

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. Ломоносова**

**Факультет вычислительной математики и кибернетики**

На правах рукописи

**Павельева Елена Александровна**

**АНАЛИЗ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
ПРОЕКЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ, ИСПОЛЬЗУЮЩИМИ  
ФУНКЦИИ ЭРМИТА**

Специальность 05.13.18 — математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Москва – 2015

Диссертационная работа выполнена на кафедре математической физики факультета вычислительной математики и кибернетики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова».

- Научный руководитель: **Крылов Андрей Серджевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической физики факультета вычислительной математики и кибернетики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»
- Официальные оппоненты: **Визильтер Юрий Валентинович**,  
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, начальник подразделения «Системы интеллектуального анализа данных, технического зрения, улучшенного и синтезированного видения» федерального государственного унитарного предприятия «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем»  
**Горейнов Сергей Анатольевич**,  
кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики Российской академии наук»
- Ведущая организация: Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук»

Защита состоится 14 октября 2015 г. в 15<sup>30</sup> на заседании диссертационного совета Д 501.001.43 при Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М. В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, факультет вычислительной математики и кибернетики, ауд. 685.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » июля 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 501.001.43,  
доктор физико-математических наук, профессор

Е. В. Захаров

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

В настоящее время анализ и обработка изображений являются одной из наиболее важных и перспективных областей применения математических и численных методов. В частности, актуальной является задача восстановления изображения в случае потери части данных. При восстановлении изображений одним из наиболее важных вопросов является вопрос единственности восстановленного изображения, а также оценка меры близости между исходным и восстановленным изображениями.

Одним из распространенных подходов к обработке изображений является использование Фурье-анализа с последующей обработкой полученных коэффициентов. Функции Эрмита являются собственными функциями преобразования Фурье, поэтому разработка и применение проекционных методов, использующих функции Эрмита, представляет собой важную и актуальную задачу. Известно, что фаза преобразования Фурье содержит в себе больше информации, чем амплитуда, поэтому использование информации о фазе в проекционных методах является перспективным подходом.

В настоящее время в связи с возросшими требованиями к информационной безопасности широкое распространение получают методы биометрической идентификации личности. Одним из наиболее перспективных способов идентификации личности является идентификация по радужной оболочке глаза. Рисунок радужной оболочки у каждого человека уникален и практически не меняется с возрастом, а бесконтактный способ получения изображений радужной оболочки делает привлекательным ее применение в различных отраслях.

## **Цель работы**

Целью диссертационной работы является обоснование, разработка и программная реализация методов анализа и восстановления изображений на основе проекционных методов, использующих функции Эрмита, а также применение разработанных методов в задаче биометрической идентификации человека по радужной оболочке глаза.

## **Научная новизна работы**

- Предложен проекционный метод для восстановления функции по фазе аппроксимации преобразования Фурье с использованием функций Эрмита.
- Получены условия единственности восстановления функции по фазе аппроксимации преобразования Фурье с использованием функций Эрмита.
- Разработаны и алгоритмически реализованы проекционные методы с использованием функций Эрмита для решения задачи идентификации человека по радужной оболочке глаза.

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

Работа носит как теоретический, так и практический характер. Созданы новые проекционные методы, использующие функции Эрмита, для синтеза и восстановления изображений по фазовой информации. Разработаны алгоритмы на базе проекционных методов, использующих функции Эрмита, для выделения характерных признаков изображений радужной оболочки глаза. Создан комплекс программ для решения задачи идентификации человека по радужной оболочке глаза. Разработанные в работе методы могут быть применены как составная часть комплексных алгоритмов обработки, анализа, сравнения и восстановления изображений.

## **Апробация работы**

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на:

1. 17–22-й, 24-й международных конференциях по компьютерной графике и зрению “Graphicon” (Москва, 2007, 2008, 2009, 2011, 2012; Санкт-Петербург, 2010; Ростов-на-Дону, 2014);
2. 11-й международной конференции “Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-11-2013)” (Самара, 2013);
3. 13-й международной конференции “Digital Signal Processing and its Applications (DSPA 2011)” (Москва, 2011);
4. 1-й российской научно-практической конференции по биометрическим технологиям “БТ–2011” (Москва, 2011);
5. конференциях “Тихоновские чтения”, ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, 2012, 2014);
6. семинаре по частотно-временному анализу и его приложениям, Котор, Черногория, 06-10 июня 2011 г.;
7. заседании кафедры математической физики факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, 27 мая 2015 г.

## **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 16 научных работ, в том числе 5 из перечня ведущих рецензируемых научных журналов ВАК [1–5].

