

**Отзыв официального оппонента на диссертационную работу  
Ускова Евгения Ивановича «Ньютоновские методы решения задач  
оптимизации с нерегулярными ограничениями»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная  
математика и математическая кибернетика**

В существующей литературе по численным методам оптимизации основное внимание уделено задачам, в которых выполнены так называемые условия регулярности ограничений. Такие задачи достаточно подробно изучены, и для них разработаны эффективные численные методы, такие как метод последовательного квадратичного программирования, метод модифицированных функций Лагранжа, и множество других. В то же время, существуют прикладные задачи, в которых условия регулярности ограничений могут нарушаться. Для таких задач существующие методы имеют низкую эффективность, а теоретические результаты об их сходимости не имеют места. В диссертационной работе Е.И. Ускова исследуются задачи данного класса. Основное внимание уделяется разработке эффективных численных методов решения таких задач.

Опишем содержание диссертации. Работа состоит из введения, четырех глав, трех приложений, заключения и списка литературы из 94 источников. Объем диссертации составляет 211 страниц.

Во введении отражены актуальность работы, методика исследования, научная новизна, основные полученные результаты и сведения об их апробации. Также описана постановка задачи и приведены примеры возникновения задач оптимизации с нерегулярными ограничениями.

В первой главе диссертации получены результаты о локальной сходимости метода последовательного квадратичного программирования вблизи так называемых критических множителей Лагранжа, которые сформулированы в виде предложения 2 и теоремы 1 первой главы. Как следует из этих результатов, если метод последовательного квадратичного программирования запускается в окрестности критического множителя

Лагранжа, то при определенных условиях он сходится именно к критическому множителю, и скорость его сходимости будет лишь линейной. Таким образом, полученные результаты объясняют низкую эффективность метода для задач оптимизации с нерегулярными ограничениями.

Во второй главе получены результаты о глобальной сходимости метода модифицированных функций Лагранжа для нерегулярных задач. Соответствующие результаты сформулированы в теоремах 2 и 4 второй главы. Первый результат показывает, что даже при отсутствии регулярности предельные точки метода в естественных предположениях будут стационарными. Вторым результатом устанавливаются разумные свойства глобальной сходимости для задач оптимизации с комплементарными ограничениями. Также во второй главе исследована возможность ускорения метода модифицированных функций с помощью ньютоновских методов.

В третьей главе предложены и обоснованы несколько глобально сходящихся алгоритмов на основе стабилизированного метода последовательного квадратичного программирования. Всего предложено четыре алгоритма, и для каждого из них установлены разумные свойства глобальной сходимости и сверхлинейная скорость сходимости. Полученные результаты сформулированы в виде теорем 1-9 третьей главы.

В четвертой главе предложена модификация стабилизированного метода последовательного квадратичного программирования, которая позволяет существенно повысить его эффективность, а также глобально сходящийся алгоритм на основе модифицированного метода. Для данного алгоритма также установлена глобальная сходимость (теорема 3) и сверхлинейная скорость сходимости (теоремы 1, 2, 4, 5).

В приложениях приведены численные результаты для рассмотренных в работе методов. Первое приложение содержит результаты для метода модифицированных функций Лагранжа, которые подтверждают, что метод обладает разумными свойствами глобальной сходимости. Во втором приложении приведены результаты для предложенных глобально сходящихся алгоритмов. В третьем приложении показаны результаты для предложенного метода последовательного квадратичного программирования,

стабилизированного вдоль подпространства, которые демонстрируют его высокую эффективность по сравнению с методом последовательного квадратичного программирования.

Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Часть результатов имеет преимущественно теоретическое значение, но большинство являются важными и с практической точки зрения.

### Замечания

1. Анализ локальной сходимости метода последовательного квадратичного программирования вблизи критических множителей проводится в ряде предположений, одно из которых состоит в том, что метод запускается в окрестности критического множителя первого порядка. Было бы интересно получить аналогичные результаты для критических множителей более высоких порядков.
2. Предложенный в третьей главе алгоритм на основе точных гладких штрафных функций может при определенных условиях делать шаги внешнего глобально сходящегося метода. Выбор данного метода может иметь большое влияние на эффективность алгоритма. Однако в диссертации данный вопрос почти не обсуждается. Было бы полезно исследовать, насколько часто делаются шаги внешнего метода, и какое влияние они оказывают на общую эффективность.

Однако, все приведенные замечания не подвергают сомнению достоверность и научную обоснованность всех полученных результатов и не снижают общую высокую оценку диссертационной работы. Результаты диссертации опубликованы в высокорейтинговых изданиях и прошли апробацию на важнейших международных конференциях. Автореферат подробно, полно и правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация представляет собой последовательное и полное математическое исследование по актуальной теме. В работе получены новые результаты, имеющие несомненную научную значимость для специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая

кибернетика. Диссертационная работа «Ньютоновские методы решения задач оптимизации с нерегулярными ограничениями» удовлетворяет требованиям ВАК, а ее автор Усков Евгений Иванович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

Доцент кафедры нелинейного анализа и оптимизации факультета физико-математических и естественных наук РУДН  
кандидат физико-математических наук

Павлова Н.Г.

27.11.2014

Почтовый адрес: 119198 Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Телефон: (495)9550936

Факс: (495)4339588

E-mail: natasharussia@mail.ru

Получено 29  
Зам. декана

Королевский