

О Т З Ы В официального оппонента

на диссертацию Рогожникова Алексея Михайловича
«Решение смешанных задач и оптимизация граничных управлений
для уравнения продольных колебаний составного стержня»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление»

Как известно, продольные колебания стержня описываются одномерным уравнением колебаний. В случае составного стержня возникает задача для уравнения колебаний с разрывной правой частью. И хотя само по себе одномерное уравнение колебаний хорошо изучено, наличие разрывных коэффициентов усложняет модель и требует дополнительных усилий по удобному представлению решений такого уравнения. Предметом исследования А.М. Рогожникова является задача продольных колебаний составного стержня, а также задача синтеза оптимального граничного управления такими колебаниями. **Научная новизна** предпринятого исследования состоит в разработке математического аппарата для представления в удобной форме решений уравнения колебаний с разрывными коэффициентами. Этим определяется и **актуальность темы диссертации**.

В рамках исследования А.М. Рогожников рассмотрел смешанную (начально-краевую) задачу для одномерного уравнения колебаний с кусочно-постоянным коэффициентом, которую можно интерпретировать как задачу продольных колебаний составного (многозвенного) стержня. Постановка задачи усложнена тем, что в точках стыка допускаются точечные массы, влияющие на процесс колебаний. Рассмотрены как классическая, так и обобщенная постановки задачи. Доказаны теоремы единственности решения и разработан метод представления решения с помощью операторов отражения и преломления. Метод представления решения позволил решить задачу построения оптимального по граничной энергии граничного управления. Эта задача решалась в упрощенной постановке (одинаковое время распространения волны по звеньям составного стержня и время управления, кратное времени распространения волны).

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 75 наименований (в том числе 5 публикаций автора по теме диссертации).

Введение посвящено постановке проблемы, обоснованию ее актуальности и научной ценности, приведен краткий обзор научных публикаций по теме диссертации, сформулированы основные научные результаты работы.

В первой главе сформулирована смешанная задача для разрывного уравнения колебаний в классической постановке. Доказана теорема единственности решения. С помощью введенных операторов запаздывания, эха, отражения и преломления получено матричное представление решения смешанной задачи и доказана теорема существования в частном случае, когда носитель правой части дифференциального уравнения не содержит точек стыка. В главе много внимания уделено соответствующему математическому аппарату: введены необходимые линейные пространства, определена топология в этих пространствах с помощью метрики, определены указанные выше линейные операторы и исследованы их свойства.

Во второй главе сформулирована смешанная задача в обобщенной формулировке. Доказана теорема единственности решения этой задачи. В этой постановке рассмотрен случай однородного дифференциального уравнения с однородными начальными и неоднородными граничными условиями — тот, который нужен для решения задачи синтеза граничного управления. С помощью математического аппарата, разработанного в первой главе, построен явный вид решения сформулированной задачи.

Третья глава диссертации посвящена деталям построения явного вида решения смешанной задачи для разрывного волнового уравнения. Метод построения решения в виде матричного ряда поясняется на трех простых примерах.

Четвертая глава посвящена задаче управления колебаниями составного стержня. Сформулирована задача о возбуждении колебаний стержня, т.е. задача синтеза такого закона изменения граничных условий, при котором изначально покоящийся стержень в заданный момент времени T перейдет в заданное состояние, определяемое профилем смещений точек стержня и профилем их скоростей. Рассмотрены два варианта задачи: управление осуществляется на обоих концах стержня; управление осуществляется на одном конце стержня. Поскольку на большом промежутке времени управление, обеспечивающее решение задачи, не единственно, возникает вопрос о выборе оптимального управления. В данном случае оптимальным считается управление, обеспечивающее минимальные значения интеграла граничной энергии (т.е. управляющие граничные функции являются минимальными в смысле среднеквадратичного). Решение задачи управления осуществляется в упрощенной постановке: во-первых, точечные массы в местах стыка, допускаемые общей формулировкой, в задаче управления отсутствуют; во-вторых, предполагается, что время распространения волны по всем звеньям составного стержня одинаково (оно обозначено s); в третьих, считается, что конечное время T кратно s . Эти упрощения позволяют существенно упростить явный вид решения и тем самым решить обратную задачу: по конечному результату восстановить граничные условия, т.е. найти нужное управление.