Во всех работах научный руководитель Крылов А. С. является автором постановки задач, Павельева Е. А. является автором разработанных методов, алгоритмов и комплексов программ. В работе [5] Ушмаев О. С. составил обзор, остальные материалы для публикации были подготовлены Павельевой Е. А.

Автор диссертации благодарит научного руководителя Крылова Андрея Серджевича за постановку задач, за ценные указания и консультации в процессе работы над ними, за критические замечания к тексту диссертации и автореферата.

## Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы. Объем работы – 130 страниц. Список литературы включает 106 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, ставятся цели диссертационного исследования, а также кратко излагается содержание диссертации по главам.

В **первой главе** решается задача восстановления функций по фазе аппроксимации преобразования Фурье на основе проекционного метода с использованием функций Эрмита.

В первом параграфе описан проекционный метод с использованием функций Эрмита. В проекционном методе вычисляется аппроксимация  $f_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \psi_k(x)$  разложения функции  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  в ряд Фурье по функциям Эрмита  $\psi_k(x)$ . Эффективность использования проекционного метода с использованием функций Эрмита обусловлена тем, что функции Эрмита являются собственными функциями преобразования Фурье, образуют полную ортонормированную в пространстве  $L_2(-\infty, \infty)$  систему функций и являются локализованными с вычислительной точки зрения на конечном отрезке как в пространственной, так и в частотной областях.

Двумерные функции Эрмита  $\psi_{m,n}(x, y)$  представляют собой произведения одномерных функций Эрмита:  $\psi_{m,n}(x, y) = \psi_m(x) \cdot \psi_n(y)$ . В двумер-

ном проекционном методе с использованием функций Эрмита вычисляется аппроксимация  $f_{m,n}(x, y) = \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^n c_{k,l} \psi_{k,l}(x, y)$  разложения функции  $f(x, y) \in L_2(R^2)$  в ряд Фурье по функциям Эрмита. Предлагается метод уменьшения эффекта Гиббса вблизи границ изображений, возникающего при применении двумерного проекционного метода с использованием функций Эрмита. Для этого перед аппроксимацией из изображения вычитается базовая функция, являющаяся решением задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

Во втором параграфе вводится понятие аппроксимации преобразования Фурье с использованием функций Эрмита (АПФЭ). Если  $f_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \psi_k(x)$  – аппроксимация функции  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$ , то АПФЭ функции  $f(x)$  называется выражение  $HF_{f,n}(\lambda) = \sum_{k=0}^n c_k (-i)^k \psi_k(\lambda)$ . Исследуется амплитуда АПФЭ и фаза АПФЭ  $\varphi_{f,n}(\lambda) = \arg HF_{f,n}(\lambda)$ , доказывается свойство фазы АПФЭ, связанное с четностью и нечетностью функции  $f_n(x)$ . Также в параграфе вводится и обосновывается понятие аппроксимации обратного преобразования Фурье с использованием функций Эрмита (АОПФЭ). Если  $F_n(\lambda) = \sum_{k=0}^n C_k \psi_k(\lambda)$  – аппроксимация комплексной функции  $F(\lambda) \in L_2(-\infty, \infty)$ , то АОПФЭ функции  $F(\lambda)$  называется выражение  $HF_{F,n}^{-1}(x) = \sum_{k=0}^n C_k (-i)^k \psi_k(-x)$ .

Пусть  $f_n(x)$  – аппроксимация вещественной функции  $f(x)$  с использованием функций Эрмита,  $HF_{f,n}(\lambda)$  – АПФЭ функции  $f(x)$ , а  $HF_{HF,n}^{-1}(x)$  – АОПФЭ функции  $HF_{f,n}(\lambda)$ . Тогда  $HF_{HF,n}^{-1}(x)$  – вещественная функция и  $f_n(x) \equiv HF_{HF,n}^{-1}(x)$ .

Определения АПФЭ и АОПФЭ в двумерном случае вводятся по аналогии с одномерным случаем.

В третьем параграфе обосновывается важность фазовой информации, полученной проекционным методом, на примере задачи синтеза фазы и амплитуды различных изображений. Показано, что результат синтеза фазы АПФЭ одного изображения с амплитудой АПФЭ другого изобра-

жения имеет сходство с тем изображением, чья фаза АПФЭ была использована.

