

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Е.И. Ускова «Ньютоновские методы решения задач оптимизации с нерегулярными ограничениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика».

В диссертации Е.И. Ускова исследуются задачи оптимизации, в которых могут нарушаться так называемые условия регулярности ограничений. Задачи данного вида являются трудными как с теоретической, так и с практической точки зрения. Например, множество множителей Лагранжа, отвечающих решению, может быть неограниченным и, более того, оно может содержать множители, обладающие особыми свойствами, осложняющими построение эффективных численных методов решения таких задач. Многие теоретические результаты о локальной сходимости методов, имеющиеся в литературе, предполагают выполнение условий регулярности ограничений и поэтому неприменимы для нерегулярных задач, а традиционные численные методы оптимизации часто оказываются неэффективными на таких задачах. Вместе с тем, задачи оптимизации с нерегулярными ограничениями возникают в ряде важных практических приложений. Таким образом, тема диссертации Е.И. Ускова весьма актуальна.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, трех приложений, заключения и списка литературы.

В первой главе исследуются причины низкой эффективности метода последовательного квадратичного программирования на задачах оптимизации с нерегулярными ограничениями. Сначала приводятся численные примеры, которые наглядно демонстрируют основную причину потери эффективности — эффект притяжения двойственных траекторий к так называемым критическим множителям Лагранжа. Основным результатом главы является доказательство эффекта притяжения для случая чисто квадратичной задачи. Полученный результат показывает, что существуют прямодвойственные области начальных точек, при запуске из которых двойственные траектории метода будут сходиться к некоторому критическому множителю, а скорость прямой сходимости будет лишь линейной. Доказательство этого результата крайне нетривиально. Отметим также, что результаты такого рода в диссертации получены впервые.

Вторая и третья главы посвящены методам, обладающим свойством локальной двойственной стабилизации — методу модифицированных функций Лагранжа и стабилизированному методу последовательного квадратичного программирования.

Во второй главе для метода модифицированных функций Лагранжа доказываются новые результаты о глобальной сходимости, которые не требуют выполнения условий регулярности ограничений. Один из результатов относится к задачам оптимизации общего вида. Другой результат доказывается для задач оптимизации с комплементарными ограничениями, для которых необходим отдельный анализ. Полученные во второй главе теоретические результаты подтверждаются вычислительным экспериментом, который демонстрирует, что метод модифицированных функций Лагранжа имеет привлекательные свойства глобальной сходимости для задач оптимизации с нерегулярными ограничениями.

В третьей главе предлагаются новые подходы к глобализации сходимости стабилизированного метода последовательного квадратичного программирования. Для каждого из предлагаемых подходов получена полная теория локальной и глобальной сходимости, а также проведен вычислительный эксперимент для исследования их сравнительной эффективности и робастности. Наибольшую эффективность имеет подход к глобализации сходимости на основе точных гладких штрафных функций. В частности, он опережает обычный метод последовательного квадратичного программирования на так называемых задачах с полным вырождением.

Пожалуй, одним из главных результатов диссертации является разработанный в четвертой главе метод последовательного квадратичного программирования, стабилизированный вдоль подпространства. Данный метод является комбинацией обычного и стабилизированного методов последовательного квадратичного программирования, устраняющей определенные недостатки обоих методов. Предложенный метод демонстрирует высокую эффективность на задачах оптимизации с нерегулярными ограничениями, и, в частности, опережает по эффективности обычный метод последовательного квадратичного программирования. Для данного метода обоснована локальная сверхлинейная сходимость. Также предложен подход к его глобализации, и для глобализованного алгоритма доказаны теоремы о глобальной сходимости и о сверхлинейной скорости сходимости. Предложенный метод, а также все полученные для него теоретические результаты, являются принципиально новыми.

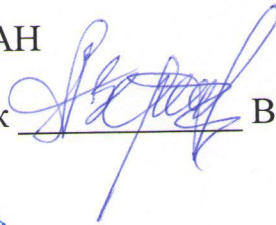
В качестве замечаний нужно отметить следующее:

1. В работе получено полное обоснование эффекта притяжения двойственных траекторий метода последовательного квадратичного программирования к критическим множителям Лагранжа для случая чисто квадратичной задачи. Данный случай, безусловно, имеет большое значение. Однако было бы очень интересно получить аналогичный результат для задач оптимизации общего вида.
2. В подходе к глобализации сходимости стабилизированного метода последовательного квадратичного программирования, основанном на комбинировании с методами множителей, весьма важным является правильный выбор аппроксимации матрицы Гессе функции Лагранжа. В работе лишь кратко обсуждается несколько способов такого выбора. Следовало бы численно сравнить эффективность алгоритма при различных способах выбора аппроксимации матрицы Гессе.

Однако, высказанные замечания не снижают общей высокой оценки работы. Диссертация выполнена на очень высоком профессиональном и научном уровне и представляет собой целостное и последовательное научное исследование. Все полученные в работе результаты являются новыми, опубликованы в ведущих научных изданиях, а также неоднократно докладывались на научных конференциях, в том числе и важнейших международных. Автореферат диссертации правильно отражает ее содержание.

Диссертационная работа Е.И. Ускова «Ньютоновские методы решения задач оптимизации с нерегулярными ограничениями» соответствует специальности «01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика» и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по данной специальности.

Старший научный сотрудник ВЦ РАН

доктор физико-математических наук  В.А.Березнев

119333, Москва, ул. Вавилова, 40

e-mail [berezni@ccas.ru](mailto:berezn@ccas.ru)

тел. 8(499)135-52-09

