислительной сложностью. Полученный результат подтверждается вычислениями, проводимыми на практике. Затем показывается, как предлагаемый метод может быть использован для решения задачи при наличии дополнительных фазовых ограничений с использованием метода штрафных функций. Глава завершается рядом вычислительных примеров, иллюстрирующих построение решений для рассматриваемых задач.

В третьей главе операторный метод, изложенный во второй главе, применяется к задачам с геометрическими ограничениями на управление. Изучаются задачи построения множеств достижимости и разрешимости для систем с матричной фазовой

переменной и построение эллипсоидальных (в пространстве матриц) оценок для них. Показывается, как обобщить формулы классического эллипсоидального исчисления на матричный случай с использованием представлений операторов. Кроме того, в этой главе исследуется вопрос визуализации множеств положительно определённых матриц и предлагается способ построения их специальной проекции на фазовую плоскость, позволяющее получить о них наглядное представление. Доказывается ряд свойств таких множеств, в том числе приводится явное выражение для опорной функции. В конце главы рассматриваются приложения полученных результатов для задач, связанных с реконfigurацией и разбиением эллипсоидального контейнера.

В заключении кратко перечислены основные результаты, полученные в работе, и приводятся некоторые способы для дальнейшего обобщения и развития результатов, полученных в работе.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Решение матричной линейно-квадратичной задачи через сведение ее к векторной и указание класса систем, допускающих возвращения к матричным обозначениям.
2. Построение специального операторного метода для решения задач с матричной фазовой переменной и применение этого метода для решения задач синтеза и разрешимости. Доказана вычислительная эффективность метода.
3. Предложен метод решения матричной задачи синтеза с геометрическим ограничением на управление. Изложенные в работе методы и алгоритмы применены для решения задачи реконfigurации эллипсоидального контейнера.

Основные результаты диссертации являются новыми. Их доказательства проведены достаточно полно и чётко изложены. Для обоснования полученных результатов автор использовал математический аппарат теории дифференциальных уравнений, динамического программирования, функционального анализа, матричного анализа, эллипсоидального исчисления.

Результаты диссертации с достаточной полнотой опубликованы в четырёх работах, две из которых напечатаны в журналах из списка ВАК. Они были доложены на ряде семинаров и на трёх международных конференциях.

Полученные результаты могут быть использованы в теории оптимального управления и в задачах группового управления, кроме того, они могут иметь приложения к задачам математической экономики или математического моделирования, в том числе — в биологии, медицине, или инженерным задачам, в которых зачастую возникают постановки, аналогичные рассматриваемым.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых, в частности, в МГУ, ИПМех РАН, Институте математики и механики УРО РАН.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа А. И. Месяца «Задачи управления для систем с эллипсоидальной динамикой» соответствует требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий лабораторией механики
управляемых систем ИПМех РАН
доктор физико-математических наук,
профессор

Ананьевский Игорь Михайлович

«3» декабря 2015 г.

Ведущий научный сотрудник лаборатории
механики управляемых систем ИПМех РАН
доктор физико-математических наук,

Овсеевич Александр Иосифович

«3» декабря 2015 г.

119526 Россия, г. Москва, проспект Вернадского, дом 101, корпус 1.
Телефон: +7 499 7399531
Сайт: <http://www.ipmnet.ru/>
E-mail: ipm@ipmnet.ru