

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертационную работу Романенко Татьяны Евгеньевны
«Исследование математических моделей нелинейных
оптических систем с запаздыванием»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация Т.Е. Романенко «Исследование математических моделей нелинейных оптических систем с запаздыванием» посвящена исследованию математических моделей нелинейных оптических систем с нелокальной обратной связью, разработке единообразного подхода к аналитическому и численному моделированию устойчивых вращающихся волн, возникающих в моделях таких систем в случаях тонкой кольцевой и круговой апертур, и исследованию эффекта подавления гармонических фазовых искажений в модели оптической системы в тонком кольцевом слое.

В последние десятилетия наблюдается устойчивый интерес к исследованию моделей нелинейных оптических систем с обратной связью, описываемых параболическими функционально-дифференциальными уравнениями с поворотом пространственного аргумента и запаздыванием. В частности, это связано с тем, что подобные системы в зависимости от соотношения величин пространственного поворота и запаздывания могут быть использованы как для генерации таких явлений самоорганизации светового поля, как бегущие и вращающиеся волны, так и для эффективного подавления искажений.

Вращающиеся волны традиционно представляют большой интерес в задачах генерации динамических структур с заданными пространственно-временными характеристиками. Однако, образование таких волн, как правило, дает негативный эффект при использовании оптических систем с нелокальной обратной связью для решения такой важной прикладной задачи адаптивной оптики, как подавление фазовых искажений. Если до недавнего времени активные исследования в этой области основывались в основном на моделях функционально-дифференциальных уравнений без запаздывания, то в последнее время, в связи с развитием элементной базы и новых технологий построения оптической обратной связи, актуальность приобретают вопросы математического моделирования эффекта подавления фазовых искажений в моделях нелокальных оптических систем с учетом запаздывания.

Таким образом, **актуальность темы диссертации не вызывает сомнений.** Рассматриваемые проблемы представляют значительный интерес не только для математического моделирования нелинейных оптических систем с нелокальной обратной связью, но и для теории параболических функцио-

нально-дифференциальных уравнений с запаздыванием и преобразованием пространственного аргумента.

Остановимся кратко на структуре и содержании диссертации.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, приложения и списка литературы, включающей 110 наименований. Общий объем работы 136 страниц.

Во введении дается обзор имеющихся результатов, общее описание структуры диссертации и приводится краткое изложение ее содержания. Обосновывается актуальность работы, и формулируются ее цели. Представляются выносимые на защиту научные положения, и показывается практическая значимость полученных результатов.

Первая глава посвящена изучению решений в виде бегущих волн, возникающих в моделях нелинейных оптических систем с запаздыванием и пространственным поворотом в случае тонкой кольцевой апертуры. В § 1.1 дается математическая постановка задачи. Поиск решения в виде бегущей волны позволяет свести исходную задачу для параболического функционально-дифференциального уравнения к стационарной краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом. В § 1.2 исследуются свойства линеаризованного оператора редуцированной задачи и сопряженного к нему. Находится явный вид собственных функций этих операторов и соответствующих им собственных значений, в явном виде находятся ядра операторов. Устанавливается непрерывная обратимость рассматриваемого линеаризованного оператора. В § 1.3 формулируется и доказывается теорема о существовании бифуркационных бегущих волн – нетривиальных решений уравнения с отклоняющимся аргументом. В § 1.4 в явном виде вычисляются первые коэффициенты разложения решения по малому параметру. В § 1.5 приводятся результаты численного моделирования демонстрирующие возникновение бегущих волн.

Во второй главе представленный в главе 1 подход применяется при исследовании вращающихся волн, возникающих в модели нелинейной оптической системы с нелокальной обратной связью в случае круговой апертуры. В § 2.1 дается математическая постановка соответствующей задачи и, на основе перехода во вращающуюся систему координат, осуществляется ее сведение к стационарной краевой задаче Неймана для нелинейного уравнения Гельмгольца с отклоняющимся аргументом. В § 2.2 находятся собственные функции и собственные значения линеаризованного оператора редуцированной задачи и сопряженного к нему и дается явный вид их ядер. Доказывается непрерывная обратимость линеаризованного оператора. В § 2.3 доказывается теорема существования бифуркационных решений в виде вращающихся волн. В § 2.4 вычисляются первые коэффициенты разложения решения по малому параметру.

тру, причем, в отличие от пространственно одномерной задачи для их нахождения требуется решить соответствующие краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. В § 2.5 приведены результаты численного моделирования, полученные с помощью разработанного диссертантом программного комплекса и демонстрирующие возникновение вращающихся волн.