Четвертый параграф посвящен задаче восстановления функции по фазе аппроксимации преобразования Фурье с использованием функций Эрмита. В данном параграфе исследуются условия, при которых аппроксимация  $f_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \hat{\psi}_k(x)$  разложения функции  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  в ряд Фурье по ортогональным функциям Эрмита  $\hat{\psi}_k(x) = \sqrt{2^k k! \sqrt{\pi}} \cdot \psi_k(x)$  полностью определяется (с точностью до положительного множителя) фазой АПФЭ  $\varphi_{f,n}(\lambda)$ . Другими словами, если фазы АПФЭ двух функций  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  и  $g(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  совпадают при всех  $\lambda \in (-\infty, \infty)$ , в которых они определены, то выводятся условия, при которых существует число  $\beta > 0$  такое, что  $g_n(x) \equiv \beta \cdot f_n(x)$ . Условие равенства фаз сведено к линейной однородной системе  $n$  уравнений с  $n + 1$  неизвестными, которая в матричной форме принимает вид  $A_n D_n = 0$ , где  $D_n$  – вектор-столбец коэффициентов Эрмита функции  $g(x)$ , а коэффициенты матрицы  $A_n$  являются линейными комбинациями коэффициентов Эрмита функции  $f(x)$ .

Доказан ряд лемм и теорем, в частности, теорема, в которой найдена рекуррентная формула для построения матриц  $A_n$ ,  $n \in N$ . Доказано, что минор  $M_j^n$  матрицы  $A_n$ , полученный вычеркиванием  $j$ -го столбца,  $j = 0, 1, \dots, n$ , равен  $M_j^n = (-1)^j c_j \cdot F_n$ , где  $F_n$  – минор  $(n - 1)$ -го порядка матрицы  $A_n$ , стоящий в левом нижнем углу. Доказана теорема о единственности восстановления аппроксимации  $f_n(x)$  функции  $f(x)$  по фазе АПФЭ  $\varphi_{f,n}(\lambda)$ .

**Теорема.** Если аппроксимация  $f_n(x) = \sum_{k=0}^n c_k \hat{\psi}_k(x)$  функции  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  не является четной или нечетной, то она полностью определяется (с точностью до положительного множителя) фазой АПФЭ  $\varphi_{f,n}(\lambda)$  тогда и только тогда, когда  $F_n \neq 0$ .

Таким образом, зная коэффициенты Эрмита  $c_0, c_1, \dots, c_n$  аппроксима-



ции  $f_n(x)$  функции  $f(x)$ , можно вычислить минор  $F_n$  и проверить условие единственности восстановления аппроксимации  $f_n(x)$  по фазе АПФЭ  $\varphi_{f,n}(\lambda)$ . Порядок минора  $F_n$  зависит только от числа функций Эрмита, используемых в аппроксимации  $f_n(x)$ .

В пятом параграфе предложен итерационный алгоритм восстановления функции по фазе АПФЭ, в котором на первом шаге каждой итерации к функции применяются ограничения в частотной области, а на втором шаге – в пространственной. Доказано, что погрешность после каждой итерации не увеличивается. В отличие от алгоритма восстановления сигнала конечной длины по фазе дискретного преобразования Фурье, в котором используется информация о фазе расширенного нулями сигнала, предложенный алгоритм восстановления по фазе АПФЭ использует информацию только о фазе АПФЭ исходного сигнала.

На рис. 1 приведен пример работы алгоритма восстановления изображений по фазе АПФЭ. В левом верхнем углу указан номер итерации  $K$ , а снизу приведены значения метрик PSNR и multiscale SSIM между получившимся изображением после  $K$ -й итерации и аппроксимацией  $f_{m,n}(x, y)$ .



Рис. 1: пример работы алгоритма восстановления изображений по фазе АПФЭ.

Во **второй главе** предложены методы выделения характерных признаков (методы параметризации) изображений радужной оболочки глаза, основанные на использовании аппарата функций Эрмита. Для оценки качества предложенных методов используются изображения глаз базы данных CASIA-IrisV3-Interval.

В первом параграфе приведены обзор и классификация существующих методов идентификации человека по радужной оболочке глаза.

Во втором параграфе приведено краткое описание реализованных алгоритмов предобработки изображений радужной оболочки глаза. Осуществляется локализация радужной оболочки (выделение границ радужной оболочки на изображении); нормализация радужной оболочки (приведение радужной оболочки к фиксированному прямоугольному виду с целью компенсации расширения зрачка); выделение маски изображения радужной оболочки (областей изображения радужной оболочки, на которые не попадают веки, ресницы и блики); выравнивание освещенности и повышение контрастности изображения радужной оболочки.

