

Отзыв

официального оппонента на диссертацию Нефедова Павла Владимировича “Неклассические задачи для уравнений в частных производных второго порядка”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация посвящена актуальным и важным проблемам теории и практики краевых задач для уравнений в частных производных второго порядка.

Работа по своей сути представляет собой часть крупного научного направления – теории неклассических задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

Интерес к этим задачам объясняется как логикой теоретических обобщений, так и возникновением все большего числа подобных задач при математическом моделировании реальных процессов, например, в механике и нанотехнологиях.

Диссертационная работа состоит из обстоятельного введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 86 наименований. Объем диссертации – 105 страниц.

Во введении убедительно обосновывается актуальность диссертационного исследования, показана степень научной разработанности темы, определены цели и задачи исследования, описываются применяемые методы, излагается краткое содержание работы, сформулированы основные результаты, которые выносятся на защиту.

В первой главе изучен аналог задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе

$$U_{xx} + \text{sign}(y)U_{yy} + U_{zz} = 0, \quad (1)$$

обобщенного на трехмерный случай.

Путем перехода к цилиндрическим координатам и разделения переменных автор находит решение уравнения (1) в виде двойного ряда, а затем и решение задачи Трикоми.

Далее на основании тонких математических рассуждений и вычислений соискатель доказал важную теорему о существовании регулярного решения задачи Трикоми, которое представимо в виде абсолютно сходящегося функционального ряда.

Единственность решения задачи Трикоми доказана методом от противного с использованием полноты и ортогональности в пространстве $L_2[0, \pi]$ тригонометрической системы синусов $T = \{\sin kx\}_{k=1}^{\infty}$.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию аналога задачи Франкля для уравнения

$$U_{xx} + \operatorname{sign}(y)U_{yy} + \operatorname{sign}(x+y)U_{zz} = 0, \quad (2)$$

в трехмерной области.

Главным результатом этой главы является теорема о представлении регулярного решения задачи Франкля в виде функционального ряда.

Используя спектральный метод, идеи первой главы и результаты работ Е.И. Моисеева и Н. Аббаси, Нефедов П.В. получил интересные и полезные оценки интегралов, являющихся суммой функционального ряда.

В силу этих оценок построенный функциональный ряд сходится равномерно и абсолютно, а решение задачи Франкля является классическим.

Глава 3 – это естественное продолжение первой и второй глав. Здесь дана постановка и доказана разрешимость аналога задачи Гиллерстедта для уравнения (1) в трехмерной области путем сведения к аналогу задачи Франкля и аналогу задачи Трикоми.

Основным достижением четвертой главы следует считать как постановку, так и разрешимость адгезионной задачи (задачи сцепления поверхностей разнородных тел) для уравнения Лапласа в круге.

Постановка задачи следующая: в двумерной области D , представляющей единичный круг, рассматривается задача

$$\Delta U = 0, \quad (r, \theta) \in D, \quad (3)$$

$$U_r + \alpha U_{r\theta} + \beta U_{\theta\theta}|_{r=1} = f(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad (4)$$

где α и β – некоторые вещественные константы. В силу условия (4) она не является классической.

Заметим, что исследуемая задача имеет важные приложения в механике сплошных сред.

В диссертации убедительно доказана теорема разрешимости задачи (3)-(4), если $\alpha = 0$ и $\beta \neq 0$ или $\alpha\beta \neq 0$.

В главе 5 в верхней полуплоскости $y > 0$ рассматривается неклассическая задача для уравнения Лапласа

$$\Delta U = 0, \quad (x, y) \in D = \{-\infty < x < +\infty, y > 0\},$$
$$U_y + \alpha U_{xy} + \beta U_{xx} \Big|_{y=0} = f(x), \quad -\infty < x < +\infty,$$

где α и β – некоторые вещественные числа.

В зависимости от соотношений коэффициентов в граничном условии ($\alpha = 0, \beta > 0$; $\alpha = 0, \beta < 0$; $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$), используя преобразования Гильберта и Фурье, автор изящно доказывает однозначную разрешимость исследуемой задачи.

Отметим, что данная задача имеет важные приложения при моделировании адгезионных взаимодействий в механике деформированных твердых тел.

Теперь дадим общую оценку диссертации соискателя.

Приведенные в диссертационной работе исследования получены в рамках строгих доказательств и математически обоснованных методов.

Положения диссертации аргументированы, и ее результаты представляют собой важный вклад в теорию дифференциальных уравнений с частными производными.

Основные научные результаты диссертации опубликованы в центральных математических журналах, прошли апробацию на международных конференциях и ведущих научно-исследовательских семинарах.

Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации, соответствует ее целям и выводам.

Диссертация очень хорошо и аккуратно оформлена.

Результаты работы могут быть использованы в фундаментальных и прикладных исследованиях, проводимых в Федеральных государственных бюджетных учреждениях науки: Научно-исследовательском институте прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, в Федеральных государственных бюджетных образовательных учреждениях высшего профессионального образования: Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Кабардино-Балкарском государственном университете им. Х.М. Бербекова, Новосибирском национальном исследовательском государственном университете, Самарском государственном техническом университете, Белгородском государственном национальном исследовательском университете, Орловском

государственном университете, в Институте математики при Национальном университете Узбекистана им. Мирзо Улутбека, в Институте математики Комитета науки Министерства образования Республики Казахстан.

Диссертационная работа соответствует критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней, утвержденным постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Нефедов Павел Владимирович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук, специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление за решение актуальной проблемы, имеющей существенное значение для развития теории дифференциальных уравнений с частными производными.

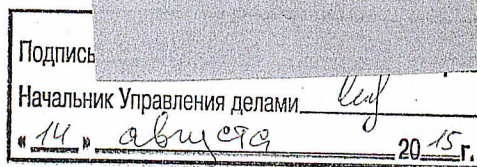
Официальный оппонент –

доктор физико-математических наук (специальность – 01.01.02, дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление) профессор



О.А. Репин

443090, г. Самара,
ул. Советской Армии, д. 141.
ФГБОУ ВО, СГЭУ.
тел. 8(846)-933-87-98
email:matstat@mail.ru



заведующий кафедрой математической статистики и эконометрики
Самарского государственного экономического университета