

## Отзыв официального оппонента

на диссертационную работу **Минаевой Юлии Юрьевны «Синтез быстрых управлений в линейных системах»**, выдвинутую на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Диссертация Ю.Ю. Минаевой «Синтез быстрых управлений в линейных системах» посвящена разработке новых эффективных методов построения синтеза импульсных и быстрых управлений в линейных системах с помехой. Интерес и актуальность изучения такого типа задач объясняется тем, что этому классу управляемых систем принадлежит ряд содержательных моделей механики, которые также подробно изучаются в диссертации.

Достоинством, особенностью и оригинальностью класса задач импульсных и быстрых управлений, рассматриваемых в диссертационной работе Ю. Ю. Минаевой, является то, что удалось получить численный алгоритм, позволяющий построить синтез импульсного управления в задаче с неопределенностью.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии.

Во введении дается подробный обзор литературы по теме диссертации и отмечается, что настоящая работа продолжает исследование метода, предложенного в работе А.Н. Дарьина, А.Б. Куржанского, Ю.Ю. Минаевой.

Первая глава является вводной. В ней описаны основные понятия для задачи аппроксимации импульсных и обобщенных управлений. Приведен обзор результатов, касающийся линейных систем с импульсными управлениями без неопределенности. Приведено краткое изложение результатов, касающихся систем с обобщенными управлениями без неопределенности.

Формулируется задача с импульсными и обобщенными управлениями в случае наличия неопределенности. Рассматриваются предложенные в работах А.Б. Куржанского быстрые управления. Следующие разделы главы 1 посвящены аппроксимации дельта функции Дирака и ее производных при помощи кусочно непрерывных функций. Как показано в работе М.И. Гусева задачу аппроксимации можно свести к проблеме моментов. Соискателем найдено точное решение этой задачи. Доказана сходимость построенной аппроксимации к дельта функции (ее производной). Аппроксимация непрерывными и гладкими функциями приведена в главе 1, и получены точные формулы. Предлагаемые методы опробованы на конкретных механических примерах.

Вторая глава посвящена построению стратегии и функции цены в задачах импульсных и быстрых управлений при наличии помехи. Рассматривается специального вида функционал с терминальной частью и вариацией управления. Предполагается, что терминальная плата является



выпуклой функцией, а помеха существенно ограниченной функцией. Управления принадлежат классу функций с ограниченной вариацией. Функции цены (максиминная и минимаксная) рассматриваются в классе программных управлений. Рассматривается позиционная минимаксная функция цены, для нее доказывается принцип Беллмана (теорема 2.4). Показано, что функция цены удовлетворяет уравнению типа Гамильтона-Якоби-Беллмана-Айзекса. Для построения стратегии дифференциальных игр рассматриваются пошаговые схемы, предложенные в работах Н.Н. Красовского и А.И. Субботина. Используя матрицу Коши, осуществляется переход к системе с собственной нулевой динамикой. На каждом шаге разбиения строятся минимаксная и максиминная функции цены. Показана сходимость этих функций, реализующих пошаговые движения, к некоторой функции цены синтеза. Показано, что позиционная функция цены совпадает с введенной ценой синтеза и, как следствие, показано, что функция цены синтеза удовлетворяет уравнению Гамильтона-Якоби. Ей же удовлетворяет позиционная функция цены. Приведены конкретные схемы управлений для задач с обобщенными и быстрыми управлениями. Другой способ управления основан на переходе к задаче управления с геометрическими ограничениями путем введения дополнительной переменной, при этом функционал платы становится интегрально-терминальным.

В третьей главе приведен алгоритм, позволяющий построить синтез управления с импульсными и обобщенными управлениями при неопределенности. Приведены примеры построения синтеза импульсных и быстрых управлений при помощи численного метода.

Диссертационная работа Ю.Ю. Минаевой хорошо структурирована и написана на современном математическом языке. Отметим, что в формулировках и доказательствах результатов диссертации использованы теория обобщенных функций, дифференциальных уравнений, методы динамического программирования, функционального и выпуклого анализа.

Научные результаты диссертации получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Три статьи, содержащие основные результаты диссертационной работы, опубликованы в журналах, включенных в перечень ВАК. Также на ряде международных и всероссийских научных конференций и научно-исследовательских семинаров были сделаны соответствующие доклады. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

По диссертационной работе имеются следующие замечания.

1. В работе рассматривается функционал специального вида  $\text{Var } u$ , можно ли рассматривать более общие функционалы? И как повлияет на результат добавление в функционал интегральной части или изменение  $\text{Var } u$  на  $\text{Var } f(t, x, u)$



2. В рассматриваемых примерах в качестве помехи выбраны непрерывные функции, интересно было рассмотреть в качестве помехи разрывную функцию, например,  $\text{sign } x$  и посчитать соответствующие этому случаю траектории  $x(t)$ .

3. В доказательстве теоремы 2.14 стоит явно обосновать, почему рассматриваются только равномерные разбиения отрезка времени, а не все возможные. Может ли минимизирующая последовательность моментов времени быть неравномерной?

4. В работах С.Т. Завалищина и А.Н. Сесекина рассматривались задачи импульсного управления. В частности им посвящена книга «Импульсные процессы: Модели и приложения», М.: Наука, 1991. Было бы интересно сравнить результаты автора диссертации с результатами, изложенными в этой книге. Считаю необходимым указать ссылку на указанную работу.

Эти замечания носят редакционный и рекомендательный характер и не влияют на положительную в целом оценку диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа Ю.Ю. Минаевой «Синтез быстрых управлений в линейных системах» полностью соответствует специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный сотрудник

отдела динамических систем ИММ УрО РАН,

кандидат физико-математических наук

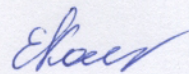
тел.: +7(343)362-81-76

e-mail: [eakolpakova@gmail.com](mailto:eakolpakova@gmail.com)

Подпись Е.А. Колпаковой заверяю

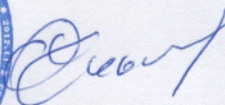
Ученый секретарь ИММ УрО РАН

кандидат физико-математических наук



/Е.А. Колпакова/

9 февраля 2015 г.



/О.Н. Ульянов/

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН), 620990, Российская Федерация, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, 16, телефон: +7 343 374 83 32