В диссертации представлены следующие **новые результаты**:

1. Записано в явном виде решение смешанной задачи для продольных колебаний составного стержня (коэффициент правой части — кусочно-постоянная функция). Задача предполагает наличие точечных масс в стыках и граничные условия I, II, III рода. Решение записано в удобной операторной форме.

2. Доказана единственность решения смешанной задачи в обобщенной постановке.

3. Решена задача оптимального управления (минимальное управление в смысле среднеквадратичного функционала) колебаниями стержня с помощью граничного управления в постановке, когда точечные массы отсутствуют, а время распространения волны по звеньям одинакова.

Достоверность полученных научных результатов и выводов диссертации обоснована строгими математическими доказательствами.

Практическая ценность диссертации состоит в получении результатов, которые носят фундаментальный характер. Результаты диссертации также могут найти применение в задачах моделирования колебаний различных механических систем.

Автореферат диссертации полностью отражает содержание и выводы диссертационной работы.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы не вызывает сомнений, ее выводы полностью обоснованы, прошли апробацию на двух научных конференциях и на научных семинарах соответствующего профиля. Результаты диссертации опубликованы в ведущих российских журналах (Доклады АН, Дифференциальные уравнения). Однако имеются замечания по форме представления ее результатов.

1. В диссертации явно не хватает ссылок на источники формулируемых результатов (в том числе и результатов, принадлежащих автору).

2. Формулировки основных теорем чрезмерно затянуты, что затрудняет их осмысление. Также было бы уместно изложение вести для граничных условий общего вида, включающих условия I–III родов как частные случаи. Различия между тремя видами граничных условий возникают по тексту всего лишь 2–3 раза (в связи с классами функций) и это можно было уточнить отдельно.

3. В определении 1.5 следовало бы сразу вводить умножение на оператор-матрицу взамен введения умножения на числовую матрицу (это, в общем-то не требует определения), которое затем трактуется в расширительном порядке.

4. В решении задачи оптимального управления возникает псевдообратная матрица, это, по-видимому, связано с тем, что решение задачи оптималь-

ного управления сводится к методу наименьших квадратов. К сожалению эта тема в диссертации не раскрыта. Более того, некоторые утверждения можно доказать проще, если использовать свойства псевдообратных матриц. Так, равенство в утверждении 4.9 эквивалентно равенству $(e, e - E_k^+ E_k e) = 0$, так что само утверждение — элементарное следствие для проекционных матриц.

В заключение отмечу, что диссертация А.М. Рогожникова представляет собой самостоятельную законченную научно-квалификационную работу, содержащую новые научные результаты, полученные с помощью методов линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений, функционального анализа. Основные результаты диссертации опубликованы в научной печати и апробированы на научных конференциях и научных семинарах. Диссертационная работа отличается четкостью в постановке задач, ясностью изложения, точностью в формулировке результатов работы и ее выводов. Все теоретические утверждения снабжены строгими доказательствами.

По актуальности, научному уровню и содержанию диссертационная работа А.М. Рогожникова удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», а ее автор А.М. Рогожников заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент
профессор кафедры математического моделирования
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
профессионального образования
«Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана»,
доктор физико-математических наук, доцент
Тел. (499) 263 63 91,
E-mail: bauman@bmstu.ru

30.03.2015г.

А.Н. Канатников

ОБЩЕСТВО
С ОГРАНИЧЕННОЙ
ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«БАУМАНСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ВЕРНО:

Служба управления кадрами

У ИМ. Н.Э. БАУМАНА

А.Г. МАТВЕЕВ