ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Пономаренко Екатерины Игоревны

ПРОБЛЕМЫ БОРСУКА И НЕЛСОНА–ХАДВИГЕРА В РАЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ,

представленную к защите на соискание
учёной степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.09 —
дискретная математика и математическая кибернетика

Диссертация посвящена двум классическим задачам комбинаторной геометрии: задаче Борсука о разбиении ограниченных множеств в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ на части меньшего диаметра и задаче Нелсона–Хадвигера о разбиении евклидова пространства $\mathbb{R}^n$ на части, в которых нет запрещенных расстояний между точками.

Первая задача появилась 80 лет назад в работе замечательного польского тополога Кароля Борсука, а вторая 60 лет назад в работах выдающегося швейцарского геометра Гуго Хадвигера и американского математика Эдварда Нелсона.

Первая задача для конечных множеств является задачей о хроматическом числе $\chi(G)$ графа диаметров G_{diam}, а вторая, в силу теоремы Де Брёйна–Эрдёша, является задачей о хроматическом числе графа расстояний G_{dist}.

Значительный прогресс в решении этих задач появился 20 лет назад после работ Франкля–Уилсона и Калаи–Кана.

Дж. Кан и Г. Калаи в 1993 году опровергли гипотезу Борсука при помощи линейно-алгебраического метода, разработанного П. Франклем и Р. Уилсоном, и используя их знаменитую теорему, начиная с размерности 2015.

В дальнейшем этот результат многократно был улучшен рядом авторов, в частности, Райгородским. Последний рекорд принадлежит Бондаренко и Иенриху (2013 г.).

Также, П. Франкль и Р. Уилсон при помощи своей теоремы сумели доказать гипотезу П. Эрдеша об экспоненциальном (от n) росте $\chi(G_{dist})$.

Усилению замечательной теоремы Франкля–Уилсона посвящена первая глава диссертационной работы.

Также в диссертации первая и вторая задача изучаются для рационального пространства $\mathbb{Q}^n$. Эти задачи для $\mathbb{Q}^n$ имеют свою специфику, как показано в диссертации.

В работе сформулированы корректные определения аналогов задач Борсука и

Нелсона–Хадвигера для рационального пространства. Также получены для хроматических чисел $\chi(G_{dist})$ и $\chi(G_{diam})$ лучшие верхние и нижние оценки.

Таким образом, актуальность исследования, изучаемых автором задач, и темы диссертации не вызывает сомнения.

Общая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, списка литературы. Объем основного текста диссертации составляет 60 страниц, список литературы включает 101 наименование.

Во введении автор описывает постановки задач, даёт обзор результатов по теме работы и состояние исследований в данной области.

В первой главе приведён самый яркий результат диссертации – усиление теоремы Франкля – Уилсона, а также дано обобщение этой теоремы на случай $(-1, 0, 1)$ векторов.

Даются приложения этих обобщений к задаче Борсука и Нелсона – Хадвигера.

Во второй главе работы рассматривается задача Нелсона–Хадвигера для пространства $\mathbb{Q}^n$. Эту задачу поставили в 1976 году М. Бенда и М. Перлес.

Промежуток между известными верхними и нижними оценками соответствующей величины $\chi(G_{dist})$ в этой задаче больше.

В третьей главе формулируются и изучаются несколько аналогов классической задачи Борсука для пространства $\mathbb{Q}^n$. Показывается, что в этом случае нижняя оценка хроматического числа тоже имеет экспоненциальный рост.

Материал диссертации представляет большой интерес для специалистов в области комбинаторной геометрии, комбинаторики и теории графов.

Результаты диссертации Е. И.Пономаренко имеют значительную научную ценность. Работа может быть востребована во многих отечественных и международных математических центрах, где ведутся исследования, связанные с комбинаторной геометрией, комбинаторикой и теорией графов. Полученные в работе результаты могут быть использованы в следующих организациях: ПОМИ им. Стеклова РАН, МГУ им. М.В.Ломоносова,МФТИ, Ярославском, Санкт-Петербургском, Новосибирском государственных университетах.

Диссертация написана ясным языком, четко структурирована.

По диссертации имеются следующие замечания:

1. К сожалению, ссылок на работу Э.Нелсона, в отличии от Г.Хадвигера, нет. Правда, это была бы косвенная ссылка на М.Гарднера, который в 1960 году сообщил, что Э.Нелсон поставил эту задачу в 1950.

2. Местами диссертация недостаточно отредактирована. Отдельные обороты напоминают плохие переводы с иностранного языка.

Приведенные замечания не ставят под сомнение основные результаты работы. Главные положения, выдвинутые диссертантом, являются новыми научными результатами. Они опубликованы в 6 печатных работах, 6 из которых в изданиях, рекомендованных ВАК, неоднократно обсуждались на различных семинарах в нашей стране и за рубежом и получили одобрение ведущих специалистов. Работа хорошо оформлена и проиллюстрирована. Она соответствует всем требованиям, установленных «Положением о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, автореферат хорошо отражает содержание диссертации.

Считаю, что Пономаренко Е. И. заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент, профессор кафедры
алгебры и математической логики,
ЯрГУ им. П.Г. Демидова,
доктор физ.-мат. наук В.Л.Дольников
5 апреля 2014

Подпись заверяю:
Начальник управления по работе
с персоналом
Р.И. Волкова