

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертационную работу А.М. Рогожникова
«Решение смешанных задач и оптимизация граничных управлений для
уравнения продольных колебаний составного стержня», представленной
к защите на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 —
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление»

Объектом исследования диссертационной работы является система, состоящая из последовательно соединенных однородных стержней. Исследуется вопрос о существовании и единственности классических и обобщенных решений краевых задач, описывающих колебания указанной системы. Полученные результаты применены для решения задачи оптимального управления колебаниями рассматриваемой системы, при этом критерием оптимальности является интеграл энергии системы.

Приведем краткий обзор результатов.

Во введении дан достаточно полный обзор работ, связанных с исследуемой тематикой.

В первой главе работы описан аппарат, позволяющий получать решения разнообразных краевых задач в универсальной форме. Для этого введены метрические пространства V и V^n , операторы на них, а также описаны свойства этих метрических пространств и введенных операторов.

Для неоднородного волнового уравнения доказаны существование и единственность классических решений краевых задач, описывающих колебания составного стержня, с нулевыми начальными (финальными) условиями и однородными граничными условиями первого, второго или третьего рода. Решения краевых задач получены в явной форме, их вид зависит только от четности или нечетности числа стержней, составляющих систему.

Вторая глава посвящена обобщенным решениям краевых задач. В ней определены обобщенные классы $\overline{W}_2^1$ решений краевых задач для рассматриваемой колебательной системы. Доказана единственность обобщенного решения краевой задачи для однородного волнового уравнения с нулевыми начальными условиями и неоднородными граничными условиями первого, второго и третьего рода. Решения указанных краевых задач выписаны в явном виде.

В третьей главе, используя разработанную автором методику, проведено построение решений, описывающих колебания однородного стержня с граничными условиями первого и второго рода на его концах, а также с граничными условиями третьего рода на обоих концах. Построено решение для трехзвенной системы с граничными условиями первого рода. В заключении главы описан общий алгоритм построения решения.

В четвертой главе приведены решения задач оптимального управления колебаниями системы, состоящей из n последовательно соединенных однородных стержней, у которых точки соединения не являются «нагруженными» и время прохождения сигнала по каждому стержню одинаково.

Рассматривались задачи граничного управления — перевода покоящейся системы

в заданное состояние — за период времени $T = ks$, $k \in \mathbb{N}$, где s — время прохождения волны вдоль каждого стержня системы, а $k \geq n$ при управлении по обоим границам или $k \geq 2n$ при управлении по одной границе. При этом управление осуществляется функциями, задающими граничные условия первого рода на обеих границах системы или только на одной границе системы. Критерием оптимальности является интеграл энергии системы.

Главным достоинством представленной диссертационной работы является разработанная автором оригинальная методика, позволяющая получить универсальный вид решения краевых задач для рассматриваемой колебательной системы с использованием операторных матриц. Именно благодаря разработанной автором методике в явном виде решена задача оптимального управления для произвольного числа n звеньев составного стержня. Более того, эта методика может быть в дальнейшем применена для решения задач управляемости, наблюдаемости и оптимального управления другими составными колебательными системами различных конфигураций.

Все утверждения диссертационной работы полностью доказаны. Автореферат правильно отражает содержание работы.

Отмечу ряд замечаний по диссертационной работе.

1. Во «Введении» диссертационной работы (с. 9) и, соответственно, в автореферате (с. 13) очень неаккуратно формулируется результат о существовании и единственности классического решения соответствующей краевой задачи. Говоря о решениях в классе $C^2(Q_i) \cap C^1(\bar{Q}_i)$, не указывается тот факт, что в «нагруженных» точках стыка стержней решение краевой задачи должно принадлежать классу $C^2[0, T]$. В самой диссертационной работе (определение 1.1) все написано аккуратно. Но если читать только автореферат работы, то в этом месте возникают вполне естественные замечания. В представленных условиях сопряжения в «нагруженных» точках присутствуют вторые производные по переменной t .

2. В главе 1, раздел 1.1 (с. 21) приводятся равенства, которые являются согласованием начальных и граничных условий первого рода краевой задачи, т. е. равенства соответствующих функций и их производных в вершинах $(x_0, 0)$ и $(x_n, 0)$ прямоугольников Q_1 и Q_n соответственно. При этом следует отметить тот факт, что равенства $\mu''(0) = f(x_0, 0)$ и $\nu''(0) = f(x_n, 0)$, вообще говоря, не являются результатом согласования начальных и граничных условий. Конечно же решение поставленной краевой задачи будет удовлетворять указанным равенствам. Однако они следуют из того, что решение волнового уравнения принимает постоянные значения на характеристиках и является дважды непрерывно дифференцируемой функцией внутри соответствующих областей.

3. Глава 3, содержащая примеры, иллюстрирующие получение решения соответствующих краевых задач в компактной матричной форме, плохо структурирована. В ней рассмотрены три примера и описан метод получения такого решения. Вся глава написана сплошным текстом, что затрудняет ее чтение. Было бы более естественно, если бы каждый пример представлял собой соответствующий раздел (параграф) главы, а описанный общий подход был бы ее завершением.

Указанные замечания не являются существенными и не умаляют ценность работы, которая представляет собой цельное законченное исследование.

Считаю, что диссертационная работа «Решение смешанных задач и оптимизация граничных управлений для уравнения продольных колебаний составного стержня» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к работам на соискание ученой

степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», а сам соискатель Рогожников Алексей Михайлович — заслуживает искомой степени.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры высшей математики
Федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего профессионального
образования «Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

Л.Н. Знаменская
31.03.2015г.

141700, Московская обл., г. Долгопрудный,
Институтский пер., 9
тел. +7(495)5765155
e-mail: znamenskaia.ln@mipt.ru

ПОДПИСЬ РУКИ

Л. Н. Знаменской

ЗАВЕРЯЮ:

НАЧАЛЬНИК

ДЕЛОПРОИЗВОДСТВА И

ДОКУМЕНТООБОРОТА

ГУСЕВА



Юсупов