В третьем параграфе предложен метод проекционной фазовой корреляции для определения меры близости двух функций. Для двух функций  $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  и  $g(x) \in L_2(-\infty, \infty)$  вычисляются их АПФЭ  $HF_{f,n}(\lambda)$ ,  $HF_{g,n}(\lambda)$  и фазы АПФЭ  $\varphi_{f,n}(\lambda)$ ,  $\varphi_{g,n}(\lambda)$ . Далее для спектральных функций  $HF_{f,n}(\lambda)$  и  $HF_{g,n}(\lambda)$  вычисляется их взаимный фазовый спектр  $R_{FG,n}(\lambda) = e^{i(\varphi_{f,n}(\lambda) - \varphi_{g,n}(\lambda))}$ . Вводится понятие функции проекционной фазовой корреляции функций  $f(x)$  и  $g(x)$  или НПРОС-функции:  $НПРОС_{f,g,n}(x) = HF_{R_{FG,n}}^{-1}(x)$ . Если аппроксимации  $f_n(x)$ ,  $g_n(x)$  исходных функций “похожи”, то НПРОС-функция имеет четкий пик, если же функции “не похожи”, то НПРОС-функция не имеет четкого пика. Отношение максимального значения НПРОС-функции ко второму локальному максимуму этой функции определяет меру близости исходных функций, а положение пика соответствует смещению одной функции относительно другой.

В данном параграфе также показаны преимущества предложенного метода проекционной фазовой корреляции по сравнению с методом фазовой корреляции при использовании в биометрических задачах. Показано, что в задаче распознавания человека по радужной оболочке глаза перспективно применять метод проекционной фазовой корреляции в областях небольшого размера с использованием небольшого числа функций Эрмита.

В четвертом параграфе предложен метод нахождения наиболее информативных точек текстуры изображения радужной оболочки — ключевых точек. Метод основан на использовании анализа результатов свертков функции интенсивности изображения радужной оболочки глаза с функциями преобразования Эрмита.

В пятом параграфе предложены два метода сопоставления ключевых точек изображений радужных оболочек: с помощью расстояния Хэмминга и на основе применения метода проекционной фазовой корреляции. В методе сопоставления ключевых точек с помощью расстояния Хэмминга происходит сопоставление положения ключевых точек одного изображения по сравнению с положением ключевых точек другого изображения. Основной недостаток данного метода заключается в том, что часть ключевых точек может отсутствовать на одном изображении из-за присутствия на нем ресниц, век или бликов, а также в том, что метод неустойчив к локальным сдвигам частей изображений.

При сопоставлении ключевых точек методом проекционной фазовой корреляции предлагается использовать метод проекционной фазовой корреляции для локальных окрестностей ключевых точек (рис. 2). Если отношение пика НРРОС-функции ко второму локальному максимуму этой функции больше пороговой величины, то считается, что ключевые точки соответствуют друг другу. Данный подход позволяет добиться хороших результатов сравнения и избежать ошибок, связанных с локальными сдвигами частей изображений и с наличием век и ресниц на изображе-

НИЯХ.

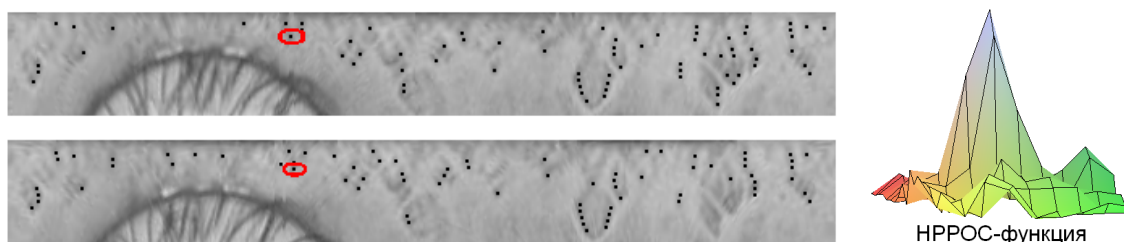


Рис. 2: сопоставление ключевых точек двух изображений одного глаза методом проекционной фазовой корреляции.

**Третья глава** посвящена описанию программного комплекса для решения задачи идентификации человека по радужной оболочке глаза.

В первом параграфе подробно описаны реализованные алгоритмы предобработки изображений радужных оболочек глаз. Рассмотрены практически важные аспекты реализации алгоритмов.