Третья глава посвящена исследованию устойчивости бифуркационных решений в виде вращающихся волн для рассматриваемых параболических функционально-дифференциальных уравнений, основанном на применении метода нормальных форм. В § 3.1 излагается общий подход к исследованию функционально-дифференциальных уравнений, позволяющий судить о качественном поведении бифуркационных решений по коэффициентам соответствующей нормальной формы уравнения. Подчеркнем, что данный подход ранее применялся лишь к модельным задачам с квадратичной и кубической нелинейностями, тогда как рассмотрение других нелинейностей является содержательной нетривиальной задачей. Также важно отметить, что нелокальные преобразования при построении нормальной формы ранее не рассматривались. В § 3.2 рассматриваемый подход адаптируется на случай бифуркационных бегущих волн, возникающих в модели нелинейной оптической системы с запаздыванием и пространственным поворотом в тонком кольце, и позволяет в явном виде получить достаточные условия их устойчивости в терминах ограничений на параметры исходной задачи. Приводятся результаты численного моделирования, показывающие существенность полученных условий устойчивости для генерации бегущих волн. В § 3.3 описанный подход впервые применяется к пространственно двумерной задаче с запаздыванием и пространственным поворотом в круге, однако для нахождения соответствующих условий устойчивости необходимо решить ряд краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

В четвертой главе разрабатывается двухмодовая модель для исследования эффекта подавления гармонических искажений в модели нелинейной оптической системы в тонком кольцевом слое, описываемой параболическим функционально-дифференциальным уравнением с запаздыванием. В § 4.1 приводится общая постановка задачи исследования эффекта подавления искажений. Для оценки качества подавления используется функционал среднеквадратичного отклонения суммарной выходной волны от ее усреднения. В §§ 4.2-4.3 проводится исследование эффекта компенсации стационарных гармонических искажений и гармонических искажений в виде бегущих волн. Решение рассматриваемой задачи ищется в виде суммы пространственно однородного фазового набега и слагаемых, отвечающих исходным фазовым искажениям с соответствующими амплитудными множителями. Предложенный вид решения позволяет перейти к анализу системы запаздывающих дифференциальных

уравнений относительно амплитудных составляющих сигнала и сформулировать условия подавления в ее терминах. На основе сравнения полученных результатов с численным моделированием задачи в полной постановке выясняются границы применимости предложенной модели и исследуется влияние пространственного поворота и величины запаздывания на качество подавления подобных гармонических искажений.

В заключении приводятся основные результаты диссертационной работы.

Приложение А посвящено описанию общей схемы работы разработанного программного комплекса и функциональности составляющих его модулей, которые нацелены на численное моделирование задач для моделей в тонком кольцевом слое и круге и визуализации получаемых данных.

Перейдем к **оценке результатов диссертации.**

Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждена апробацией на международных и российских научных конференциях и семинарах, а также публикациями результатов исследования в рецензируемых научных изданиях, в том числе и рекомендованных ВАК.

Достоверность полученных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, обеспечивается корректным использованием математического аппарата теории дифференциальных и функционально-дифференциальных уравнений, методов численного анализа, строгим доказательством теорем о свойствах предлагаемых методов, а также проведением серии вычислительных экспериментов.

Научная новизна и практическая значимость полученных автором результатов. Полученные в диссертации результаты являются новыми и представляют несомненный интерес не только практического использования при математическом моделировании вращающихся волн в нелинейных оптических системах с запаздыванием и пространственным поворотом, но и для теории функционально-дифференциальных уравнений.

Использование результатов. Результаты диссертации и разработанные в ней методы могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в МГУ, СПбГУ, НГУ, ВЦ РАН, ИПМ РАН, НИУ "МЭИ" и других организациях, занимающихся исследованием и решением нелинейных дифференциальных уравнений а также моделированием нелинейных волновых процессов.

В целом, работа выполнена на весьма высоком уровне, все научные положения, выводы и рекомендации обоснованы. Основные результаты, сформулированные в заключении, действительно получены. Разработанные автором методы действительно оригинальны. Основные результаты диссертации опубликованы, в том числе, есть три публикации в журналах из перечня ВАК,

результаты широко обсуждались на различных конференциях и семинарах. Содержание диссертации достаточно полно и правильно отражено в автореферате.

Работа написана ясным языком, хорошо оформлена и практически не содержит опечаток.

Замечания. Сделаем некоторые замечания по содержанию диссертации и характеру изложения результатов.

1. Доказательства ряда результатов (лемма 2, лемма 3, лемма 6) чрезмерно кратки или отсутствуют.
2. Параметр ε , используемый в главах 1 и 2 для построения семейств бифуркационных решений, не имеет ясного физического смысла. Лучше было бы вместо ε использовать бифуркационный параметр μ , имеющий смысл возмущения коэффициента K .
3. Вызывает сомнение физичность краевого условия Неймана в задаче динамики фазовой модуляции в круговой апертуре.
4. Какое-либо исследование используемых в работе разностных схем отсутствует.
5. В главах 1 и 4 приведено большое число интересных вычислительных экспериментов для пространственно одномерной задачи моделирования вращающихся волн в тонком кольце. Однако для аналогичной пространственно двумерной задачи в круге в главе 2 представлены результаты только одного вычислительного эксперимента.

Подчеркнем, что сделанные выше замечания носят характер пожеланий и несколько не умаляют ценности полученных в работе результатов.