Во втором параграфе приведено описание двух алгоритмов параметризации данных радужной оболочки на основе проекционного метода, которые также могут быть использованы в задаче распознавания человека по радужной оболочке. В иерархическом проекционном методе с использованием функций Эрмита на каждом уровне иерархии к функции интенсивности изображения применяется проекционный метод с использованием функций Эрмита. Полярный метод Эрмита позволяет вычислять полярные коэффициенты Эрмита для повернутого на некоторый угол изображения, не раскладывая функцию интенсивности повернутого изображения по функциям Эрмита. Полярный метод Эрмита эффективно использовать для поиска угла поворота между изображениями радужных оболочек глаз.

В третьем параграфе приведено описание структуры программного комплекса и основных модулей программного комплекса, показан общий вид интерфейса программного комплекса.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

## Основные результаты

1. Предложен, обоснован и алгоритмически реализован проекционный метод восстановления функции по фазе аппроксимации преобразования Фурье с использованием функций Эрмита.
2. Разработаны методы выделения характерных признаков изображений радужной оболочки глаза на основе проекционных методов, использующих функции Эрмита.
3. Создан программный комплекс на базе проекционных методов с использованием функций Эрмита для решения задачи параметризации данных радужной оболочки глаза и идентификации человека по радужной оболочке глаза.

## Публикации по теме диссертации

1. Pavelyeva E. A., Krylov A. S. Synthesis of phase and magnitude of images by Hermite projection method //Pattern Recognition and Image Analysis. — Vol. 25, no. 2. — 2015. — Pp. 187-192.
2. Павельева Е. А. Поиск соответствий между ключевыми точками изображений радужных оболочек глаз с помощью метода проекционной фазовой корреляции //Системы и средства информатики. — 2013. — Т. 23, №. 2. — С. 74-88.
3. Павельева Е. А., Крылов А. С. Алгоритм сравнения изображений радужной оболочки глаза на основе ключевых точек //Информатика и ее применения. — 2011. — Т. 5, № 1. — С. 68-72.
4. Павельева Е. А., Крылов А. С. Поиск и анализ ключевых точек радужной оболочки глаза методом преобразования Эрмита //Информатика и ее применения. — 2010. — Т. 4, № 1. — С. 79-82.

5. Павельева Е. А., Крылов А. С., Урмаев О. С. Развитие информационной технологии идентификации человека по радужной оболочке глаза на основе преобразования Эрмита // Системы высокой доступности. – 2009. – №. 1. – С. 36-42.
6. Павельева Е. А., Крылов А. С. Аппроксимация фазы проекционным методом Эрмита при восстановлении изображения по фазе // Труды 24-й Международной Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2014. – 2014. – С. 131-134.
7. Pavelyeva E. A., Krylov A. S. Image reconstruction from phase using Hermite projection method // Proceedings of 11-th International Conference on Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA-11-2013). – 2013. – Vol. 1. – Pp. 296-299.
8. Павельева Е. А. Метод проекционной фазовой корреляции в ключевых точках радужной оболочки глаза // Труды 22-й Международной Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2012. – 2012. – С. 128-132.
9. Павельева Е. А., Крылов А. С. Метод проекционной фазовой корреляции в задаче идентификации человека по радужной оболочке глаза // Труды 13-й Международной Конференции Цифровая Обработка Сигналов и её Применение (DSPA 2011). – 2011. – Т. 2. – С. 167-170.
10. Павельева Е. А., Крылов А. С. Определение локальных сдвигов изображений радужных оболочек глаз методом проекционной фазовой корреляции // Труды 21-й Международной Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2011. – 2011. – С. 188-191.
11. Pavelyeva E. A., Krylov A. S. An adaptive algorithm of iris image key points detection // Proceedings of 20-th International Conference on

- Computer Graphics and Vision GraphiCon'2010. – 2010. – Pp. 320-323.
12. Павельева Е. А., Крылов А. С. Алгоритм идентификации человека по ключевым точкам радужной оболочки глаза //Труды 19-й Международной Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2009. – 2009. – С. 228-231.
  13. Krylov A. S., Pavelyeva E. A. Iris data parametrization by Hermite projection method //Proceedings of 17-th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2007. – 2007. – Pp.147-149.
  14. Павельева Е. А., Крылов А. С. Алгоритмы предобработки изображений радужной оболочки глаза //Труды 18-й Международной Конференции по Компьютерной Графике и Зрению GraphiCon'2008. –2008. – С. 314.
  15. Павельева Е. А. Метод выделения и сопоставления ключевых точек в задаче идентификации человека по радужной оболочке глаза //Тезисы Докладов Научной Конференции Тихоновские чтения. – 2012. – С. 61.
  16. Павельева Е. А. Проекционный метод восстановления сигналов по фазовой информации //Тезисы Докладов Научной Конференции Тихоновские чтения. – 2014. – С. 62.