Вывод. Диссертация Романенко Татьяны Евгеньевны «Исследование математических моделей нелинейных оптических систем с запаздыванием» представляет собой законченную научно-исследовательскую работу. В ней разработан новый подход к математическому моделированию вращающихся волн в нелинейных оптических системах с запаздыванием и пространственным поворотом, доказано существование бифуркационных вращающихся волн в кольце и круге и получено их разложение по малому параметру. Для рассмотренных моделей оптических систем построены нормальные формы бифуркации Андронова-Хопфа и разработан программный комплекс, позволяющие проводить аналитическое и численное моделирование устойчивых вращающихся волн. Для модели в тонком кольце на основе аналитического исследования в рамках разработанного двухмодового подхода получены условия подавления гармонических искажений и проведено численное исследование границ их применимости для исходной модели. Эти

результаты представляют несомненный теоретический интерес и имеют важное прикладное значение.

Все результаты работы опубликованы. Автореферат полностью отражает ее содержание.

Диссертация Т.Е. Романенко «Исследование математических моделей нелинейных оптических систем с запаздыванием» удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к диссертационным работам, выдвигаемым на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а ее автор - Романенко Татьяна Евгеньевна безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математического моделирования
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
профессионального образования
«Национальный исследовательский
университет МЭИ»,



/Амосов Андрей Авенирович/

111215 Москва, Красноказарменная ул. 14,

тел.: 8-495-362-77-74,

факс: 8-495-362-77-72,

email: AmosovAA@mpei.ru

Подпись профессора А.А. Амосова

Начальник управления кадров НИУ



/Е.Ю. Баранова /

Приложение к отзыву А.А. Амосова

Амосов Андрей Авенирович – доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (ВМК МГУ, 1998), профессор.

Основное место работы и должность на момент написания отзыва:

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский университет "МЭИ"», заведующий кафедрой математического моделирования

Почтовый адрес: 111215 Москва, Красноказарменная ул. 14,

тел.: 8-495-362-77-74,

факс: 8-495-362-77-72,

email: AmosovAA@mpei.ru

Список основных публикаций А.А. Амосова за 2010-2014гг., близких по теме к диссертации Т.Е. Романенко:

1. *Amosov A.A.* Stationary nonlinear nonlocal problem of radiative–conductive heat transfer in a system of opaque bodies with properties depending on the radiation frequency // *J. Math. Sci.* – 2010. – 164, № 3. – pp. 309-344.
2. *Amosov A.A.* Nonstationary nonlinear nonlocal problem of radiative–conductive heat transfer in a system of opaque bodies with properties depending on the radiation frequency // *J. Math. Sci.* – 2010. – 165, № 1. – pp. 1-41.
3. *Amosov A., Panasenko G.* Integro-differential Burgers equation. Solvability and homogenization // *Nonlinear Analysis. TMA.* - 2010. Vol. 72. - pp. 3953--3968.
4. *Amosov A.A.* Nonstationary radiative-conductive heat transfer problem in a periodic system of grey heat shields // *J. Math. Sci.* - 2010. Vol. 169, № 1.- pp. 1-45
5. *Amosov A., Panasenko G.* Homogenization of the integro-differential Burgers equation // *Integral Methods in Science and Engineering*, 2010. Birkhäuser. Boston. - pp. 1-8.
6. *Amosov A.A.* Semidiscrete and asymptotic approximations for the nonstationary radiative–conductive heat transfer problem in a periodic system of grey heat shields // *J. Math. Sci.* – 2011. – 176, № 3. – pp. 361-408.
7. *Amosov A., Panasenko G.* The problem of thermo-chemical formation of a composite material. Properties of solution an homogenization // *J, Math. Sci.* - 2012. Vol. 181. № 5. pp. 541 - 577.

8. *Amosov A.A.* Boundary value problem for the radiation transfer equation with reflection and refraction conditions // J. Math. Sci. (United States) – 2013. – 191, № 2. – pp. 101-149.
9. *Amosov A.A.* Boundary value problem for the radiation transfer equation with diffuse reflection and refraction conditions // J. Math. Sci. (United States) – 2013. – 193, № 2. – С. 151-176.
10. *Amosov A., Kostin I., Panasenko G., Smyshlyaev V.* Homogenization of a thermo-chemo-viscoelastic Kelvin-Voigt model // Journal of Mathematical Physics. - 2013. Vol. 54, Issue 8, 081501.
11. *Amosov A.A.* Boundary value problem for the radiation transfer equation with reflection and refraction conditions. Continuous dependence of solutions on the data and limit passage to the problem with "shooting conditions" // J. Math. Sci. (United States) - 2013. Vol. 195. № 5. pp. 569 - 608.
12. *Amosov A.A.* The Conjugate Boundary Value Problem for Radiation Transfer Equation with Reflection and Refraction Conditions // J. of Math. Sci. (United States) – 2014. – 202, № 2. – pp. 113-129.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математического моделирования
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
профессионального образования
«Национальный исследовательский
университет МЭИ»,

/Амосов Андрей Авенирович/

Подпись профессора А.А. Амос

Начальник управления кадров



/ Е.Ю. Баранова /